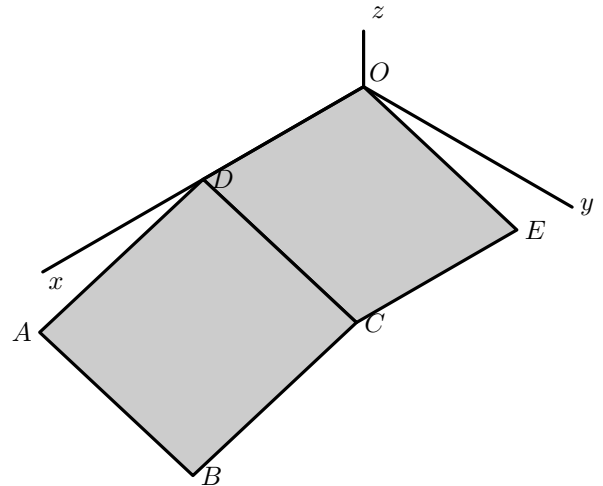


61. Un sistema está formado por dos placas cuadradas $ODCE$ y $DABC$, de lado a y masa m cada una. Las placas pueden moverse de modo que el lado OD está fijo en el eje x coincidiendo O con el origen y ambas placas están articuladas entre sí en el lado DC . Se pide:

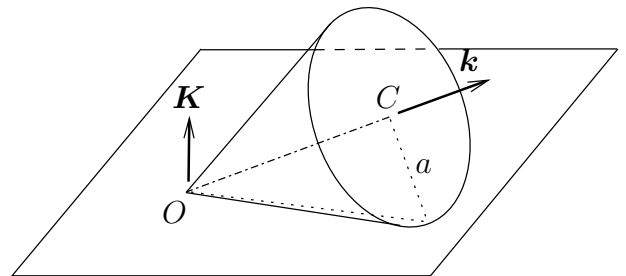


1. Grados de libertad y coordenadas generalizadas del sistema.
2. Tensor de inercia del cuadrado $DABC$ respecto del vértice D .
3. Ecuaciones diferenciales de segundo orden del movimiento.
4. Integrales primeras del movimiento.

(Examen final, curso 2005-06)

★

62. Se considera un cono de masa m , radio de la base a y semiángulo $\pi/6$ que permanece apoyado sobre un plano horizontal fijo y liso, de forma que puede pivotar y deslizar libremente, manteniéndose en contacto a través de una generatriz. En el instante inicial se impone al cono una rotación alrededor de su eje (O, \mathbf{k}) con velocidad ω_0 . A su vez se imprime una velocidad de rotación al eje del cono alrededor de la vertical \mathbf{K} de igual valor ω_0 . Se pide:



1. Estudiar las integrales primeras que existan obteniendo la expresión de las mismas.
2. Obtener la reacción del plano sobre el cono (se trata de una fuerza distribuida sobre la generatriz, equivalente a su resultante aplicada en un determinado punto de la misma, lo que habrá que calcular).
3. Obtener el valor de ω_0 que ocasionaría que el cono se levantase del plano por uno de los extremos de la generatriz de contacto. Interpretar cualitativamente el fenómeno mediante el efecto giroscópico, deduciendo cuál de los dos extremos se levantaría.

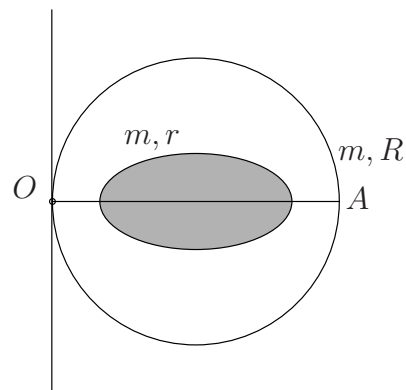
(Examen final, curso 2005-06)

★

63. Un sistema mecánico está compuesto de un aro de masa m y radio R y un disco de masa m y radio $r < R$.

El aro tiene un punto fijo O y puede girar libremente alrededor de una recta vertical fija que pasa por O , manteniéndose siempre vertical.

El disco está unido a lo largo de uno de sus diámetros en el centro del diámetro horizontal OA del aro, de forma que puede girar libremente alrededor de este. La figura adjunta proporciona una vista del sistema en el plano del aro que muestra al disco en perspectiva en una posición genérica.



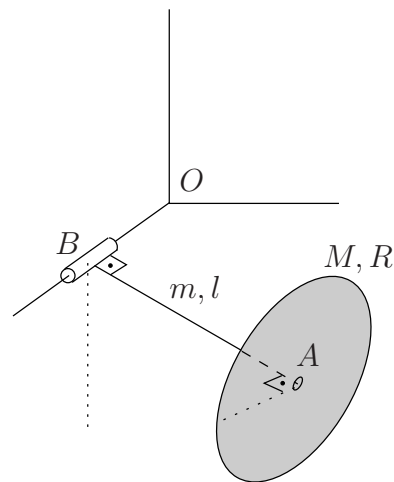
Se pide

1. Discutir la existencia de integrales primeras del movimiento, obteniendo las expresiones correspondientes caso de que existan.
2. Calcular el momento M que habría que ejercer sobre el aro para conseguir que su velocidad de rotación alrededor del eje vertical fuera constante.

(Problema puntuable, curso 2005-06)

★

64. Un sistema mecánico está formado por un disco de masa M y radio R , y una varilla de masa m y longitud l . El disco se encuentra unido perpendicularmente a un extremo (A) de la varilla, y puede girar libremente alrededor de ésta. Además, la varilla se mueve de forma que puede deslizar libremente en su otro extremo (B) a lo largo de una recta horizontal, manteniéndose en todo momento perpendicular a ésta. No existe fricción entre ninguna de las partes móviles del sistema.



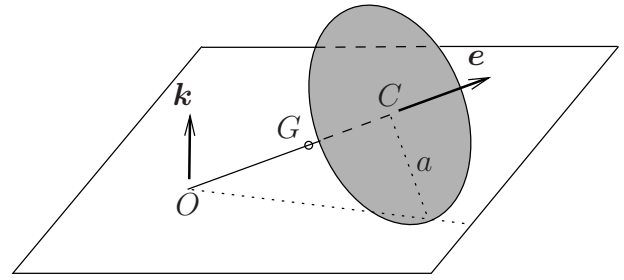
Se pide:

1. Determinar el número de grados de libertad del sistema, y elegir razonadamente un conjunto adecuado de parámetros que los representen;
2. Discutir la existencia de integrales primeras del movimiento y expresar éstas en función de los grados de libertad y sus derivadas;
3. Calcular las fuerzas de reacción sobre el extremo B de la varilla;
4. Calcular el momento ejercido sobre el extremo B de la varilla, necesario para que ésta permanezca en todo momento perpendicular a la recta sobre la que desliza.

(Examen parcial, curso 2003-04)

★

65. Un disco pesado, homogéneo de masa $m/2$ y radio a , tiene unida rígidamente y perpendicular a él una varilla OC de masa $m/2$ y longitud $a\sqrt{3}$ (ver figura). El sólido descrito rueda, pivota y desliza sobre un plano horizontal y liso, manteniéndose en todo momento en contacto con el mismo (tanto el extremo O de la varilla como el borde del disco apoyan siempre sobre el plano).



En el instante inicial se le comunica al sólido un movimiento tal que el centro de masas G tiene velocidad v_0 perpendicular a la varilla, y el vector velocidad angular vale: $\boldsymbol{\Omega}_0 = \omega_0(\mathbf{K} + \mathbf{e})$, siendo \mathbf{K} el versor vertical y \mathbf{e} el versor según la varilla. Se pide:

1. Justificar adecuadamente si se cumple o no la constancia del momento cinético respecto de G , o respecto de alguna recta que pase por G ;
2. Obtener las reacciones del plano sobre el sólido;
3. Relación entre v_0 y ω_0 para que O describa una cicloide, definiendo claramente dicha curva.

NOTA: Se denomina cicloide a la curva plana descrita por un punto de una circunferencia al rodar sin deslizar sobre una recta.

(Examen final, curso 2003-04)

★