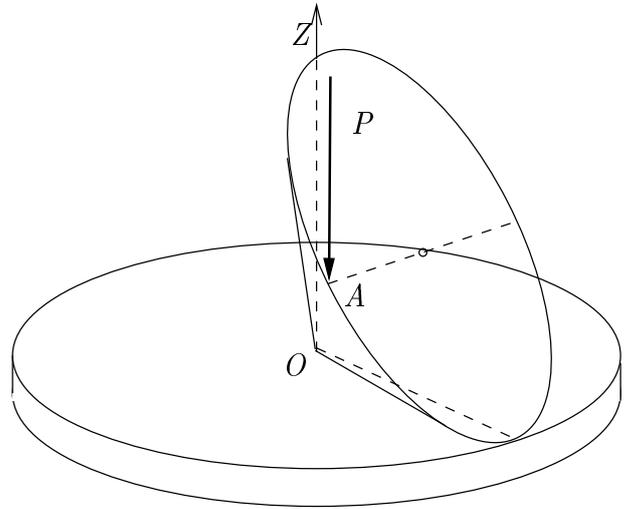


57. Se considera un cono de revolución sólido de semiángulo cónico  $\alpha$ , masa  $m$  y radio de la base  $a$ , apoyado mediante una generatriz sobre una plataforma circular de masa  $M$  y radio  $R$  sobre la que puede rodar sin deslizar, estando el vértice del cono en el centro  $O$  de la plataforma. La plataforma se mantiene horizontal pudiendo girar libremente alrededor de su eje vertical  $OZ$ . En un instante determinado el cono y la plataforma se encuentran en reposo y se aplica una percusión vertical  $P$  en el punto  $A$  situado en el extremo de un diámetro horizontal de la base del cono. Se pide:



1. Obtener las ecuaciones que definen el campo de velocidades de ambos sólidos inmediatamente después de la percusión. Particularizar las ecuaciones obtenidas para  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ,  $m = M$ , y  $R = a\sqrt{2}$ .
1. Obtener el campo de velocidades de los dos sólidos después de la percusión para este caso.
2. Obtener las reacciones impulsivas que se producen en el punto  $O$  de la plataforma (fuerzas y momentos).

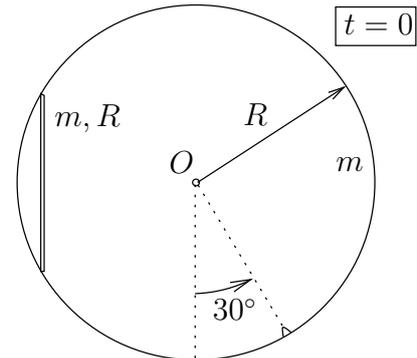
NOTA: Los momentos principales de inercia de un cono de altura  $h$  y radio  $a$  de la base respecto de su vértice son  $A = \frac{3}{20}m(a^2 + 4h^2)$  y  $C = \frac{3}{10}ma^2$   
(Examen parcial, curso 2004/2005)

**58.** Una varilla pesada de masa  $m$  y longitud  $R$  se mueve de forma que sus extremos pueden deslizar con ligadura bilateral lisa sobre un aro vertical de radio  $R$  y masa  $m$ . El aro está siempre contenido en un plano vertical fijo, y su único movimiento permitido es el giro alrededor de su centro fijo  $O$ .

En el instante inicial la varilla se encuentra en posición vertical, y tanto ésta como el aro se encuentran en reposo. Existe un pequeño resalte en el aro, situado a  $30^\circ$  respecto de la vertical (ver figura) que obstaculiza el movimiento de la varilla cuando ésta llega a dicho punto al caer desde la configuración inicial descrita anteriormente. El coeficiente de restitución del impacto que se produce entre la varilla y el resalte del aro tiene un valor  $e$ .

Se pide

1. Determinar el campo de velocidades de la varilla y el aro después del impacto de aquella con el resalte;
2. Expresiones de las componentes tangencial y normal de la impulsión sobre el extremo de la varilla que impacta con el resalte del aro;
3. Expresión de la impulsión reactiva sobre el centro  $O$  del aro.



(Examen final, curso 2003/2004)

★

**59.** Un aro homogéneo de masa  $m$  y radio  $R$  rueda sin deslizar sobre un plano horizontal rugoso de forma que se encuentra en posición vertical y su centro  $A$  describe una trayectoria rectilínea con velocidad  $v_A$ .

En un cierto instante, una partícula de masa  $m$  choca con el aro en dirección perpendicular a su plano con velocidad  $v_0$  y se queda adherida en él. Se supone que en la impulsión el aro rueda sin deslizar sobre el suelo, aunque puede pivotar libremente sobre éste.

Se pide:

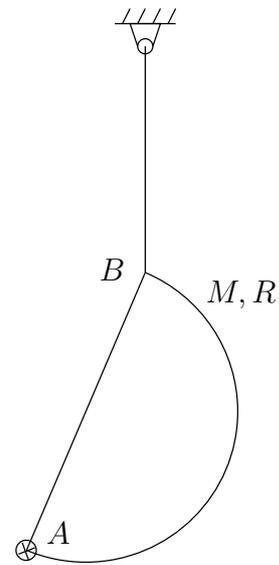
1. Movimiento instantáneo del aro y de la partícula inmediatamente después del impacto.  
NOTA: bastará expresar las ecuaciones para resolver el campo de velocidades, no siendo imprescindible la resolución explícita de las mismas.
2. Calcular el valor de la percusión vertical que ejerce el suelo sobre el aro en función del lugar de impacto de la partícula sobre el aro.
3. Calcular el lugar geométrico de los puntos del aro en los que debe incidir la partícula para que aquél no tienda a despegarse del suelo inmediatamente después del impacto. Calcular también el punto en el que debe impactar la partícula para que se produzca la máxima percusión vertical.

(Examen final, curso 1999/2000)

★

**60.** Un semidisco homogéneo de masa  $M$  y radio  $R$  se halla en equilibrio colgando de un hilo por un extremo  $B$  del diámetro de borde (ver figura). Una partícula de masa igual  $M$  impacta contra el semidisco, con velocidad  $v_0$  perpendicular al plano del mismo, en un punto  $A$  de la superficie del semidisco muy cerca del otro extremo del diámetro de borde. El coeficiente de restitución es  $e = 1/2$ . Se pide:

1. Razonar si, en el instante inmediatamente posterior al choque, la velocidad de un punto cualquiera del semidisco es necesariamente normal al mismo o no.
2. Calcular el movimiento del sistema (semidisco y masa) en el instante inmediatamente posterior al choque.
3. Obtener el valor de la percusión y la variación de la energía del sistema conjunto (semidisco y masa) como consecuencia del choque.



*(Examen parcial, curso 2000/2001)*

★