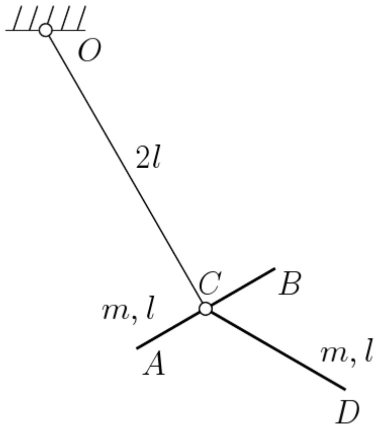
MECÁNICA

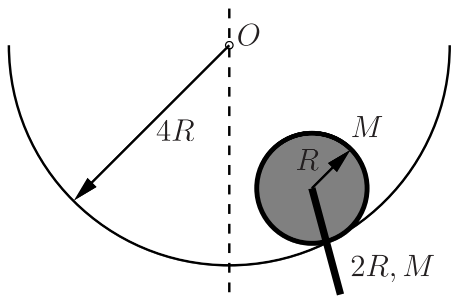


65. El sistema mecánico de la figura está contenido en un plano vertical fijo y consta de los siguientes elementos: Un sólido rígido formado por una varilla AB, de masa m y longitud l, unida rígidamente por su punto medio a una varilla OC de masa despreciable y longitud $2l$ que está articulada en su extremo fijo O. Una varilla CD, de masa m y longitud l, articulada en el punto C a la varilla AB. Se pide:

1. Ecuaciones diferenciales del movimiento.
2. Linealización de las ecuaciones para pequeñas oscilaciones en torno a la posición de equilibrio estable.
3. Frecuencias propias y modos normales de oscilación.

(Problema puntuable, 30/04/2009)

⋆



66. En un plano vertical fijo, un disco de radio R y masa M rueda sin deslizar sobre el interior de un aro fijo de radio $4R$. Desde el centro del disco cuelga articulada una varilla de longitud $2R$, con igual masa M que la del disco, que tampoco puede salirse del plano vertical. Se pide:

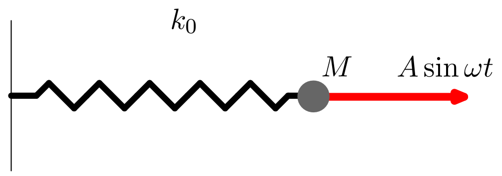
1. Determinar las ecuaciones diferenciales del movimiento.
2. Determinar razonadamente la posición de equilibrio estable y las ecuaciones del movimiento linealizadas alrededor de esa posición. Calcular las frecuencias propias y los modos normales de vibración.
3. Fruto de una percusión externa con el sistema en la posición de equilibrio estable, el disco adquiere una velocidad de rotación ω_0 y la varilla una velocidad de rotación $(3/4)\omega_0$. Admitiendo la hipótesis de pequeñas oscilaciones integrar las ecuaciones del sistema para expresar los grados de libertad en función del tiempo.

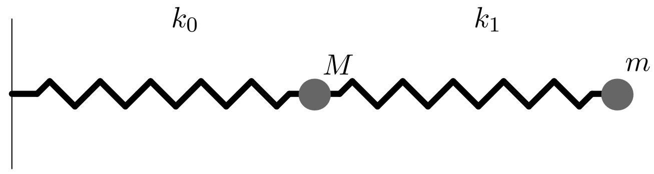
(Examen recuperación parcial, curso 2006/2007)

⋆

67. Se dispone de un muelle de constante k_0 unido a una masa de valor M sobre la que se aplica una fuerza de valor $A\sin(\omega t)$ tal que el sistema entra en resonancia.

Se desea eliminar la resonancia añadiendo en serie una nueva masa (m) unida con un muelle (k_1).





Considerando que existe un pequeño amortiguamiento inevitable y que se alcanza el régimen permanente, se pide:

1. Valores de k_1 y m para minimizar el movimiento de M. Interpretación física del resultado.

2. Valores de k_1 y m que minimizen el movimiento de M y que limiten el movimiento de la masa añadida a $\frac{A}{k_0}$.

———————★———————

68. Sea una peonza simétrica sometida al campo gravitatorio terrestre, definida por los momentos principales de inercia (A, A, C), y cuyo centro de masas G dista d de un punto fijo O sobre el eje.

Se pide:

1. Obtener la Hamiltoniana del sistema, ecuaciones Canónicas e integrales primeras empleando como coordenadas los ángulos de Euler (ψ, θ, φ).

2. Teniendo en cuenta las coordenadas cíclicas, eliminarlas para obtener la Routhiana y las ecuaciones correspondientes para las coordenadas no cíclicas. Comprobar la equivalencia de estas últimas con las ecuaciones de Lagrange.

———————★———————