

**71.** Un aro homogéneo de masa  $m$  y radio  $R$  rueda sin deslizar sobre un plano horizontal rugoso de forma que se encuentra en posición vertical y su centro  $A$  describe una trayectoria rectilínea con velocidad  $v_A$ .

En un cierto instante, una partícula de masa  $m$  choca con el aro en dirección perpendicular a su plano con velocidad  $v_0$  y se queda adherida en él. Se supone que en la impulsión el aro rueda sin deslizar sobre el suelo, aunque puede pivotar libremente sobre éste.

Se pide:

1. Movimiento instantáneo del aro y de la partícula inmediatamente después del impacto.  
NOTA: bastará expresar las ecuaciones para resolver el campo de velocidades, no siendo imprescindible la resolución explícita de las mismas.
2. Calcular el valor de la percusión vertical que ejerce el suelo sobre el aro en función del lugar de impacto de la partícula sobre el aro.
3. Calcular el lugar geométrico de los puntos del aro en los que debe incidir la partícula para que aquél no tienda a despegarse del suelo inmediatamente después del impacto. Calcular también el punto en el que debe impactar la partícula para que se produzca la máxima percusión vertical.

*(Examen final, 11/09/2000)*

★

**72.** Consideremos un cono de revolución de semiángulo cónico  $\alpha$  que puede rodar sin deslizar sobre una plataforma circular horizontal, coincidiendo en todo momento el vértice del cono, con el centro de la plataforma.

La plataforma puede girar libremente alrededor de un eje vertical. En un instante determinado el cono y la plataforma se encuentran en reposo y aplicamos súbitamente a la plataforma una rotación  $\omega_0$  alrededor de un eje.

Se pide

1. Hallar la energía cinética posterior del cono, si denominamos  $A$  el momento de inercia del cono respecto a una recta perpendicular a su eje por el vértice y  $C$  el momento de inercia respecto a su eje.
2. Calcular los momentos de inercia  $A$  y  $C$ .

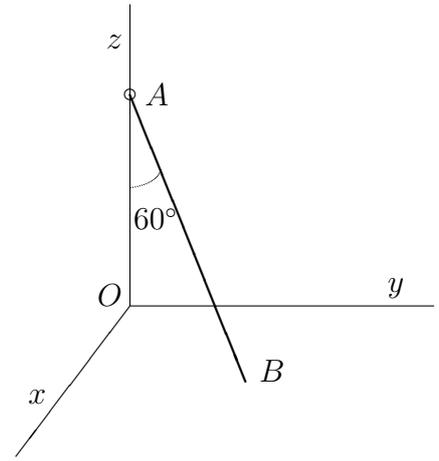
★

**73.** Una barra homogénea de longitud  $AB = 2l$  y masa  $m$  se mueve con su extremo  $A$  obligado a deslizar sin rozamiento sobre un eje vertical  $Oz$ . Inicialmente la barra forma un ángulo  $\theta = 60^\circ$  con la vertical y se deja caer sin velocidad desde una altura  $z_A = 2l$ , chocando mediante el extremo  $B$  con el plano horizontal fijo  $Oxy$ , de forma perfectamente elástica.

Se pide:

1. Movimiento instantáneo de la barra después del choque;
2. Impulsión reactiva producida en  $A$ .

(Examen Final, 28 de junio de 1996)



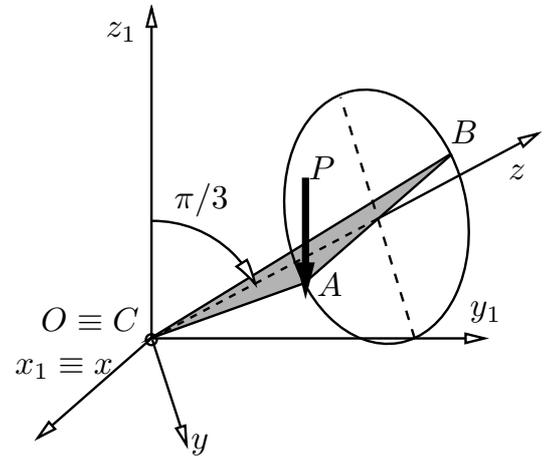
**74** Un sólido está constituido por una placa en forma de triángulo equilátero homogéneo  $ABC$  de lado  $2a$  y masa  $m$  unida a un aro sin masa de radio  $a$ . El plano de la placa y el aro son perpendiculares y el lado  $AB$  es un diámetro de éste, formando un único sólido rígido.

El sólido así definido se coloca con el vértice  $C$  obligado a permanecer en el origen de coordenadas  $O$  mediante una articulación esférica. Asimismo el aro está obligado a rodar sin deslizar por el plano horizontal  $Ox_1y_1$ , existiendo fuerzas de ligadura solamente según la tangente al aro y según la normal al plano, pero no según la recta que une el punto de contacto con  $O$ . En la posición inicial el diámetro  $AB$  está horizontal y el sólido en reposo. En este estado se le aplica una percusión vertical descendente de valor  $P$  en el punto  $A$ .

Se pide

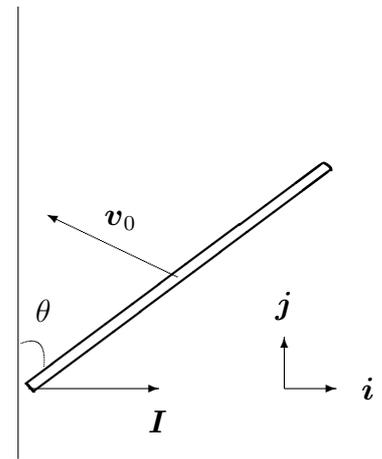
1. Tensor de inercia del sólido empleando las coordenadas del triedro  $Oxyz$  ligado al sólido.
2. Obtener la velocidad angular del sólido y su energía cinética después de la percusión.
3. Percusión reactiva que aparece en el contacto entre el aro y el plano  $Ox_1y_1$ .
4. Obtener las expresiones de la velocidad angular  $\Omega$  y de la energía cinética del sólido en un instante genérico del movimiento posterior a la impulsión.
5. Obtener la reacción del plano sobre el aro en un instante genérico, expresada en función del ángulo de precesión  $\psi$

(Examen final, 9/09/2002)



75. Una varilla homogénea de longitud  $l$  se mueve en un plano horizontal con velocidad  $v_0$  de traslación (sin giro). Impacta por un extremo contra una pared lisa, con la que la varilla forma un ángulo  $\theta$ , con coeficiente de restitución  $e$ . Se pide:

1. Movimiento de la varilla después del choque.
2. Energía cinética de la varilla después del choque.
3. En el caso particular en que  $e = 1$  y la velocidad de la varilla sea perpendicular a la pared, determinar el ángulo  $\theta$  para que la varilla adquiera la máxima velocidad angular posible después del choque.



*Examen Final, 19/01/1996)*

★