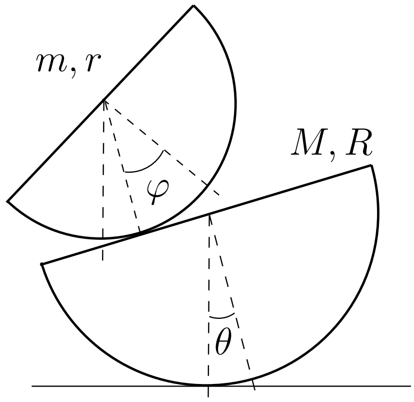
MECÁNICA

Práctica n.º 18

curso 2004-2005

86. Un semidisco homogéneo de radio R y masa M rueda sin deslizar sobre un suelo rugoso. Sobre este semidisco rueda sin deslizar otro de radio r y masa m, en la configuración que se muestra en la figura. Ambos semidiscos son del mismo material.
Se pide:



1. Expresión del potencial para una posición genérica, comprobando que la posición $\theta = 0, \varphi = 0$ es de equilibrio;

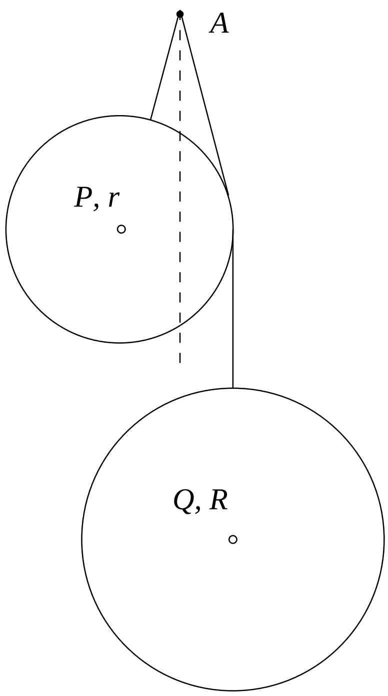
2. Discutir la estabilidad de esta posición en función de (R/r);

(Problema Puntuable, Curso 97-98)

⋆

87. Dos esferas homogéneas, de pesos P y Q, y radios respectivos r y R, están conectadas entre sí mediante un hilo inextensible, de gran longitud y peso despreciable, cuyos extremos van unidos a sendos puntos de sus superficies. El hilo pasa sobre una pequeña polea lisa A. Se desea que el conjunto quede en equilibrio, según la disposición esquematizada en la figura (sin existir rozamiento entre hilo y esfera).

Se pide:



1. Demostrar que la vertical por A debe ser bisectriz de los dos ramales del hilo, así como que el ramal izquierdo debe estar alineado con el centro de la esfera.

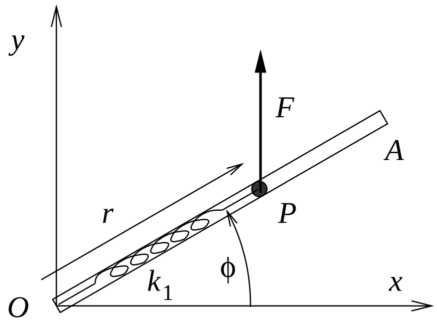
2. Para el caso $Q = 2P$, determinar la configuración de equilibrio.

3. Demostrar que para que exista el equilibrio deseado, P debe ser menor que Q, pero mayor que $Q(\sqrt{2} - 1)$.

4. Obtener la expresión analítica del potencial y demostrar que las posiciones de equilibrio posibles son estables.

⋆

88. El sistema material de la figura, situado en un plano horizontal Oxy, está compuesto por:



a) varilla OA de longitud a, articulada en el punto fijo O;

b) punto material P que desliza libremente por la varilla.

El punto P está unido a O mediante un resorte elástico de longitud natural nula y constante k_1. Adicionalmente, actúa sobre P una fuerza de valor constante F en la dirección del eje y. Sobre la varilla actúa una fuerza atractiva por unidad de longitud de la misma desde el eje Ox, proporcional al cuadrado de la distancia con constante k_2. Es decir, para un elemento de longitud $\mathrm{d}\xi$ esta fuerza vale

$$\mathrm{d}\boldsymbol{f} = -k_2 y(\xi)^2 \mathrm{d}\xi \, \boldsymbol{j} \, .$$

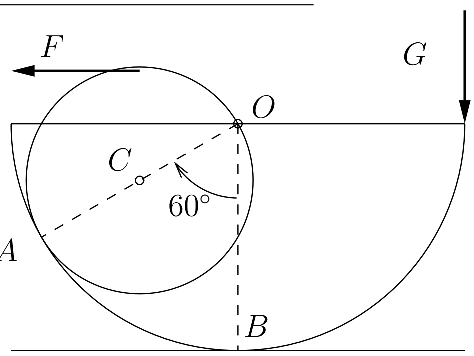
Se admitirá que la barra permanece en el cuadrante Ox^+y^+, es decir $0 \leq \phi \leq \pi/2$.

Se pide:

1. Ecuaciones que definen las condiciones de equilibrio.
2. Obtener las posiciones de equilibrio para los valores $k_1 = 8F/a$, $k_2 = F/a^3$.
3. Reacción de la varilla sobre la partícula para las posiciones de equilibrio que cumplan $0 < \phi < \pi/2$.
4. Estudiar la estabilidad de todas las posiciones de equilibrio obtenidas en el punto 2.

⋆

89. Un semiaro circular de radio R se apoya en un suelo horizontal según indica la figura. El semiaro tiene masa M y está obligado a rodar sin deslizar sobre el suelo.



Otro aro (completo) de masa m y radio $1/2R$ está obligado a rodar sin deslizar sobre el anterior. La línea de los centros de ambas circunferencias forma un ángulo de 60° con la vertical, como se ve en la figura.

Además de los pesos, hay dos fuerzas activas actuando del siguiente modo:

- Fuerza F, actúa en el punto más alto del aro menor con dirección horizontal y sentido de la figura.
- Fuerza G, actuando en el punto más a la derecha del semiaro, con dirección vertical.

Se pide:

1. Hallar los valores de F y G para que la configuración de la figura sea de equilibrio.
2. En el caso de que el no deslizamiento se asegure mediante rozamiento, hallar cuál debe ser el mínimo valor de cada uno de los dos coeficientes para que el equilibrio subsista.

⋆

90. Un disco homogéneo, de peso P y radio r, descansa sobre un suelo horizontal rugoso. Una barra homogénea AB, de peso Q y longitud $4r$, está articulada en A a un punto fijo del suelo y se apoya sobre el disco, dentro del mismo plano vertical que contiene a éste. Se supone que entre barra y disco existe el mismo rozamiento que entre disco y suelo. Se pide:

1. Si la distancia de A al punto de contacto disco-suelo es $3r$, calcular el valor mínimo del coeficiente de rozamiento k para que haya equilibrio.
2. Si $k = \sqrt{3}/3$, calcular el máximo valor que puede tener el ángulo entre barra y suelo.