

51. Una caja de masa M kg está llena de una masa m kg de arena. Se coloca en reposo sobre un plano liso inclinado un ángulo θ . Por un agujero de la caja se escapa la arena hacia abajo con una velocidad relativa ω m/s a razón de k kg/s. Suponiendo que ω y k se mantienen constantes, se pide: calcular la velocidad de la caja cuando ha salido toda la arena.

★

52. Un cohete de 2000 toneladas debe despegar de la tierra. La salida de los gases de la combustión se realiza con una velocidad de 1000 m/s. Calcular el consumo mínimo de combustible por segundo para que despegue inmediatamente de comenzar el funcionamiento.

Supuesto que el consumo sea 1,5 veces el mínimo calculado, estudiar el movimiento en la fase de despegue, esto es, mientras no se aleja demasiado de la tierra y puede considerarse la gravedad constante. Despreciar la resistencia del aire.

★

53. Se considera un segmento de paraboloides macizo, homogéneo y de masa m

$$z = \frac{h}{R^2}(x^2 + y^2)$$

$$z \leq h$$

Se pide:

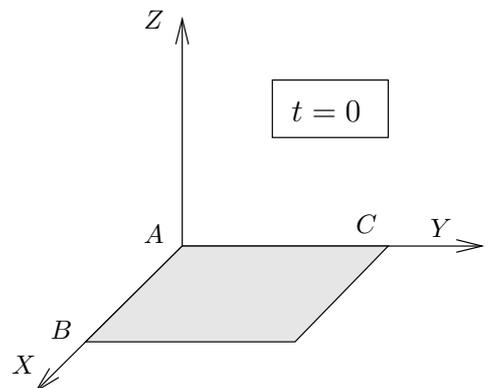
1. Tensor de inercia en el vértice.
2. Posición de su centro de masas.
3. Tensor central de inercia.
4. Relación entre R y h para que el tensor central sea esférico.
5. Determinar en éste último caso los ejes principales en cualquier punto del espacio.

★

54. Una placa cuadrada homogénea de lado a cae bajo la acción de la gravedad de forma que el vértice A permanece fijo y la arista AB siempre permanece contenida en el plano XY . En el instante inicial, la placa está contenida en el plano XY y la arista AB coincide con el eje X .

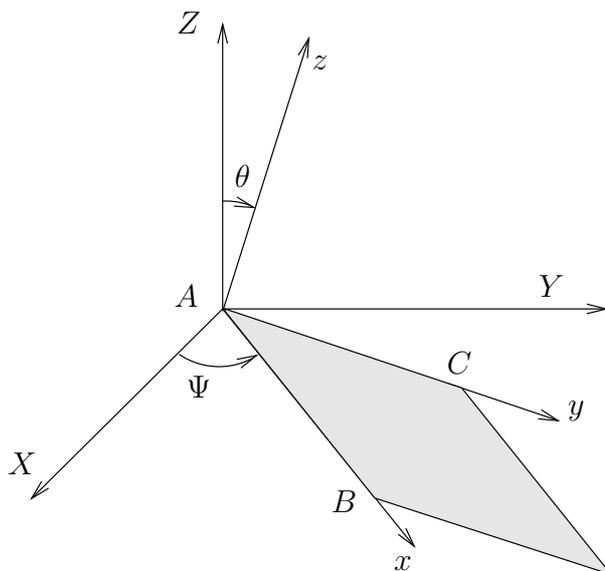
Se consideran dos sistemas de referencia: uno fijo (XYZ) y uno móvil ligado a la placa (xyz) de forma que en todo momento el eje x coincide con la arista AB , el eje y con la arista AC y el eje z es perpendicular al plano de la placa por A .

Una posición genérica está totalmente determinada con los parámetros Ψ y θ de la Figura.



Se pide:

1. Calcular \mathbf{I}_A expresado en el triedro del cuerpo (xyz).
2. Expresar la velocidad angular absoluta $\boldsymbol{\Omega}$ en una posición genérica en el triedro (xyz).
3. Expresar \mathbf{H}_A en el triedro (xyz) en una posición genérica.
4. Expresar las integrales primeras $T + V = \text{cte.}$ y $\mathbf{H}_A \cdot \mathbf{K} = \text{cte.}$ (\mathbf{K} es el vector unitario fijo según el eje Z).
5. Expresar el momento de las fuerzas externas \mathbf{H}_A y plantear las ecuaciones de Euler de la dinámica, todo ello en el triedro (xyz).
[Se resolverá en la siguiente práctica]



(Problema Puntuable 7/03/1997)

55. Sea I_O el tensor de inercia de un cubo homogéneo (de masa M y lado b) respecto de uno de sus vértices O , expresado en unos ejes paralelos a las aristas.

Diagonalizar I_O mediante la rotación del sistema de referencia.
