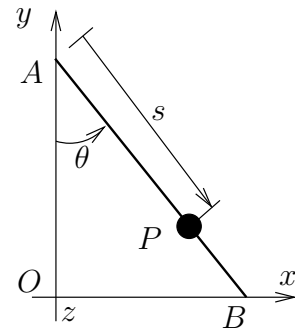


**33.** Una varilla  $AB$  de masa  $m$  y longitud total  $l$  se mueve en un plano vertical de forma que el extremo  $A$  desliza sobre la vertical y el extremo  $B$  desliza sobre una recta horizontal. Asimismo, una partícula  $P$  de masa  $m$  puede deslizar libremente sobre la varilla sin abandonarla (ver figura adjunta). No existe rozamiento entre ninguna de las partes móviles. En el instante inicial el sistema parte del reposo con  $\theta = 30^\circ$  y  $s = 0$ .

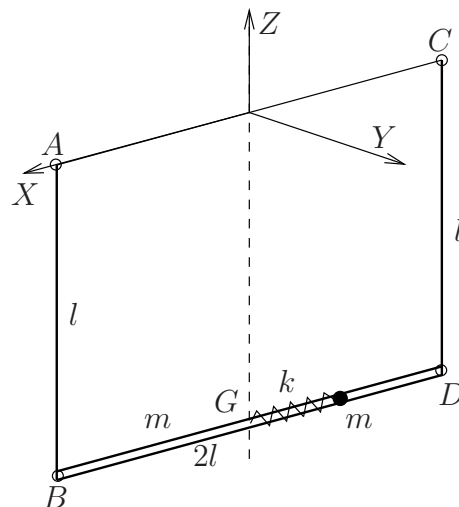


Se pide, en función de  $s$ ,  $\theta$  y sus derivadas:

1. Expresión de la lagrangiana del sistema formado por la varilla y la partícula.
2. Ecuaciones de Lagrange.
3. Integrales primeras del movimiento.

(Problema puntuable, 13/01/1998)

**34.** Un tubo  $BD$  de masa  $m$ , longitud  $2l$  y sección despreciable, tiene sus extremos articulados a dos varillas  $AB$  y  $CD$  de masa despreciable y longitud  $l$ . Los extremos  $A$  y  $C$  de las varillas están articulados y fijos en la misma horizontal. El centro  $G$  del tubo está obligado a moverse según la vertical.

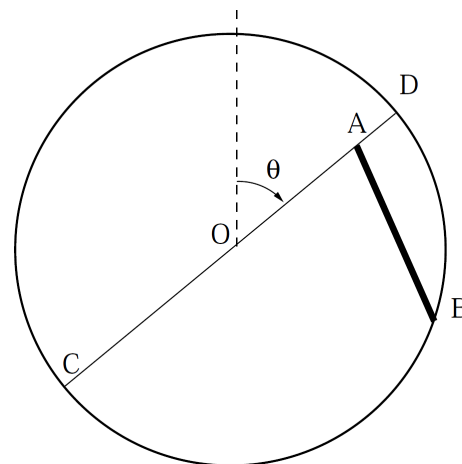


Por el interior del tubo se mueve sin rozamiento una masa puntual  $m$  unida a un muelle de constante  $k$  y longitud natural nula, que tiene el otro extremo anclado en  $G$ . Se pide:

1. Expresar la velocidad de  $G$  en función del ángulo girado por el tubo alrededor del eje  $Z$  vertical.
2. Expresión de la energía cinética del sistema.
3. Ecuaciones diferenciales del movimiento.

(Examen final, curso 1996/1997)

**35.** Un aro de radio  $R$  reforzado con un diámetro dado  $CD$  y momento de inercia conjunto respecto de  $O$  de valor  $I$ , se mueve en un plano vertical con su centro  $O$  fijo. Sobre el aro se mueve una varilla  $AB$  de masa  $m$  y longitud  $R$  de tal modo que el extremo  $A$  desliza sin rozamiento sobre el diámetro y el otro extremo  $B$  desliza sin rozamiento por el aro. Se pide:



1. Lagrangiana del sistema.
2. Ecuaciones diferenciales del movimiento.
3. Integrales primeras.
4. Calcular el par que hay que aplicar al aro para que su velocidad angular sea constante.

*(Examen Parcial y final, curso 2005/2006)*

---

**36.** Un aro de masa  $m$  y radio  $R$  puede girar alrededor de uno de sus diámetros, permaneciendo el diámetro siempre horizontal. A su vez en el aro está ensartada una partícula de masa  $m$  que puede deslizar por él.

Se pide:

1. Ecuaciones del movimiento.
2. Integrales primeras
3. Par que hay que aplicar al aro, para que el movimiento de giro sea con velocidad angular constante.

---