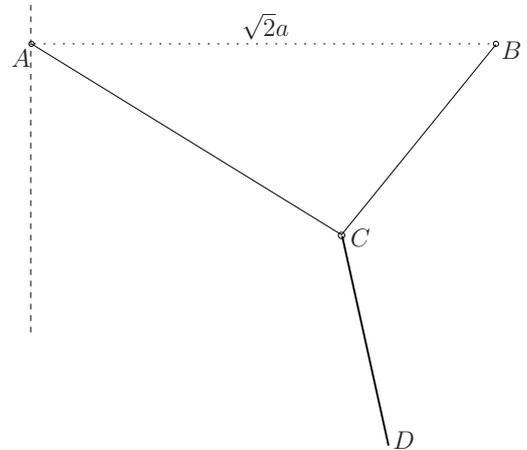


**69.** En un plano vertical se dispone de un hilo  $AB$  flexible, inextensible y sin peso, de longitud  $2a$  cuyos extremos están colocados en dos puntos fijos de una misma horizontal distantes entre sí  $a\sqrt{2}$ .

Una varilla  $CD$ , homogénea, pesada de longitud  $a$  y masa  $m$  cuelga por su extremo  $C$  deslizando por el hilo sin rozamiento.

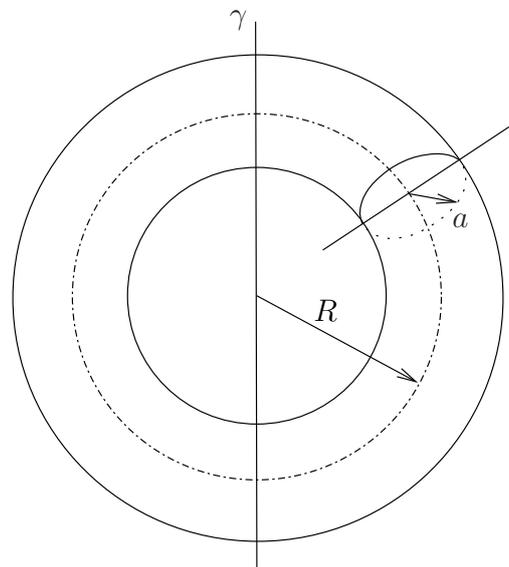
Sobre cada elemento de longitud  $ds$  de la varilla actúa, además del peso, una fuerza repulsiva horizontal proporcional al producto de la distancia del elemento a la vertical que pasa por  $A$ , por la longitud del elemento, siendo  $k$  la constante de proporcionalidad. Se pide:



1. Plantear las ecuaciones generales de la estática que resuelven el problema y que permiten determinar las posiciones de equilibrio y la reacción en el extremo  $C$  de la varilla.
2. Determinar la función de potencial de la que derivan las fuerzas directamente aplicadas y obtener a partir de aquella las ecuaciones que permiten calcular las posiciones de equilibrio, comprobando que son equivalentes a las obtenidas en el apartado anterior.

★

**70.** Una partícula pesada de masa  $m$  está obligada a moverse con ligadura bilateral lisa sobre una superficie toroidal cuya directriz es una circunferencia vertical fija de radio  $R$ , y su generatriz una circunferencia de radio  $a$ . Además del peso, sobre la partícula actúa una fuerza de repulsión proporcional a su masa y a su distancia a la recta vertical fija  $\gamma$  que pasa por el centro del toro, siendo  $\beta > 0$  la constante de proporcionalidad.



Se pide:

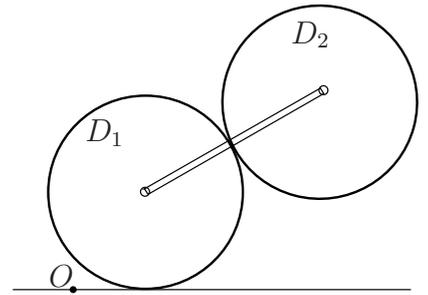
1. Obtener la expresión del potencial de las fuerzas aplicadas sobre la partícula;
2. Calcular todas las posiciones de equilibrio de la partícula en función del valor de  $\beta$ .

(Examen parcial, curso 2007-08)

★

**71.** Un sistema mecánico está compuesto por dos discos pesados  $D_1$  y  $D_2$  iguales, de masa  $m$  y radio  $R$  cada uno, que pueden moverse en un plano vertical fijo.

El disco  $D_1$  se apoya sobre una recta horizontal fija, mientras que el disco  $D_2$  se mantiene en contacto con  $D_1$ . Existe una varilla rígida sin masa de longitud  $2R$  que une los centros de los dos discos asegurando el enlace bilateral. Se supondrá que la recta horizontal no estorba el movimiento de  $D_2$ , que puede situarse en cualquier posición alrededor de  $D_1$ .



Por último, un cierto punto  $O$  de la recta repele a ambos discos con una fuerza cuya resultante es proporcional a la distancia al centro de cada disco, aplicada en dicho centro, con constante de proporcionalidad  $k = mg/R$ . Se pide

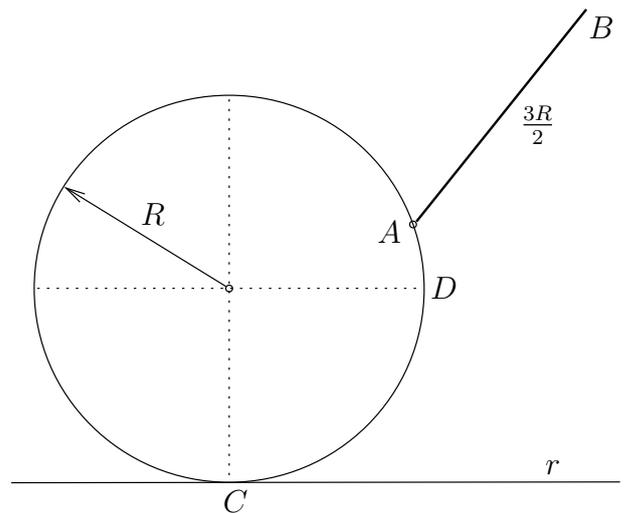
1. Calcular todas las posiciones de equilibrio del sistema.
2. Discutir la estabilidad de las posiciones de equilibrio en las que  $D_2$  se encuentra por encima de la recta horizontal.

(Examen Parcial, curso 2004-05)

★

**72.** Una varilla  $AB$  pesada de masa  $m$  y longitud  $3R/2$  se mueve contenida en todo momento en un plano vertical fijo, de forma que su extremo  $A$  puede deslizarse sobre una circunferencia fija de radio  $R$  en el mismo plano con ligadura bilateral lisa. Además del peso, actúa sobre la varilla una fuerza repulsiva distribuida proporcional a la masa y a la distancia que separa cada punto de la recta horizontal fija  $r$ .

Llamando  $y$  a dicha distancia, para cada elemento de masa esta fuerza vale  $df = ky dm$ , siendo la constante  $k = \frac{2g}{3R}$ .



Se pide:

1. Obtener todas las posiciones de equilibrio de la varilla;
2. Discutir la estabilidad de las posiciones de equilibrio en las que  $A$  se encuentra en algún punto perteneciente al cuadrante inferior derecho (arco  $CD$ ) de la circunferencia.

(Examen Final, curso 2004-05)

★