

COMPLEMENTOS DE MECÁNICA

Práctica nº 8

curso 2002-2003

36. Un aro de masa m y radio R puede oscilar en un plano vertical en torno a un punto O de su perímetro que está fijo. A su vez, otro aro de masa m y radio $r = R/3$ rueda sin deslizar dentro del primero.

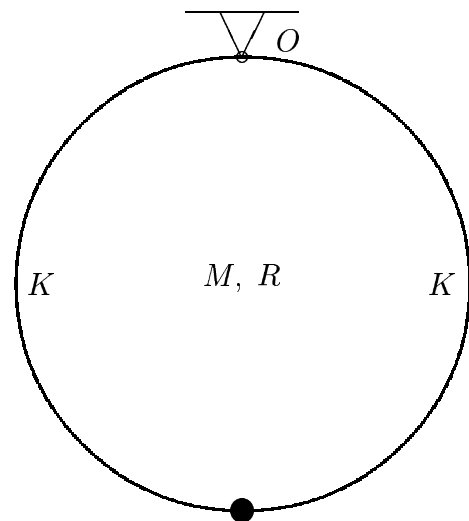
Se pide

1. Ecuaciones del movimiento
2. Para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable:
 - a) ecuaciones del movimiento linealizadas
 - b) frecuencias propias
 - c) modos normales de vibración

37. Un aro de masa M y radio R se mueve en un plano vertical, de forma que un punto O del mismo está fijo. Sobre el aro desliza con ligadura bilateral y lisa una masa puntual m . El aro lleva ensartados dos muelles iguales de constante K y longitud natural πR , cada uno de los cuales tiene un extremo unido a O y el otro a m (ver figura).

Se pide:

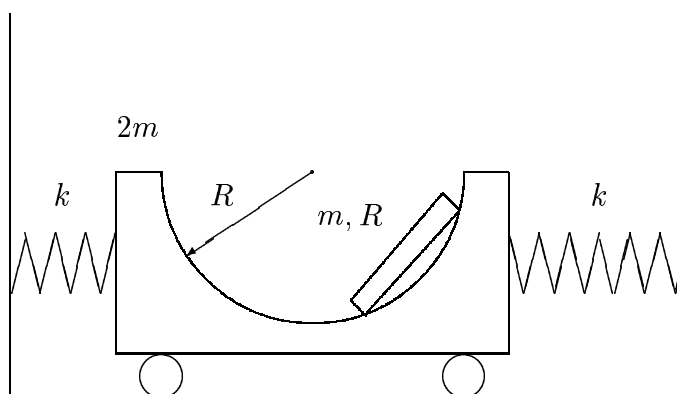
- a. Ecuaciones del movimiento;
- b. Linealización para pequeñas oscilaciones en torno de la posición de equilibrio estable;
- c. En el caso particular en que $m = M$ y $K = Mg/R$, obtener las frecuencias propias de dichas oscilaciones.



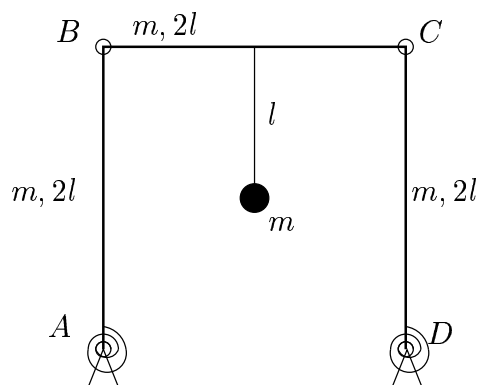
38. Un carretón de masa $2m$ se desplaza sobre una recta horizontal lisa, estando unido por dos muelles de constante k a sendos puntos fijos. El carretón tiene un alojamiento semicircular de radio R sobre el que se apoya con ligadura bilateral lisa, una varilla de longitud R y masa m . Suponiendo que en todo momento los extremos de la varilla se apoyan en el alojamiento del carretón, se pide:

1. Ecuaciones diferenciales del movimiento.

- Linealización de dichas ecuaciones para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable.
- Particularizando para $R = 1$ y $k = mg/R$, obtener las frecuencias propias y los modos de oscilación.



39. El marco $ABCD$ de la figura está constituido por tres barras iguales, articuladas en sus extremos, de masa m y longitud $2l$. En los extremos fijos A y D están dispuestos sendos muelles de torsión que ofrecen un momento resistente proporcional al ángulo girado, siendo k el valor de la constante de proporcionalidad, mientras que los extremos B y C permiten el giro libre. Asimismo del punto medio de la barra BC cuelga un péndulo simple, formado por una varilla sin masa de longitud l y una masa puntual m en el extremo libre.



Se pide:

- Ecuaciones diferenciales del movimiento.
- Linealización de las ecuaciones para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio de la figura. Calcular el valor mínimo de la constante k para que dicho equilibrio sea estable.
- Para el caso en que la constante k valga el doble del valor calculado en el apartado anterior, obtener las frecuencias propias de las pequeñas oscilaciones.