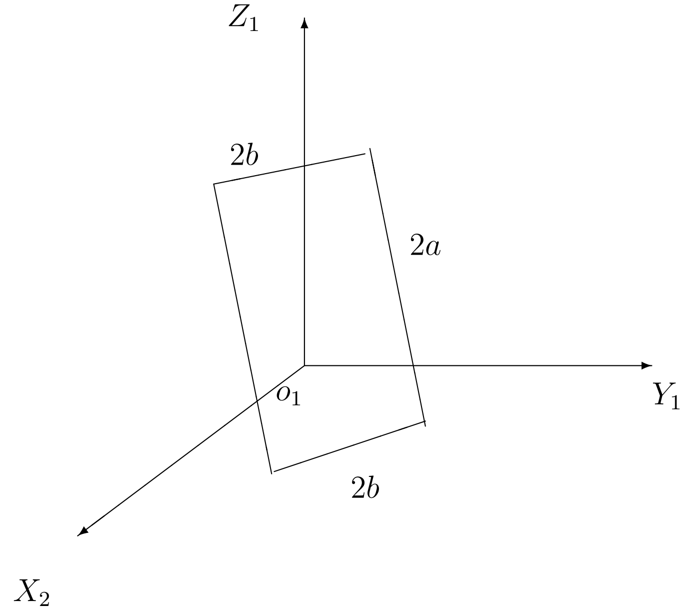
COMPLEMENTOS DE MECÁNICA

Práctica nº 7

curso 2002-2003

31. Una placa rectangular plana, homogénea y pesada, de masa M, tiene por longitud $2a$ y anchura $2b$ ($a > b$). Dicha placa puede moverse de forma que el punto medio de uno de sus dos lados de longitud $2b$ está obligado a desplazarse sin rozamiento según un eje vertical fijo $O_1\ Z$, mientras el lado opuesto desliza sin rozamiento sobre un plano horizontal también fijo $O_1\ X_1\ Y_1$.

En el instante inicial la placa está inclinada 60° respecto al plano $O_1\ X_1\ Y_1$ y se encuentra sometida a una rotación instantánea con velocidad angular ω_0 dirigida según la vertical ascendente $O_1\ Z_1$.



Se pide:

1. Plantear, según el formulismo lagrangiano, las ecuaciones del movimiento de la placa.

2. Calcular la velocidad del centro de masas de la placa en el instante en que esta llega al plano horizontal. Expresar las componentes de dicha velocidad en un sistema de referencia solidario a la placa.

32. Un sólido está formado por un disco homogéneo pesado de masa m y radio a unido rígidamente a una varilla de masa despreciable de longitud $2a\sqrt{2}$ perpendicularmente por el centro de ambos. Un extremo (A) de la varilla está obligado a moverse según una recta vertical lisa, y el otro extremo (B) se mueve sobre otra recta horizontal lisa que dista $2a$ de la primera.

1. Tomando como grados de libertad el ángulo θ que forma la varilla con la recta vertical y el ángulo φ girado por el disco alrededor de su eje, obtener las ecuaciones diferenciales del movimiento.

2. Tomando como condiciones iniciales ($v_B = v_0, \dot{\varphi} = \omega_0, \theta_0 = 45°$) obtener las integrales primeras del movimiento.

3. Suponiendo ahora que B tiene un movimiento impuesto con la ley $x_B = 2a \operatorname{sen} \omega t$, calcular en un instante genérico la velocidad de A y la aceleración del centro del disco.

4. Calcular la fuerza que se necesita aplicar en B para producir este último movimiento.

33. Un bloque rectangular de aristas $a, \frac{3}{2}a$ y $3a$ y masa m está soldado por la diagonal de una de sus caras de lados $(3a, \frac{3}{2}a)$ a un eje que gira sobre unos cojinetes lisos A y B con velocidad constante ω. Se pide:

1. Determinar el tensor de inercia del bloque en el centro del eje (O) respecto de los ejes xyz, llevando Ox la dirección del eje y siendo Oz perpendicular a la cara del bloque.

2. Obtener el momento cinético, la energía cinética, y la derivada temporal del momento cinético (respecto de O).

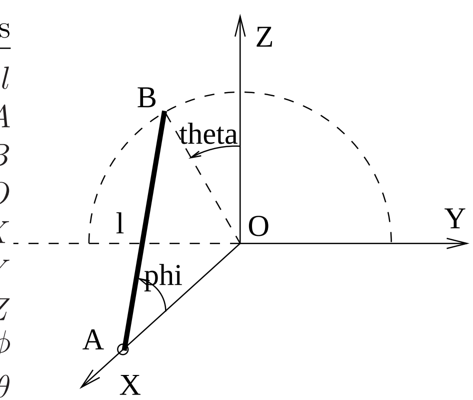
3. Calcular las reacciones en los cojinetes, suponiendo que éstos se hallan situados a una distancia $4a$ del centro O de la cara hacia cada lado.

34. Una barra AB de longitud l y masa m tiene su extremo A fijo, mientras que su extremo B se apoya en un plano rugoso vertical OYZ (ver figura adjunta). Se pide:

1. Suponiendo que la barra está deslizando, con un coeficiente de rozamiento dado μ, obtener la ecuación diferencial del movimiento.

2. Calcular el coeficiente de rozamiento μ necesario, en función de la posición, para que la barra se encuentre en equilibrio.

PSfrag replacements
l
A
B
O
X
Y
Z
ϕ
θ



35. Un cono homogéneo de revolución, con semiángulo en el vértice de 45°, radio de la base R y masa M, tiene su vértice fijo. Inicialmente está en posición vertical con el vértice abajo y tiene en ese instante una rotación dada por sus componentes ω_1 y ω_2, la primera de ellas según el eje de revolución y la otra según un eje horizontal. Se pide:

1. Calcular el tensor de inercia en el vértice.

2. Valor de ω_2 para que el eje del cono llegue en su movimiento hasta la posición horizontal sin rebasarla.

——————————⋆——————————