

MECÁNICA

26. Un punto P de masa m está sometido a una fuerza central. La velocidad forma siempre un ángulo $\pi/4$ con el radio vector y su módulo es $v = \sqrt{2}/r$. Hallar la ecuación de la trayectoria y el valor de la fuerza central en función de la distancia al polo de atracción.

En el instante inicial el radio vector es $r_0 = a$, y el ángulo polar es $\theta_0 = 0$.

★

27. Estudiar las condiciones iniciales de un satélite artificial que permanezca en la alineación Tierra-Luna (*NOTA: el estudio se realizará sin tener en cuenta la estabilidad del sistema*).

Masa de la Tierra igual a 81 veces la de la Luna.

Masa del satélite despreciable.

Distancia media (supuesta constante) Tierra-Luna igual a 384000 Km.

Periodo sidéreo de la Luna 27,333 días

★

28. Un punto P de masa m se mueve sin rozamiento sobre un plano, atraído por tres puntos A, B y O . Los puntos $A(a, 0)$ y $B(-a, 0)$ atraen a P con fuerzas inversamente proporcionales a los cuadrados de las distancias, de valores

$$F_A = -G \frac{Mm}{r_1^2}, F_B = -G \frac{Mm}{r_2^2}, \text{ siendo } r_1 = AP, r_2 = BP.$$

El punto O , origen de coordenadas, atrae a P con una fuerza proporcional a la distancia de valor:

$$F_O = -G \frac{Mm}{a^3} r_3; (r_3 = OP).$$

Es bien conocido el hecho de que un punto atraído por un centro fijo con fuerzas proporcionales a la distancia o inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia, puede tener una trayectoria elíptica.

Se sitúa el punto P en la posición $(2a, 0)$ y se le comunica una velocidad v_0 paralela al eje Oy . Se pide:

1. Valor que ha de tener v_0 para que, actuando solamente el centro atractivo A e inhibidos los otros dos, el punto P describa una elipse de focos A y B .
2. ¿Cuánto tiempo tardaría en recorrer la elipse completa con este movimiento?
3. ¿Con qué velocidad pasaría por los vértices de la elipse?
4. Valor que ha de tener v_0 para que actuando solamente el centro atractivo B , vuelva a recorrerse la citada elipse.
5. Valor que ha de tener v_0 para que actuando solamente el centro atractivo O , vuelva a recorrerse la misma elipse.
6. ¿Cuánto tiempo tardaría en recorrerse la elipse con este nuevo movimiento?
7. ¿Con qué velocidad pasaría por los vértices del eje menor?
8. Valor de la velocidad inicial que habría que comunicar al punto P para que, en presencia de los tres campos, describa la elipse mencionada.

★

29. Se está construyendo una estación espacial en órbita circular alrededor de la tierra a una altura de 1280 Km. El último envío de material se realiza mediante un satélite, de masa total 785 Kg, puesto en órbita a una altura de 480 Km sobre la tierra. Los cohetes del satélite pueden proporcionar un empuje máximo de 890 N, y se desea que en el momento del acoplamiento la velocidad relativa del satélite respecto a la estación espacial sea nula.

Se pide calcular:

1. Parámetros de la órbita del satélite.
2. Tiempo aproximado, en segundos, que deberán estar en funcionamiento los cohetes del satélite para que el acoplamiento pueda realizarse en la forma deseada.
3. Tiempo estimado desde el lanzamiento del satélite hasta el acoplamiento en las condiciones previstas.
4. Desfase angular entre las posiciones del satélite y de la estación en el momento del lanzamiento del primero, para asegurar que el acoplamiento se realice en la forma deseada.

(Radio de la tierra, 6400 Km; $g = 9'81 \text{ m/s}^2$).

_____★_____

30. Un cuerpo muy alejado del sol lleva una trayectoria rectilínea con velocidad respecto del sol de 2 UA/año. Si no fuera por la acción gravitatoria del sol, el cuerpo pasaría a una distancia de éste igual a 0,5 UA. Se pide:

1. Calcular la distancia mínima al sol.
2. Ángulo de desviación causado por el sol cuando el cuerpo esté de nuevo muy lejos.

_____★_____