

Mecánica

PRÁCTICA PUNTUABLE C9 (9 de mayo de 2011)

Apellidos

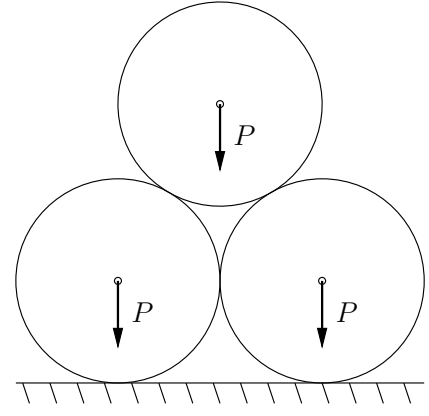
Nombre

N.º mat.

--	--	--

Sobre un suelo horizontal rugoso reposan apilados tres tubos iguales (cilíndricos de revolución, homogéneos, rugosos, de peso P), tal y como se muestra en la figura. En todos los contactos existe un rozamiento al deslizamiento con el mismo coeficiente μ .

¿Cuál debe ser el mínimo valor de μ para que exista equilibrio en la posición dada? Calcular en la situación límite de equilibrio las reacciones entre los distintos sólidos.

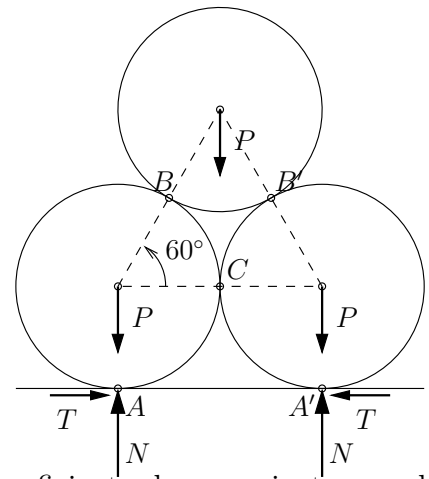


En primer lugar podemos plantear el equilibrio del conjunto, para el cual en la configuración dada los centros de los tubos forman un triángulo equilátero. Considerando la simetría existente, las dos reacciones del suelo en A, A' deben ser iguales, por lo que

$$2N - 3P = 0 \quad \Rightarrow \quad N = \frac{3}{2}P \quad (1)$$

Del equilibrio del conjunto no se deduce nada más, ya que el equilibrio de momentos se garantiza trivialmente debido a la simetría y similarmente para las fuerzas horizontales.

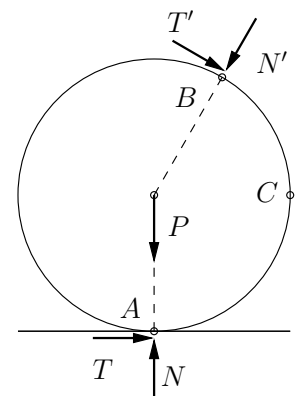
Hay tres grupos de contactos entre los sólidos: A, A' entre los tubos inferiores y el suelo, B, B' entre el tubo superior y los inferiores y C entre los dos tubos inferiores. Aunque el coeficiente de rozamiento sea el mismo para los tres, el deslizamiento por agotamiento del rozamiento no tiene porqué producirse simultáneamente en los tres: en general empezará a deslizarse en uno de ellos mientras que en los demás se mantendrá la rodadura sin deslizamiento. Por otra parte, podemos observar que cualquiera que sea la rotura del equilibrio el tubo superior descenderá en vertical y los tubos inferiores se apartarán lateralmente, por lo que en esta situación límite en el contacto C la reacción normal entre los tubos será nula. Existen por tanto dos posibilidades de rotura de equilibrio: 1) que se agote el rozamiento en B, B' y estos contactos deslicen mientras en A, A' ruedan sin deslizar; 2) que se agote el rozamiento en A, A' y estos contactos deslicen mientras en B, B' ruedan sin deslizar.



Dado que el agotamiento del rozamiento viene dado por $T/N = \mu$, se producirá en el contacto con mayor valor de la relación T/N . Aislamos uno de los tubos inferiores sujeto a T, N en A y T', N' en B . Planteando el equilibrio de momentos en el centro deducimos fácilmente que debe ser $T = T'$. Planteando el equilibrio de fuerzas horizontales y verticales,

$$T + T \frac{\sqrt{3}}{2} - N' \frac{1}{2} = 0, \quad (2)$$

$$N - P - T \frac{1}{2} - N' \frac{\sqrt{3}}{2} = 0. \quad (3)$$



De estas dos ecuaciones se despeja fácilmente

$$N' = T(2 + \sqrt{3}), \quad (4)$$

$$N = P + T(2 + \sqrt{3}) = P + N'; \quad (5)$$

vemos pues que la reacción normal es menor en el contacto superior (B), $N' < N$, por lo que el rozamiento se agotará aquí al ser mayor el cociente T/N' . Igualando al coeficiente de rozamiento,

$$\mu = \frac{T}{N'} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3} = 0,268. \quad (6)$$

En esta situación límite de equilibrio las reacciones valen:

- en B : $N' = N - P = P/2$, $T = \mu N' = P(1 - \sqrt{3}/2)$;
- en A : $N = 3P/2$, $T = P(1 - \sqrt{3}/2)$.