

86. Un punto material de masa $m = 1 \text{ Kg}$ está obligado a permanecer en la superficie de un cono circular recto de eje vertical y semiángulo de 60° .

Se pide:

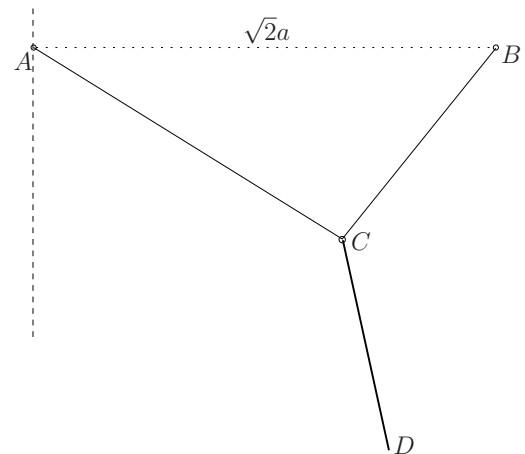
1. Plantear las ecuaciones canónicas de Hamilton.
2. Discutir la existencia de integrales primeras y proporcionar su significado físico.
3. En caso de encontrar alguna coordenada cíclica:
 - plantear las ecuaciones de Hamilton ignorando dicha coordenada
 - obtener las correspondientes ecuaciones mediante el método de Routh

★

87. En un plano vertical se dispone de un hilo AB flexible, inextensible y sin peso, de longitud $2a$ cuyos extremos están colocados en dos puntos fijos de una misma horizontal distantes entre sí $a\sqrt{2}$.

Una varilla CD , homogénea, pesada de longitud a y masa m cuelga por su extremo C deslizando por el hilo sin rozamiento.

Sobre cada elemento de longitud ds de la varilla actúa, además del peso, una fuerza repulsiva horizontal proporcional al producto de la distancia del elemento a la vertical que pasa por A , por la longitud del elemento, siendo k la constante de proporcionalidad. Se pide:



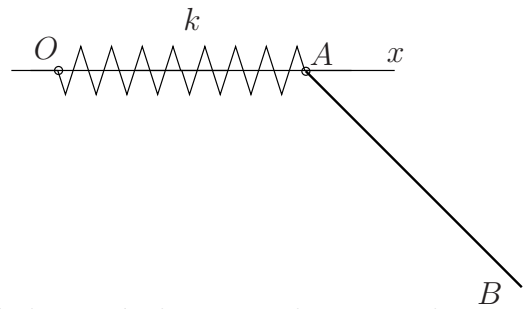
1. Plantear las ecuaciones generales de la estática que resuelven el problema y que permiten determinar las posiciones de equilibrio y la reacción en el extremo C de la varilla.
2. Determinar la función de potencial de la que derivan las fuerzas directamente aplicadas y obtener a partir de aquella las ecuaciones que permiten calcular las posiciones de equilibrio, comprobando que son equivalentes a las obtenidas en el apartado anterior.

★

88. Una varilla AB homogénea, pesada de masa m y longitud a , puede moverse en un plano vertical, de forma que su extremo A desliza sin rozamiento sobre la recta horizontal fija Ox .

El extremo A está unido al punto fijo O mediante un muelle de longitud natural cero y constante de rigidez k .

Además O repela a cada partícula de la varilla con una fuerza proporcional al producto de la masa de la partícula por su distancia al punto O , siendo la constante de proporcionalidad $k/2m$. Se pide:

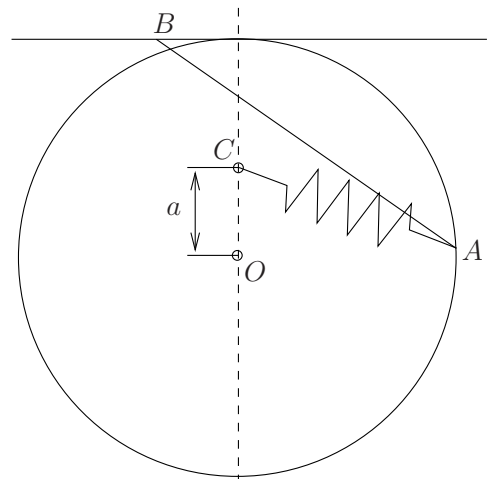


1. Determinar las posiciones de equilibrio de la varilla.
2. Comprobar las posiciones de equilibrio antes determinadas, a partir de la función de potencial.
3. Determinar las posiciones de equilibrio en el caso particular que $k = 8mg/a$.
4. Determinar la reacción sobre el extremo A en las posiciones de equilibrio.

★

89. Una varilla homogénea y pesada AB , de masa m y longitud $2R$ puede moverse de forma que su extremo A recorre una circunferencia lisa, con centro en O y radio R , y su otro extremo B desliza sin rozamiento por la horizontal que pasa por el punto más alto de la circunferencia.

También actúa un muelle AC de longitud natural b y coeficiente de rigidez k , que une el extremo A de la varilla con el punto fijo C , del diámetro vertical de la circunferencia y a distancia a por encima de O . Se pide:



1. Determinar el valor de k , conocidos m , g , a y R y $b = 0$, con objeto de que todas las posiciones de la varilla sean de equilibrio.
2. Calcular las reacciones en A y B en función de θ , utilizando el valor de k obtenido en el apartado anterior.
3. Determinar la posición de equilibrio que corresponde al caso particular $a = R$; $k = mg/R$; $b = 1/2R$

★

90. Dos puntos materiales de pesos P y Q que pueden resbalar a lo largo de una cónica de eje vertical, están unidos entre sí por un hilo flexible, inextensible y sin peso, de longitud l , que pasa por una pequeña polea situada en el foco O .

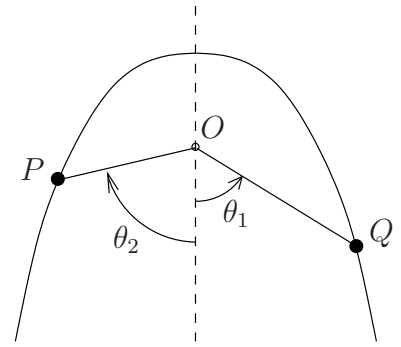
La ecuación de la cónica en coordenadas polares es

$$r = \frac{p}{1 - e \cos \theta}$$

siendo θ la anomalía del punto respecto a la vertical.

Se pide:

1. Calcular el trabajo virtual de las fuerzas directamente aplicadas en un desplazamiento que mantenga a los puntos materiales sobre la cónica, supuesto que no existe ligadura entre ellos.
2. Establecer la condición de ligadura y obligar que los desplazamientos del apartado anterior cumplan la condición. Obtenido dicho resultado, ¿cuál es la condición que debe cumplirse para que el equilibrio sea posible? ¿Cuáles son las posiciones de equilibrio del sistema?
3. Obtener el resultado anterior a través de la energía potencial del sistema formado por los puntos materiales y la ligadura impuesta por el hilo.
4. ¿Cuánto vale la tensión del hilo que une los dos puntos materiales?



★