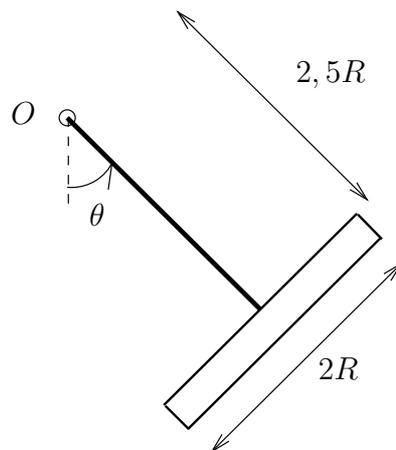


66. El dispositivo de la figura está constituido por un disco de masa M y radio R que se encuentra unido a un punto fijo O mediante una barra sin masa cuya longitud es $(5/2)R$. En la articulación situada en O se dispone de un motor de manera que la velocidad de rotación propia, $\dot{\phi}$, y la velocidad de precesión, $\dot{\psi}$, son constantes en todo instante. Se pide:



1. Estudiar si es posible que el movimiento tenga lugar manteniendo un ángulo de nutación θ constante.
2. En caso afirmativo, calcular el rango de valores de la velocidad de rotación propia para que dicho movimiento estacionario sea posible.

_____*

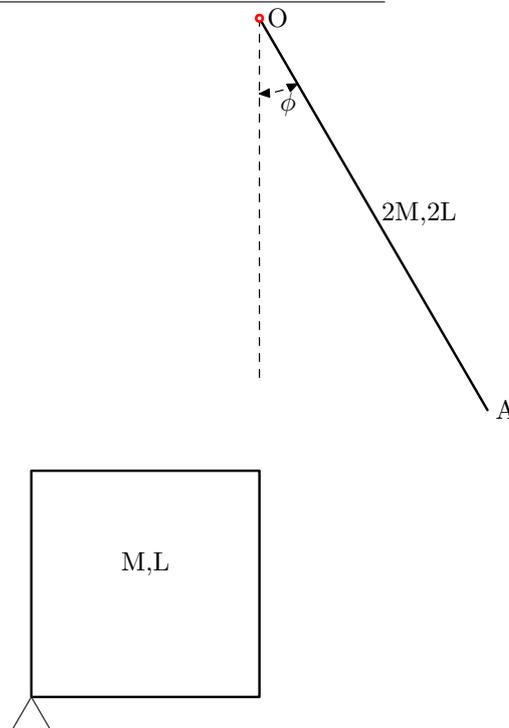
67. Para el movimiento estacionario estudiado en el problema anterior, estudiar la estabilidad para pequeñas perturbaciones del ángulo de nutación.

_____*

68. El cuadrado de la figura tiene masa m , lado L y está apoyado en un plano horizontal fijo a la vez que articulado en su vértice inferior izquierdo. La varilla OA tiene masa $2m$, longitud $2L$ y está articulada en su extremo O . Se deja caer desde la posición indicada y choca con el cuadrado en su vértice superior derecho siendo el choque perfectamente elástico.

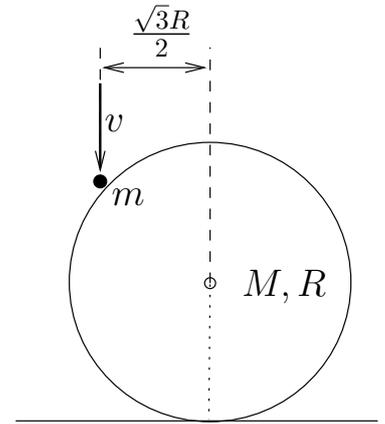
Se pide:

1. Valor del ángulo ϕ para que el cuadrado llegue a volcar.
2. Para el valor de ϕ calculado:
 - a) Valor de las percusiones que se producen.
 - b) Campo de velocidades en el instante inmediatamente posterior al choque.



_____*

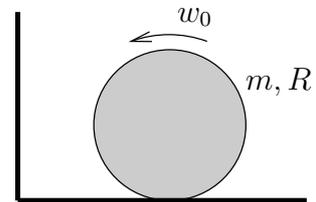
69 Un disco homogéneo de masa M y radio R contenido en un plano vertical puede rodar sin deslizar sobre una recta horizontal. Estando el disco en reposo recibe el impacto de una partícula de masa m con velocidad vertical v en un punto de su perímetro a una distancia $\sqrt{3}R/2$ del centro del disco, siendo este choque liso y con coeficiente de restitución e . Se admite que en el contacto del disco con la recta horizontal existe el rozamiento suficiente para que no se produzca deslizamiento debido a la impulsión. Se pide:



1. definir el movimiento de la partícula y del disco en el instante posterior al choque;
2. obtener el coeficiente de rozamiento necesario en el contacto del disco con la recta para que se mantenga la hipótesis hecha de rodadura sin deslizamiento.

★

70. Un disco homogéneo de masa m y radio R rueda sin deslizar sobre un plano horizontal *liso* con velocidad angular w_0 , manteniéndose vertical en todo momento. En un cierto instante choca con una pared vertical rugosa, de forma que el coeficiente de restitución según la normal a la pared es e_n y según la tangente es e_t .



Se pide:

1. Demostrar que el disco, inmediatamente después del impacto, se levanta del suelo.
2. Determinar el campo de velocidades del disco inmediatamente después del choque y la magnitud de las percusiones que aparecen.
3. En el caso de que $e_n = 1$, calcular el coeficiente de rozamiento mínimo (μ_{\min}) que debe tener la pared vertical para que el disco quede sin velocidad angular después del choque.
4. Calcular la altura máxima del bote que se produce después del impacto, y la distancia a la que se produce el siguiente contacto con el suelo (para las condiciones del apartado anterior).

(Examen final, 13/09/1999)

★