

MECAPAC3D  
MANUAL DE USUARIO  
(versión TeXmacs)

Juan José Arribas Montejo  
Mecánica  
ETSICCP Madrid

10 de Marzo de 2005

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Parametrización del movimiento</b>	<b>1</b>
<b>3. Ecuaciones del movimiento</b>	<b>2</b>
3.1. Ligaduras anholónomas . . . . .	2
<b>4. Componentes</b>	<b>3</b>
4.1. Partícula . . . . .	3
4.2. Varilla . . . . .	4
4.3. Aro . . . . .	4
4.4. Disco . . . . .	6
4.5. Semidisco . . . . .	6
4.6. Semiario . . . . .	7
4.7. Esfera . . . . .	8
4.8. Rectángulo . . . . .	9
4.9. Hexaedro . . . . .	9
4.10. Cilindro . . . . .	10
4.11. Muelle . . . . .	10
4.12. Subsistemas . . . . .	12
4.13. Segmento . . . . .	13
<b>5. Funciones disponibles</b>	<b>13</b>
5.1. Introducción . . . . .	13
5.2. rota . . . . .	14
5.3. fT . . . . .	14
5.4. fV . . . . .	14
5.5. ec_lag . . . . .	15
5.6. lagrange . . . . .	15
5.7. ec_lagr . . . . .	15
5.8. ec_l . . . . .	15
5.9. intcycl . . . . .	15
5.10. intjacobi . . . . .	16
5.11. intprim . . . . .	16
5.12. Fc . . . . .	16
5.13. odeoctave . . . . .	16
5.14. flin . . . . .	17
5.15. oscil . . . . .	17
5.16. fG . . . . .	17
5.17. anim2 . . . . .	18
5.18. f_omr . . . . .	18

<b>6. Ejemplos</b>	<b>18</b>
6.1. Tiro parabólico . . . . .	18
6.2. Péndulo simple . . . . .	20
6.3. Péndulo con varilla . . . . .	21

## Índice de figuras

1.	Partícula	4
2.	Varilla	5
3.	Aro	5
4.	Disco	6
5.	Semidisco	7
6.	Semiaro	7
7.	Esfera	8
8.	Rectángulo	9
9.	Hexaedro	10
10.	Cilindro	11
11.	Muelle	11
12.	Subsistema	12
13.	Segmento	13
14.	Tiro parabólico	19
15.	Tiro parabólico	19
16.	Péndulo simple	20
17.	Evolución del ángulo	21
18.	Péndulo con varilla	21
19.	Evolución del ángulo	22

## 1. Introducción

El objetivo de mecapac es definir una serie de funciones en maxima que hagan sencillo el estudio de sistemas mecánicos, permitiendo obtener las ecuaciones que rigen su movimiento, realizar la integración (numérica) de las mismas y representar gráficamente en tres dimensiones el movimiento de los mismos.

La formulación de las ecuaciones utilizada es la formulación lagrangiana, dado que es la que mejor se adapta a un tratamiento sistemático.

En lo que sigue se hace una introducción a mecapac desde el punto de vista de usuario.

## 2. Parametrización del movimiento

Dado que las magnitudes fundamentales en la formulación lagrangiana son la energía cinética y la potencial, es necesario definir las variables que para cada elemento de un sistema mecánico permitan obtener las mismas.

En principio bastaría con conocer de cada sólido la posición de su centro de masa y su velocidad angular.

Si se quiere sistematizar la obtención de la velocidad angular suele ser mejor obtenerla a partir de la rotación que nos da la orientación del sólido. Por otro lado si queremos hacer representaciones gráficas de los sólidos es necesario conocer la orientación del mismo, siendo entonces la velocidad angular una consecuencia del conocimiento de la matriz de rotación que relaciona los ejes fijos y los ejes del sólido.

Para la obtención de las matrices de rotación en los casos más usuales se ha definido una funciones auxiliar que permite la obtención de las mismas.

Esta función, denominada *rota*, devuelve la matriz de rotación que corresponde a la rotación respecto de un eje coordenado de valor arbitrario.

Un ejemplo sería:

```
r1 : rota(s,1) ;
```

que se corresponde con la rotación respecto del eje x de valor s.

Si la orientación del sólido no se puede obtener como rotación de un eje coordenado solamente, se puede utilizar la función anterior combinando distintas rotaciones respecto de ejes coordenados.

Teniendo en cuenta que la forma de obtener una rotación compuesta es mediante el producto de las matrices de rotación correspondientes, se puede proceder definiendo las diversas matrices de giros elementales combinándolas posteriormente.

En el caso de que los giros sean relativos, los productos se hacen por la derecha, mientras que si son giros absolutos se multiplican por la izquierda (ver problema 62 de prácticas 2001–2002) .

Una vez conocida la posición y orientación del sólido se calculan (internamente dentro de las funciones de mecapac) la velocidad de su centro de masa y la velocidad angular, y a partir de ahí se obtienen las energías.

### 3. Ecuaciones del movimiento

Utilizando las ecuaciones de Lagrange, las ecuaciones se obtienen a partir de la lagrangiana del sistema, que como se sabe es la diferencia entre las energías cinética y potencial.

La energía cinética de un sistema se obtiene simplemente sumando las energías cinéticas de cada uno de los elementos que la forman. De forma similar se procede con la energía potencial.

La forma de proceder con mecapac es la siguiente:

1. Definir las coordenadas generalizadas del sistema en una lista que se denominará `cg`.
2. Definir utilizando variables, las magnitudes auxiliares necesarias, como pueden ser matrices de rotación, coordenadas de puntos, constantes, vectores, etc...
3. Definición mediante variables de los elementos que forman el sistema mecánico.
4. Definición de la variable sistema que contiene una lista con los elementos anteriormente definidos.
5. Obtención de la energía cinética del sistema mediante `fT` asignándola a una variable que se denominará `T`.
6. Obtención de la energía potencial del sistema mediante `fV` asignándola a una variable que se denominará `V`.
7. Obtención de la lagrangiana que se debe denominar `L`.
8. Obtención de las ecuaciones de Lagrange (utilizando `ec_l` o `ec_lag`)
9. Asignación de valores numéricos a los parámetros que queden sin asignar.
10. Integración numérica del problema mediante la función `odeoctave` asignando el resultado.
11. Representación de resultados mediante `openplot_curves`.
12. Animación del resultado con la función `anim2` (si la lagrangiana dependiera del tiempo de forma explícita mediante `dibu2`).

#### 3.1. Ligaduras anholónomas

En el caso de existir ligaduras anholónomas caracterizadas como expresiones lineales en las velocidades generalizadas (catastásicas), también es posible obtener las ecuaciones y su resolución.

En este caso el procedimiento de resolución difiere del anterior en los siguientes aspectos:

1. Deben definirse las ligaduras que tiene el sistema. Estas ligaduras se definen en una lista que se denominará *Phi*. Al escribir tanto sean coordenadas como velocidades, no se incluirá de forma explícita la dependencia del tiempo, escribiendo las velocidades generalizadas como coordenadas con un 1 yuxtapuesto, (ej.:  $x$  y  $x1$ ).
2. Una vez definidas las ligaduras, se obtiene la expresión de las reacciones asociadas a esas ligaduras; tantas como coordenadas generalizadas tenga el sistema. Esas reacciones son las que se incluirán en las ecuaciones del movimiento. La función para obtener las reacciones es `Fc()`. (este paso no es indispensable).
3. La obtención de las ecuaciones del movimiento se realiza mediante la función `ec_lagr`.
4. La integración de las ecuaciones se realiza con `odeoctave` de forma similar al caso sin ligaduras.

## 4. Componentes

Los componentes se definen creando una variable por cada uno de ellos, la cual contiene una lista, cuyo primer elemento es el nombre del tipo de componente y el resto de elementos, son los parámetros necesarios para poder definir su situación, sus características dinámicas y su representación gráfica.

Entre los componentes que se pueden usar para definir un sistema mecánico, podemos distinguir dos tipos:

- Componentes mecánicos propiamente dichos. En este grupo se encuadran aquellos elementos que influyen en el comportamiento dinámico del correspondiente sistema, es decir, aquellos que tienen o energía potencial, o energía cinética o ambas.
- Componentes gráficos. En este grupo se incluyen aquellos elementos que sólo tienen representación visual. El objetivo del uso de los mismos es facilitar la representación gráfica.

Los componentes que se encuentran disponibles en este momento son los siguientes, empezando por los componentes mecánicos:

### 4.1. Partícula

Permite definir masas puntuales sometidas al campo gravitatorio dando sus tres coordenadas cartesianas y su masa.

`p1 : [punto, [X,Y,Z],m] ;`

Una representación esquemática puede verse en la figura ??

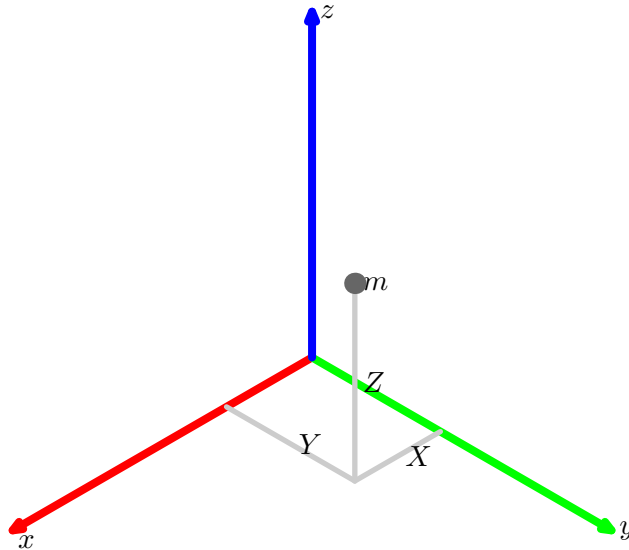


Figura 1: Particula

## 4.2. Varilla

Sirve para definir varillas a partir de:

- las coordenadas de su centro de masa (tipo de variable lista)
- la matriz de rotación entre unos ejes fijos y unos ejes ligados a la varilla situados en su centro de masa
- la masa de la misma
- la longitud de la varilla

Un ejemplo de definición de varilla sería:

$$v1 : [\text{varilla}, \text{xgvar}, \text{rotp}, \text{m}, \text{h}] ;$$

Los ejes locales que describen la posición de la varilla son tales que el eje  $z$  está situado según el eje de la misma. (Ver figura 2)

## 4.3. Aro

La definición de un aro se hace de forma prácticamente idéntica a la de una varilla (como en general para los sólidos en tres dimensiones).

Hace falta conocer lo siguiente:

- las coordenadas de su centro de masa (tipo de variable lista)



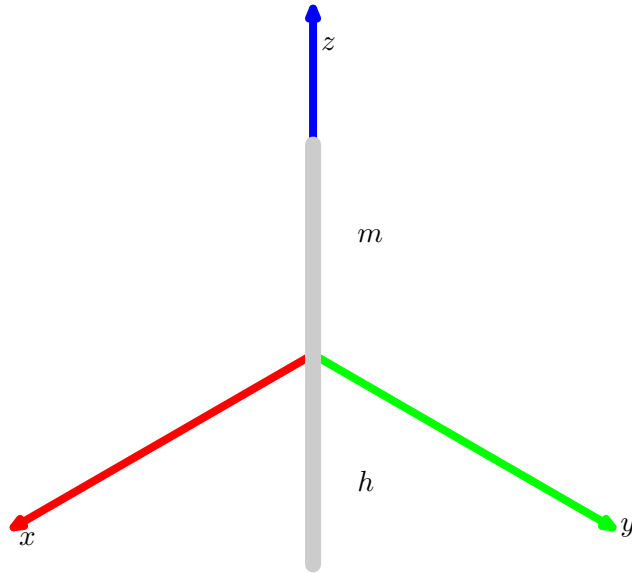


Figura 2: Varilla

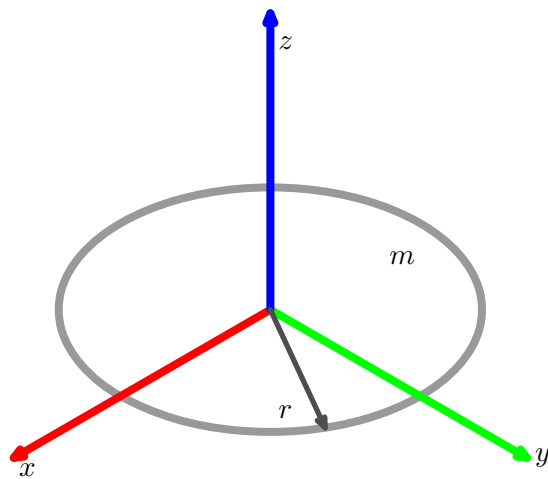


Figura 3: Aro

- la matriz de rotación entre unos ejes fijos y unos ejes ligados a la varilla situados en su centro de masa
- la masa de la misma
- el radio del aro

Un ejemplo de definición de aro sería:

$a1 : [\text{aro}, \text{xgvar}, \text{rotp}, m, r]$  ;

En este caso el eje  $z$  del aro es perpendicular al mismo (ver figura 3).

#### 4.4. Disco

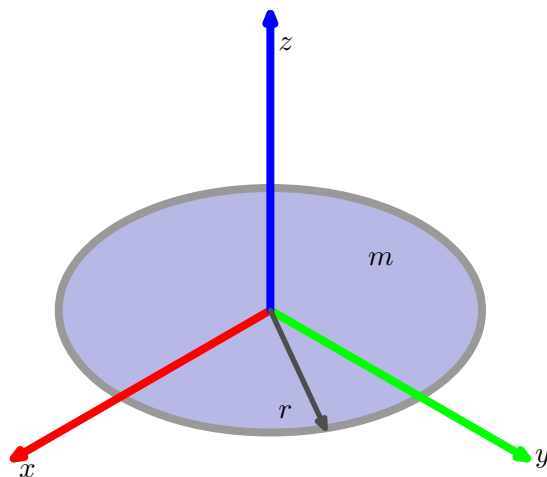


Figura 4: Disco

Es idéntica al aro cambiando el texto aro por disco.

Un ejemplo de disco sería:

$d2 : [\text{disco}, \text{xgvar}, \text{rotp}, m, r]$  ;

Puede verse un esquema en la figura 4

#### 4.5. Semidisco

Es similar al aro cambiando el texto aro por semidisco pero teniendo en cuenta que la variable  $xgvar$  representa la posición del centro de masa del semidisco.

Un ejemplo de semidisco sería:

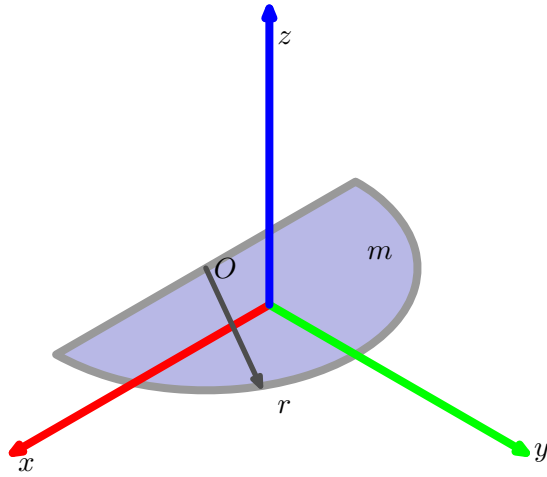


Figura 5: Semidisco

d2 : [semidisco,xgvar,rotp,m,r] ;

Puede verse un esquema en la figura 5

#### 4.6. Semiario

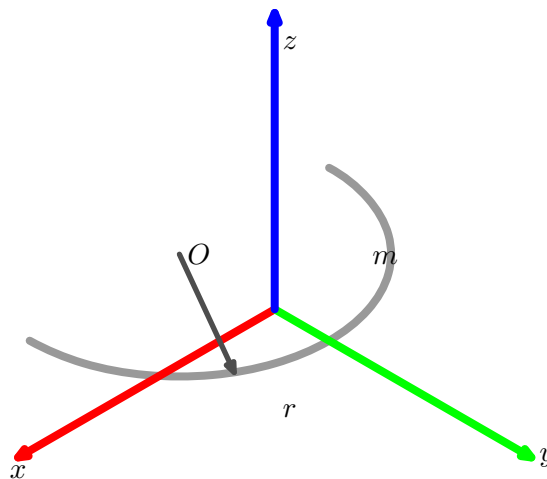


Figura 6: Semiario

Es similar al semidisco.

Un ejemplo de semiario sería:

d2 : [semiario,xgvar,rotp,m,r] ;

Igual que en el semidisco hay que situar el centro de masa del semiario.  
Puede verse un esquema en la figura 6

#### 4.7. Esfera

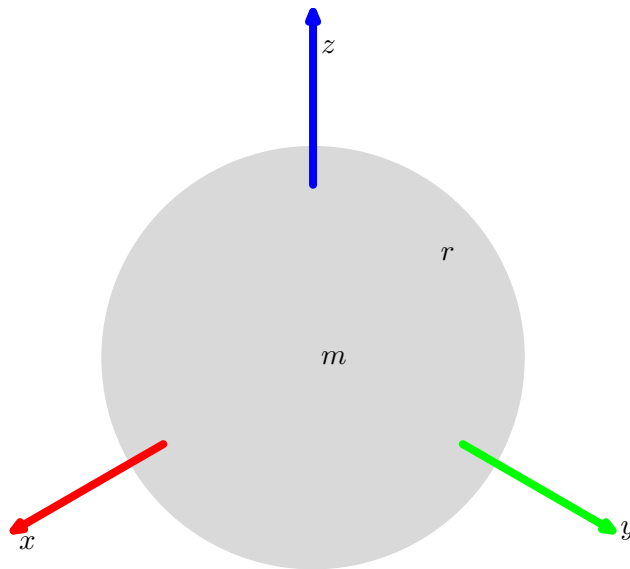


Figura 7: Esfera

Una esfera se define dando los siguientes elementos:

- Coordenadas de su centro de masa (tipo de variable lista)
- la matriz de rotación entre unos ejes fijos y unos ejes ligados a la esfera situados en su centro de masa
- la masa de la misma
- longitud del radio

Un ejemplo de esfera sería:

c1 : [esfera,xgvar,rotp,m,r] ;

(Ver figura 7)

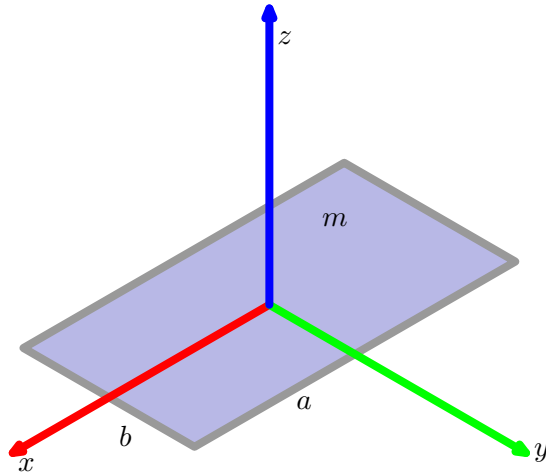


Figura 8: Rectángulo

#### 4.8. Rectángulo

Un rectángulo se define dando los siguientes elementos:

- Coordenadas de su centro de masa (tipo de variable lista)
- la matriz de rotación entre unos ejes fijos y unos ejes ligados al rectángulo situados en su centro de masa
- la masa del mismo
- longitud de la arista según el eje x
- longitud de la arista según el eje y

Un ejemplo de rectángulo sería:

```
c1 : [rectangulo,xgvar,rotp,m,a,b] ;
```

Los ejes del rectángulo son tales que los ejes  $x$  e  $y$  son paralelos a sus aristas y situados en el plano del rectángulo, mientras que el eje  $z$  es perpendicular por su centro (haciendo que el triedro sea directo) (Ver figura 8)

#### 4.9. Hexaedro

Un hexaedro se define dando los siguientes elementos:

- Coordenadas de su centro de masa (tipo de variable lista)
- la matriz de rotación entre unos ejes fijos y unos ejes ligados al hexaedro situados en su centro de masa

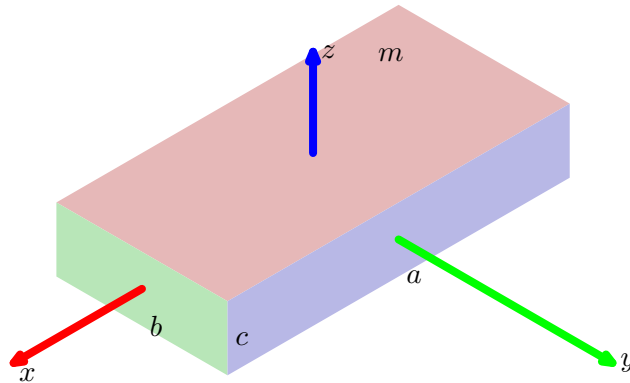


Figura 9: Hexaedro

- la masa del mismo
- longitud de la arista según el eje x (ligado al hexaedro)
- longitud de la arista según el eje y (ligado al hexaedro)
- longitud de la arista según el eje z (ligado al hexaedro)

Un ejemplo de hexaedro sería:

```
c1 : [hexaedro,xgvar,rotp,m,a,b,c] ;
```

Los ejes del hexaedro son paralelos a sus aristas (Ver figura 9)

#### 4.10. Cilindro

El cilindro es similar al hexaedro excepto que en vez de dar como datos geométricos las longitudes de los tres lados, se dan el radio y la altura.

Un ejemplo de cilindro sería:

```
a1 : [cilindro,xgvar,rotp,m,r,h] ;
```

Los ejes del cilindro son tales que el eje z va según el eje del cilindro (Véase figura 10).

#### 4.11. Muelle

El muelle se define dando los siguientes valores :

- Coordenadas de un extremo (lista)
- Coordenadas del otro extremo (lista)

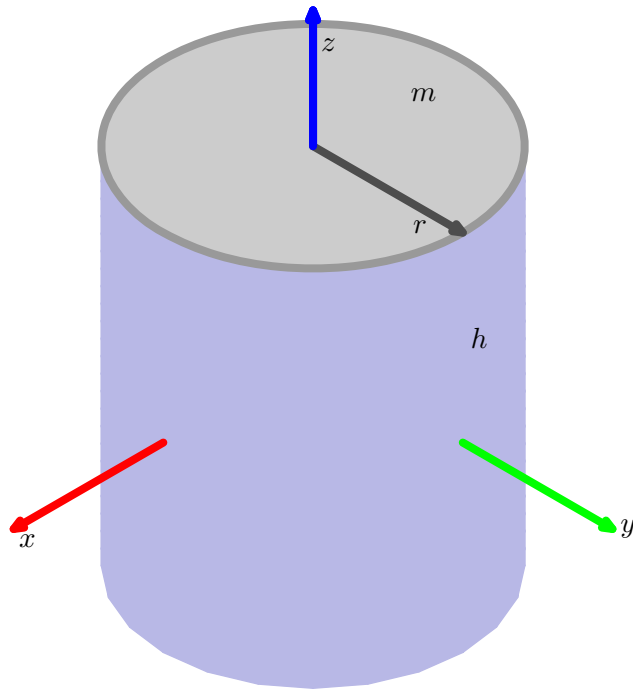


Figura 10: Cilindro

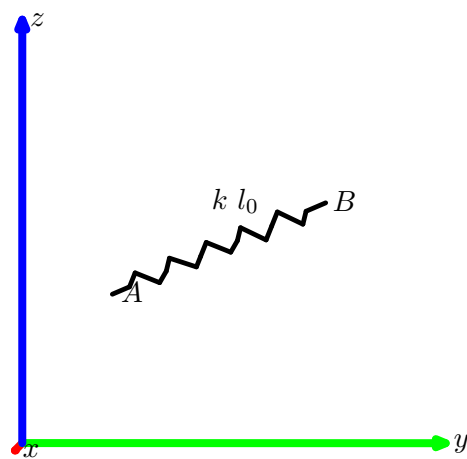


Figura 11: Muelle

- Constante del resorte
- longitud natural

Un esquema del mismo puede verse en la figura 11.

Ejemplo:

```
c1 : [muelle,x1,x2,k,l0] ;
```

#### 4.12. Subsistemas

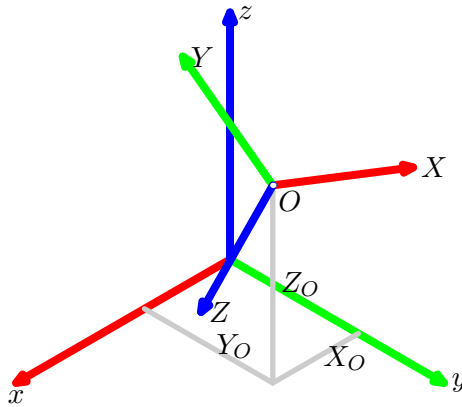


Figura 12: Subsistema

Como uno de los componentes disponibles existe uno especial que permite definir sistemas de referencia auxiliares sobre los que definir nuevos componentes.

De este modo se puede construir una jerarquía de objetos utilizando los sistemas auxiliares que se deseen.

El subsistema se define dando los siguientes valores :

- Las coordenadas del nuevo origen (tipo de variable lista)
- La matriz de rotación que permite pasar de los ejes originales a los nuevos ejes.
- Una lista de objetos que van referidos al nuevo sistema

Puede verse un sistema auxiliar en la figura 12 y un ejemplo de como se definiría a continuación:

Ejemplo:

```
s1 : [subsistema,x0,rot,[obj1,obj2]] ;
```

Entre los componentes auxiliares están los siguientes:



### 4.13. Segmento

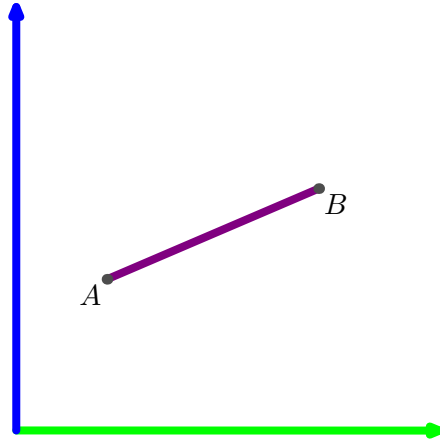


Figura 13: Segmento

Permite representar segmentos de longitud cualquiera. Puede utilizarse para representar ejes, o cualquier recta auxiliar. Los datos necesarios son

- Coordenadas de un extremo del segmento (lista)
- Coordenadas del otro extremo del segmento (lista).
- Color con el que se dibuja el segmento.

Ejemplo:

```
a3 : [segmento, [0,0,0], [3,0,0], green] ;
```

Ver figura 13

## 5. Funciones disponibles

### 5.1. Introducción

Previamente al planteamiento de cualquier problema debe definirse una variable denominada `cg` que contiene las coordenadas generalizadas del sistema:

```
cg : [xx,yy] ;
```

A continuación definir los diversos componentes mecánicos y gráficos que definen el sistema y agruparlos en una variable denominada `sistema` de la forma siguiente:

```
sistema : [v1,a2,c3] ;
```

Las funciones disponibles tanto como ayuda para definir objetos, como para obtener resultados son las siguientes:

### 5.2. **rota**

Esta función permite obtener la matriz de rotación entre dos sistemas ortonormales al pasar de uno a otro girando respecto uno de los ejes coordenados.

Ejemplo:

```
r1 : rota(%Pi/2,2) ;
```

Así se obtiene la matriz de rotación respecto al eje  $y$  al girar  $\pi/2$ .

### 5.3. **fT**

Esta función permite obtener la energía cinética del sistema y se usa de la siguiente forma:

```
T : fT(sistema) ;
```

En este caso la energía ha sido almacenada en la variable T.

Debe obtenerse una función de las coordenadas generalizadas y sus derivadas. Éstas van representadas con el nombre de la coordenada concatenada con un 1 que indica la primera derivada (velocidad generalizada).

### 5.4. **fV**

Esta función nos da la energía potencial del sistema y se usa de forma similar a la energía cinética:

```
V : fV(sistema) ;
```

En este caso la energía potencial ha sido almacenada en la variable V. Actualmente las energías potenciales que se tienen en cuenta son las de origen gravitatorio (en función de la variable  $g$ ) y asociada a la variable  $z$  y las de los muelles.

### 5.5. `ec_lag`

Esta función nos devuelve las ecuaciones de Lagrange del sistema. Es necesario que la Lagrangiana del sistema esté en una variable denominada  $L$  y que las coordenadas generalizadas estén en  $cg$ .

Ejemplo:

```
ecua : ec_lag() ;
```

Las ecuaciones quedan almacenadas en la variable `ecua`.

### 5.6. `lagrange`

La función `lagrange` simplemente calcula la energía potencial, la energía cinética, la Lagrangiana y las ecuaciones de lagrange. Las deja almacenadas en las variables  $V$ ,  $T$ ,  $L$  y `ecua`.

### 5.7. `ec_lagr`

Esta función nos devuelve las ecuaciones de Lagrange del sistema en el caso de tratarse de un sistema con ligaduras anholónomas. Previamente deben haberse calculado las reacciones asociadas a las ligaduras mediante la función `Fc()`.

Ejemplo:

```
ecua : ec_lagr() ;
```

Las ecuaciones quedan almacenadas en la variable `ecua`.

### 5.8. `ec_l`

Esta función nos da la ecuación de Lagrange correspondiente a una coordenada generalizada. Si queremos obtener todas las ecuaciones, un modo alternativo al uso de la función `ec_lag` es utilizando la instrucción de máxima `map`.

```
ecua := map(ec_l,cg) ;
```

Las ecuaciones quedan almacenadas en la variable `ecua`.

### 5.9. `intcycl`

Esta función nos da las integrales primeras asociadas a las posibles coordenadas cíclicas.

Quedan expresadas con el convenio anteriormente indicado sobre las derivadas de las coordenadas generalizadas.

```
integprim : intcycl() ;
```

### 5.10. `intjacobi`

Para los casos en que exista la integral de jacobi, esta función nos devuelve su expresión. En caso de que no exista no devuelve nada.

La expresión que devuelve está formulada sin representar la dependencia del tiempo ni en las coordenadas generalizadas ni en las velocidades generalizadas.

Estas últimas se representan añadiendo un 1 a las coordenadas generalizadas.

Se calcula partiendo de la expresión de la lagrangiana y

Ejemplo:

```
intjac  : intjacobi() ;
```

### 5.11. `intprim`

Esta función nos da las integrales primeras asociadas a las posibles coordenadas cíclicas y la integral de jacobi si existe.

Quedan expresadas con el convenio anteriormente indicado sobre las derivadas de las coordenadas generalizadas.

```
integprim  : intprim() ;
```

### 5.12. `Fc`

Esta función nos da las reacciones asociadas a las ligaduras anholónmas proyectadas según las coordenadas generalizadas. Se obtiene una lista con tantos elementos como coordenadas. En el caso de existir diversas ligaduras, según cada coordenada se obtiene la suma de las reacciones asociadas a cada ligadura según esa coordenada. Anteriormente deben haberse definido las ligaduras mediante la variable *Phi*.

Quedan expresadas con el convenio anteriormente indicado sobre las derivadas de las coordenadas generalizadas.

```
reacc  : Fc() ;
```

### 5.13. `odeoctave`

Esta función integra de forma numérica las ecuaciones del movimiento. Es necesario, por tanto, que no existan parámetros, sin asignar valores numéricos en las mismas. El cálculo de las ecuaciones del movimiento, las integrales primeras, etc..., puede realizarse con parámetros, pero la integración numérica, obviamente, no.

El argumento de la función es una lista con las ecuaciones, las coordenadas generalizadas, los valores iniciales de las coordenadas y las velocidades

y por último los tiempos inicial, final y el número de pasos en los que se obtendrán resultados.

Ejemplo:

```
odeoctave(ecua,cg,[0.1,0.2,0.3,0.4],[0,2,100]) ;
```

En este ejemplo se trata de integrar un sistema con dos grados de libertad y valores iniciales 0,1 para la primera coordenada, 0,2 para la segunda coordenada generalizada, 0,3 para la primera velocidad generalizada y 0,4 para la segunda velocidad generalizada. El sistema se integrará desde el tiempo 0 al tiempo 2 obteniendo resultados en 100 valores del tiempo.

#### 5.14. flin

Esta función permite linealizar las ecuaciones del movimiento. Generalmente las ecuaciones diferenciales obtenidas no son ecuaciones lineales. En muchos casos para estudiar propiedades del movimiento, o para simplificar la solución del problema se recurre a la linealización.

Un ejemplo clásico es el del estudio de las oscilaciones respecto a una posición de equilibrio.

La función se aplica a las ecuaciones y devuelve las ecuaciones linealizadas.

Ejemplo:

```
ecua : ec_lag() :
eclin : flin(ecua) :
```

#### 5.15. oscil

Esta función permite obtener a partir de la energía potencial ( $V$ ) y la energía cinética ( $T$ ) de un sistema, la matriz de rigidez, la matriz de masas, las frecuencias propias y los modos propios. El estudio de las oscilaciones es respecto a la posición correspondiente a valores nulos de las coordenadas generalizadas.

Ejemplo:

```
oscil() :
```

#### 5.16. fG

Esta función permite representar posiciones de un sistema en función de las coordenadas generalizadas. Estas se dan como argumento en una lista y evaluadas en coma flotante.

Ejemplo:

```
fG([0.43,0.6]) ;
```

En este ejemplo se obtiene la representación gráfica del sistema para los valores 0,43 y 0,6 de las coordenadas generalizadas.

Al ser esta función exclusivamente de representación, no depende de las magnitudes dinámicas del sistema, es decir, no es necesario haber calculado las ecuaciones, ni la Lagrangiana, ni las energías.

Es una función útil para comprobar que la definición cinemática del sistema en función de las coordenadas generalizadas es la correcta.

### 5.17. anim2

Esta función genera animaciones del movimiento del sistema en función de la resolución numérica del mismo.

No utiliza argumentos, representa la animación para el intervalo de tiempo que se utilizó en odeoctave.

Ejemplo:

```
anim2() ;
```

### 5.18. f\_omr

Esta función devuelve la velocidad angular asociada a una matriz de rotación. La matriz rotación debe llevar la dependencia del tiempo expresada de forma explícita.

Ejemplo:

```
f_omr(map(f_tt,rota(x,1))) ;
```

## 6. Ejemplos

A continuación se muestran una serie de ejemplos resueltos con mecapac y maxima.

### 6.1. Tiro parabólico

Consiste en el tiro parabólico, que en realidad es el movimiento de una partícula libremente en un plano vertical.

El esquema del modelo usado puede verse en la figura 14. En las figuras seguiremos el criterio de representar las coordenadas generalizadas en verde, los nombres de los componentes en rojo y sus características en negro.

Este ejemplo consiste en el tiro parabólico de una partícula de masa  $m$  según el plano  $oyz$ .

A continuación figura el código de maxima con las órdenes usadas y los resultados obtenidos.

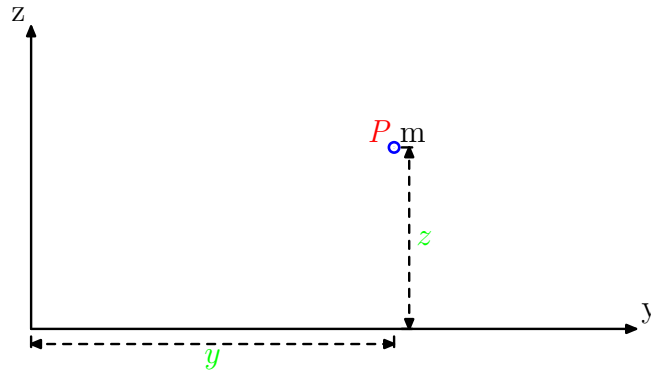


Figura 14: Tiro parabólico

```

cg: [y,z];
P: [particula, [0,y,z], m];
sistema: [P];
V: fV(sistema);
T: fT(sistema);
L: T-V;
ecua: ec\_lag();
m: 10;
g: 10;
odeoctave(ecua, cg, [0,0,1,1], [0,0.2,40]);
OPENPLOT\_CURVES([z]);
anim2();

```

En la figura 15 puede verse la evolución de la altura  $z$  tal como la devuelve la función `openplot_curves`.

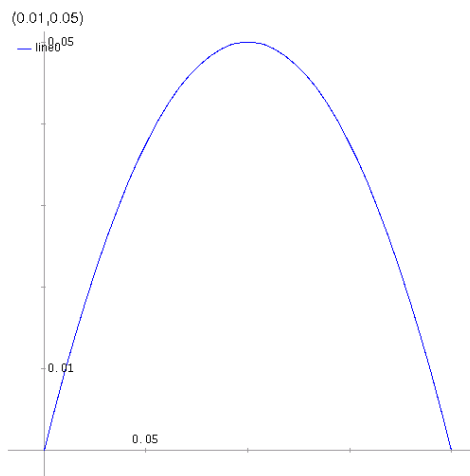


Figura 15: Tiro parabólico

## 6.2. Péndulo simple

Se trata del péndulo simple modelizado usando como coordenada generalizada el ángulo con el eje vertical.

El esquema del modelo usado puede verse en la figura 16.

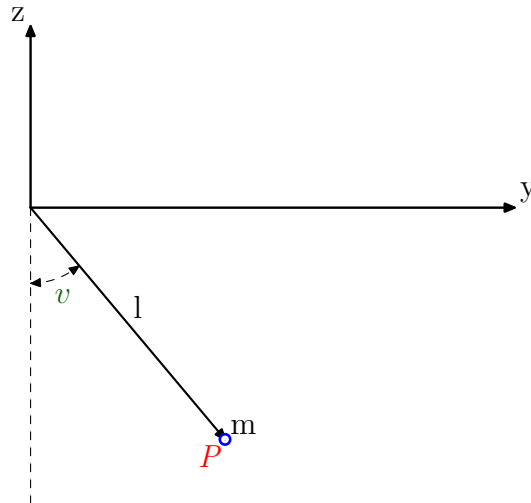


Figura 16: Péndulo simple

El péndulo está formado por una masa  $m$  que se mueve unida por un hilo inextensible de longitud  $l$  al origen de coordenadas. El problema es equivalente al movimiento de una partícula que desliza sobre una circunferencia. Todo el movimiento tiene lugar en el plano  $oyz$ .

A continuación figura el código de `maxima` con las órdenes usadas y los resultados obtenidos.

```
cg:[v];
xP:[0,l*SIN(v),(-1)*COS(v)];
P:[particula,xP,m];
sistema:[P];
V:fV(sistema);
T:fT(sistema);
L:T-V;
ecua : ec_lag();
l:10;
g:10;
m:10;
odeoctave(ecua,cg,[0,1],[0,5,100]);
OPENPLOT_CURVES([v]);
```

En la figura 17 puede verse la evolución del ángulo  $v$  obtenida del cálculo con `maxima` y con la función `openplot_curves`.



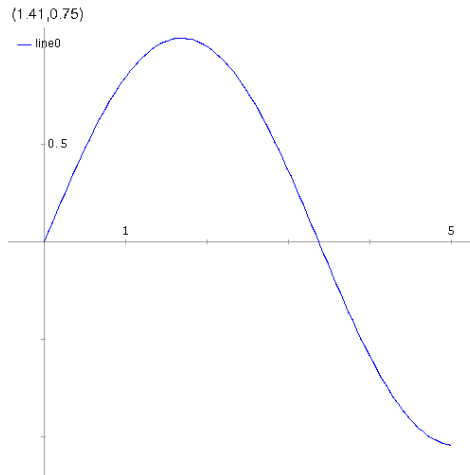


Figura 17: Evolución del ángulo

### 6.3. Péndulo con varilla

Se trata de el péndulo formado por una varilla de masa  $m$  y longitud  $l$  que se mueve en el plano vertical modelizado usando como coordenada generalizada el ángulo con el eje vertical.

El esquema del modelo usado puede verse en la figura 18.

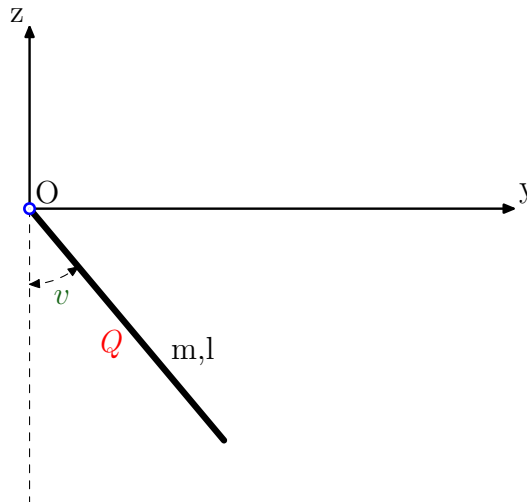


Figura 18: Péndulo con varilla

A continuación figura el código de `maxima` con las órdenes usadas y los resultados obtenidos.

```
cg: [v];  
xG: [0,1/2*SIN(v), (-1/2)*COS(v)];  
Q: [varilla,xG,rota(v,1),m,1];  
sistema: [Q];  
lagrange();  
l:10;  
g:10;  
m:10;  
odeoctave(ecua,cg,[0,1],[0,5,100]);  
OPENPLOT_CURVES([v]);
```

En la figura 19 puede verse la evolución del ángulo  $v$  obtenida del cálculo con maxima y con la función `openplot_curves`.

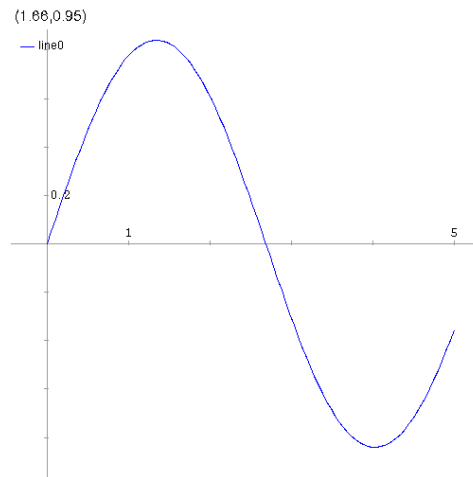


Figura 19: Evolución del ángulo

## Índice alfabético

- índice, 22
- anim2, 18
- Aro, 4
- Cilindro, 10
- Componentes, 3
- Disco, 6
- ec\_l, 15
- ec\_lag, 15
- ec\_lagr, 15
- Ecuaciones del movimiento, 2
- Ejemplo: Péndulo con varilla, 21
- Ejemplo: Péndulo simple, 20
- Ejemplo: Tiro parabólico, 18
- Ejemplos, 18
- Esfera, 8
- f\_omr, 18
- Fc, 16
- fG, 17
- flin, 17
- fT, 14
- Funciones disponibles, 13
- fV, 14
- Hexaedro, 9
- intcycl, 15
- intjacobi, 16
- intprim, 16
- Introducción, 1, 13
- lagrange, 15
- Ligaduras anholónomas, 2
- Muelle, 10
- odeoctave, 16
- oscil, 17
- Parametrización del movimiento, 1
- Partícula, 3
- Rectángulo, 9
- rota, 14
- Segmento, 13
- Semiario, 7
- Semidisco, 6
- Subsistema, 12
- Varilla, 4