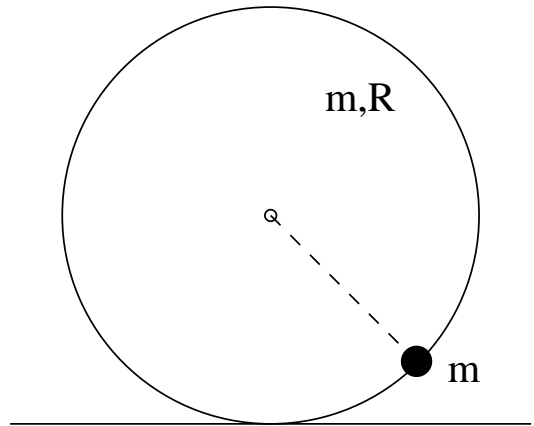


**25.** Un aro de masa  $m$  y radio  $R$  rueda sin deslizar sobre una recta horizontal, manteniéndose vertical en todo instante. Sobre él se mueve sin rozamiento una partícula de masa  $m$  con ligadura bilateral que no estorba la rodadura. Aplicando los teoremas de Newton-Euler, se pide:

1. Calcular la reacción que la recta ejerce sobre el aro y la reacción que el aro ejerce sobre la partícula, en función de los grados de libertad y sus derivadas.
2. Obtener las ecuaciones diferenciales del movimiento del sistema en función únicamente de los grados de libertad y sus derivadas, sin que en ellas aparezcan las reacciones.



(Examen final y parcial, curso 1999/2000)

---

★

**26.** Un sistema formado por dos masas puntuales  $M$  y  $m$  pesadas, unidas por una varilla rígida sin masa de longitud  $\ell$ , se mueve de forma que  $M$  está obligada a permanecer sobre el eje vertical fijo  $Oz$ , sin rozamiento, y  $m$  tiene el movimiento más general posible compatible con los enlaces descritos. Además sobre  $m$  actúa una fuerza horizontal constante  $F_0$  de atracción hacia  $Oz$ . Se pide:

1. Expresión de la energía mecánica total del sistema en un instante genérico, razonando si se conserva o no.
2. Expresión del momento cinético del sistema respecto al eje  $Oz$ , en un instante genérico, razonando si se conserva o no.
3. Ecuaciones diferenciales suficientes para definir el movimiento.
4. Reacción del eje  $Oz$  sobre  $M$  en un instante genérico.
5. ¿Qué fuerza necesitaremos aplicar a  $M$  para conseguir un movimiento uniforme de la misma?

(Examen parcial, curso 2002/2003)

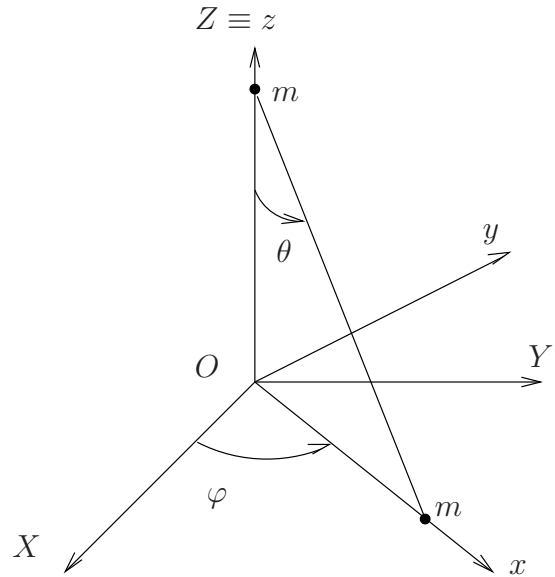
---

★

**27.** El sistema de la figura está constituido por dos masas puntuales iguales  $m$ , de las cuales una recorre el eje  $Oz$  y la otra se mantiene sobre el plano horizontal, conectadas por la barra  $AB$  sin masa, de longitud 1. No existen rozamientos.

En el instante inicial el sistema está en reposo, y la barra  $AB$  forma un ángulo de  $30^\circ$  con el plano horizontal. Bruscamente le comunicamos a  $AB$  una velocidad  $\omega_0$  alrededor del eje vertical y, a partir de este momento, el sistema comienza a moverse libremente, sujeto a sus enlaces.

Calcular cuál debe ser el valor de  $\omega_0$  para que la velocidad de  $B$  al llegar al plano horizontal sea  $\sqrt{2gl}$ .




---

★

**28.** Un sistema formado por dos partículas puntuales pesadas de masa  $M$  unidas por una varilla rígida sin masa de longitud  $l$ , se mueve de forma que una de las masas está obligada a permanecer sobre el eje vertical fijo  $OZ$  y la otra está obligada a permanecer en el paraboloides de revolución de eje  $z$  definido en coordenadas cilíndricas por  $z = \rho^2$ . Se pide:

1. Integrales primeras
2. Ecuaciones del movimiento
3. Reacción del eje  $Z$  sobre la partícula que se mueve sobre el eje  $Z$

---

★