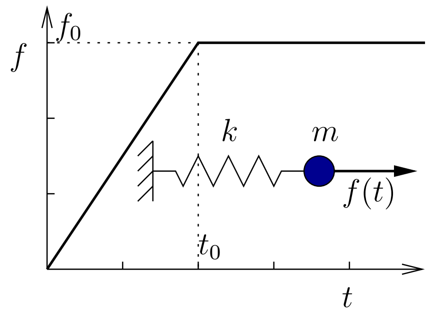
MECÁNICA

9. Se considera un sistema dinámico formado por una partícula de masa m y un resorte lineal de constante k, que une la partícula con un punto fijo. La partícula se puede mover sobre una recta horizontal. Estando la partícula en reposo y el resorte en su posición natural se aplica una fuerza f_0 mediante una rampa de duración t_0, manteniéndose constante después (ver figura). Se sabe que la duración de la rampa es tal que $t_0\omega_0 = 3\pi/2$, siendo ω_0 la frecuencia propia del sistema. Se pide:



1. Obtener la respuesta del sistema para $0 \leq t < t_0$.

2. Obtener la respuesta del sistema para $t_0 \leq t$.

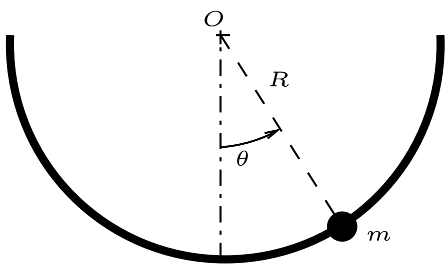
3. Calcular el factor de amplificación dinámica, definido como el cociente entre la máxima amplitud dinámica y la máxima amplitud en condición estática.

4. Repetir el cálculo de la respuesta para el caso 1 suponiendo que hay un amortiguamiento viscoso de valor el 5 % del crítico.

(Problema Puntuable, Curso 08/09)

⋆

10. Una partícula pesada de masa m se mueve en todo momento sobre un semiaro de centro O y radio R. Se pide:



1. En el supuesto que el semiaro se encuentre fijo. Expresar la ecuación del movimiento.

2. Bajo el supuesto anterior, linealizar la ecuación del movimiento, en el caso en que el movimiento sea pequeño con respecto a la posición de equilibrio. Integrar la ecuación suponiendo que se deja caer la partícula sin velocidad con un ángulo θ_0 con respecto a la vertical. Calcular el tiempo que tarda en alcanzar la posición inicial. En el caso que se deje caer sin velocidad desde un ángulo $2\theta_0$, cúal es el tiempo que tarda en alcanzar la posición inicial?

3. En el supuesto que al centro del semiaro se le imponga un movimiento horizontal $x(t) = A \operatorname{sen} \Omega t$ y que el movimiento tenga un amortiguamiento crítico ξ, expresar las ecuaciones del movimiento de la partícula en el supuesto que el movimiento sea pequeño con respecto a la posición de equilibrio

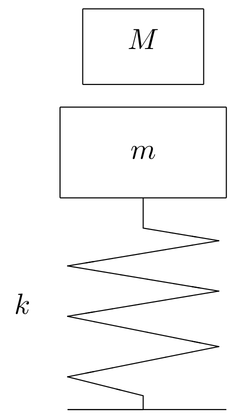
4. En este último caso, expresar la solución general de la ecuación, indicando la componente transitoria y estacionaria.

5. Para este último caso, calcular la frecuencia del la excitación Ω para la que el sistema entra en resonancia, calculando la amplitud máxima en este caso.

(Problema Puntuable, Curso 08/09)

⋆

11. Una balanza está formada por un platillo de masa m, sustentado por un resorte lineal sin amortiguamiento. Se sabe que al colocar el platillo en el resorte, éste sufre un descenso δ hasta la nueva posición de equilibrio. Con la balanza en reposo, cae sobre el platillo desde una altura h una masa $M = 3m$, siendo el choque perfectamente plástico (coeficiente de restitución nulo). Se pide:



a. Ecuaciones del movimiento subsiguiente.

b. Valor mínimo de h para que a lo largo del movimiento la masa se despegue del platillo (se debe considerar que después del primer choque la masa no queda adherida al platillo).

⋆

12. Un motor de 100 Kg de masa se apoya en un resorte de constante $k = 20000$ N/m y en un amortiguador viscoso de constante $c = 30$ N·m/s^{-1}. El motor posee una masa excéntrica de 0,06 Kg situada a $0,125$ m del eje de giro, de forma que la masa total del mismo es 100,06 Kg. Sabiendo que el motor está obligado a moverse verticalmente, se pide:

1. Deducir la ecuación diferencial del movimiento cuando el motor gira con velocidad constante Ω.

2. Sabiendo que en el instante inicial el sistema se encuentra en reposo, obtener el alargamiento del resorte en función del tiempo.

3. Calcular la velocidad angular del motor que hace que la amplitud de la oscilación sea máxima y el valor de dicha amplitud una vez alcanzado el régimen permanente.

4. Calcular la amplitud del regimen permanente cuando la velocidad angular del motor es de 5 Hz.

⋆