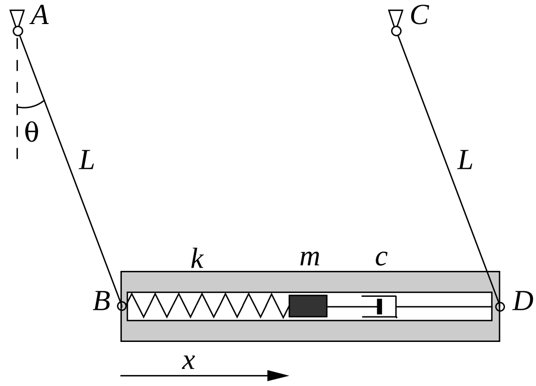
MECÁNICA

Práctica n.º 9 curso 2004-2005

41. El sistema de la figura está formado por dos varillas AB y CD de longitud L y masa M, articuladas en sus extremos A y C a sendos puntos fijos, y en sus extremos B y D a un bastidor de masa despreciable (ver figura). El bastidor tiene una ranura en la que se mueve sin rozamiento un oscilador lineal formado por una masa m, un resorte de rigidez k y un amortiguador viscoso de constante c. En el instante inicial la masa m se encuentra en reposo relativo al bastidor y las varillas AB y CD son perpendiculares a dicho bastidor. Se pide:

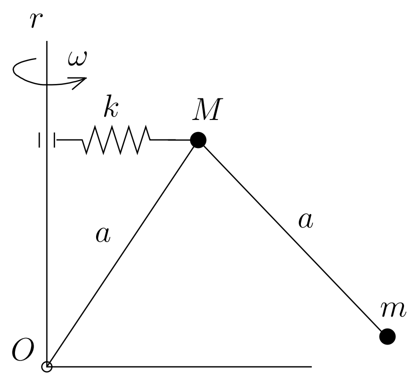


1. Considerando que las varillas pueden girar libremente, obtener las ecuaciones diferenciales del movimiento.
2. Suponiendo ahora que las varillas giran con velocidad angular impuesta $\dot{\theta} = \Omega$ constante, obtener la ecuación diferencial del movimiento de la partícula en el bastidor.

(Examen parcial 27/11/2004)

---

42. Un sistema está formado por dos partículas de masas M y m. La partícula M se encuentra unida a un punto fijo O a través de una varilla sin masa de longitud a. Además, esta partícula está sujeta mediante un resorte de constante k y longitud natural nula a una recta vertical fija (r) que pasa por O. La partícula m se encuentra unida a la partícula M mediante otra varilla sin masa de longitud a. Todo el conjunto de partículas, varillas y muelle se mueve en todo momento contenido en un plano vertical que gira con velocidad angular ω constante alrededor de la recta vertical r. Se pide:

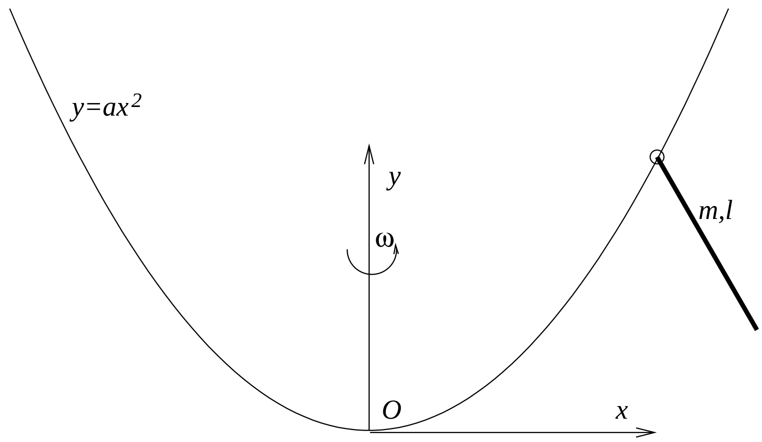


1. Deducir razonadamente el número de grados de libertad del sistema y seleccionar de forma justificada unas coordenadas generalizadas adecuadas.
2. Expresar la función Lagrangiana del sistema en función de las coordenadas del problema.
3. Ecuaciones diferenciales del movimiento.
4. Discutir la existencia de integrales primeras del movimiento y expresarlas en su caso.
5. Expresión de la reacción ejercida sobre la partícula m.

(Problema puntuable, 17/01/2001)

---

43. Una varilla delgada de masa m y longitud ℓ tiene un extremo ligado a una guía parabólica de ecuación $y = ax^2$, pudiendo deslizar libremente sobre la misma, así como girar permaneciendo dentro del plano de la parábola. A su vez, la guía parabólica tiene un movimiento impuesto de rotación alrededor del eje vertical fijo Oy con velocidad ω constante. Sobre la varilla actúa el campo gravitatorio simplificado. Se pide:



1. Expresión de las energías cinética y potencial de la varilla, en función de los grados de libertad escogidos.

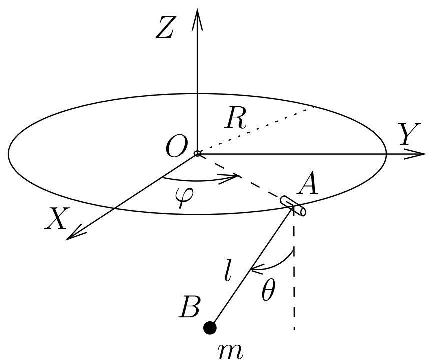
2. Ecuaciones de la dinámica de la varilla.

3. Discutir la existencia de integrales primeras y su significado.

NOTA: A efectos de obtener el movimiento de la varilla relativo al plano de la parábola, podrá sustituirse si se desea la rotación impuesta por una fuerza repulsiva dirigida desde el eje Oy a cada elemento de masa de la varilla, de magnitud el producto de la masa del elemento, la velocidad de rotación al cuadrado y la distancia del elemento al eje (fuerza centrífuga de inercia). *(Examen parcial 20/01/2004)*

⋆

44. Una partícula pesada de masa m se mueve unida mediante una varilla AB rígida, sin masa y de longitud l, a una rótula A de masa despreciable. A su vez, esta rótula A está obligada a permanecer en todo momento sobre una circunferencia horizontal fija de radio R. La rótula A actúa obligando a que la varilla se mueva contenida el plano vertical tangente por A a la circunferencia. Se pide:



1. Obtener las ecuaciones del movimiento mediante los métodos de la mecánica analítica.

2. Expresar las posibles integrales primeras del movimiento, e interpretarlas físicamente.

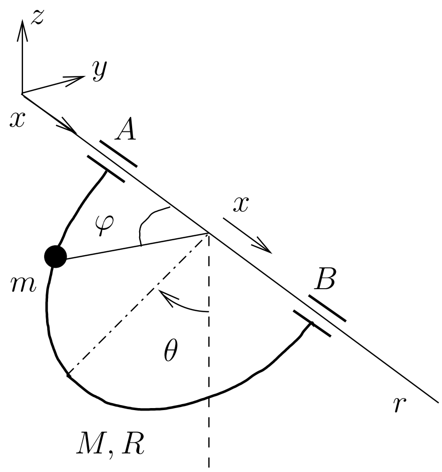
3. En el caso de que A se mueva con velocidad de módulo constante $|\boldsymbol{v}_A| = \omega R$, expresar el potencial de la fuerza de arrastre correspondiente a un sistema de referencia móvil con origen en A, con el eje z vertical y cuyo plano yz contiene en todo momento a la varilla AB.

4. Para la situación del apartado 3, expresar posibles integrales primeras del movimiento e interpretarlas físicamente.

(Problema puntuable, 18/01/2000)

⋆

45. Un semiaro pesado de masa M y radio R puede deslizar y girar sin rozamiento a lo largo de una recta horizontal fija r por su diámetro AB. Además, una partícula pesada de masa m desliza sin rozamiento ensartada en el semiaro. Se pide:



1. Expresiones de la energía cinética y potencial del sistema formado por la partícula y el semiaro.

2. Ecuaciones diferenciales del movimiento.

3. Expresar las posibles integrales primeras e interpretarlas físicamente.

4. Expresión de la reacción entre el aro y la partícula en función de las coordenadas generalizadas seleccionadas y sus derivadas.

(Examen final 14/06/1999)