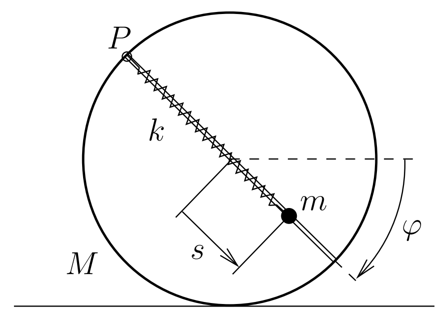
MECÁNICA

Práctica nº 9 curso 2002-2003

41. Un disco de radio R y masa M se mueve en todo momento en un plano vertical y rueda sin deslizar sobre una recta horizontal.

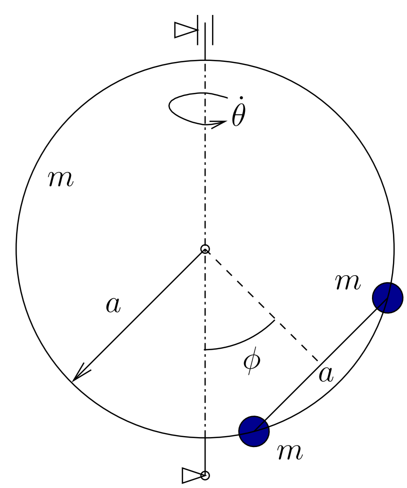
En el disco existe una ranura diametral lisa en la que se mueve una partícula pesada de masa m, que está unida a un punto P de la periferia mediante un resorte de constante elástica k y longitud natural R.



Se pide:

1. Razonar si los parámetros (φ, s) que se muestran en la figura forman un conjunto de coordenadas independientes. En cualquier caso definir con precisión otro conjunto de parámetros diferentes de los anteriores que lo sea.
2. Expresar las energías cinética y potencial de la partícula y el disco.
3. Ecuaciones de Lagrange del movimiento.
4. Discutir la existencia de integrales primeras.

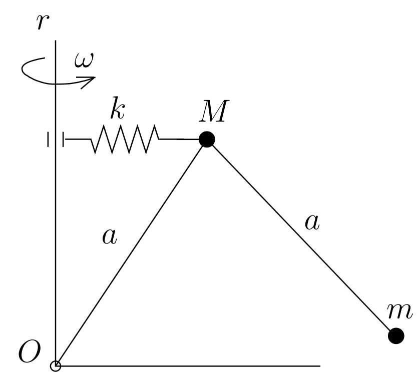
42. El sistema de la figura consta de dos masas puntuales m, unidas por una varilla rígida y sin masa de longitud a, y ensartadas con ligadura bilateral lisa en un aro de radio a y masa m. El aro tiene un diámetro vertical que permanece fijo, pudiendo girar alrededor del mismo. Se pide:



1. En la hipótesis de que el giro $\dot{\theta}$ alrededor del eje vertical sea libre: a) Ecuaciones diferenciales del movimiento y b) integrales primeras, caso de haberlas.
2. En la hipótesis de que el aro tenga una velocidad impuesta constante $\dot{\theta} = \omega$, a) ecuación diferencial del movimiento relativo al aro, b) valor de ω para que exista una posición de equilibrio relativo para $\phi = 30°$, y c) discutir la conservación de la energía y la existencia de integrales primeras.

(Examen Parcial, enero 2002)

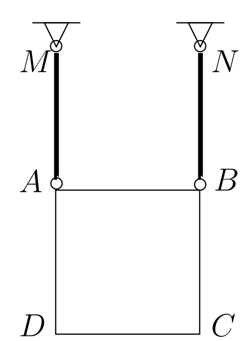
43. Un sistema está formado por dos partículas de masas M y m. La partícula M se encuentra unida a un punto fijo O a través de una varilla sin masa de longitud a. Además, esta partícula está sujeta mediante un resorte de constante k y longitud natural nula a una recta vertical fija (r) que pasa por O. La partícula m se encuentra unida a la partícula M mediante otra varilla sin masa de longitud a. Todo el conjunto de partículas, varillas y muelle se mueve en todo momento contenido en un plano vertical que gira con velocidad angular ω constante alrededor de la recta vertical r.



Se pide:

1. Deducir razonadamente el número de grados de libertad del sistema y seleccionar de forma justificada unas coordenadas generalizadas adecuadas.
2. Expresar la función Lagrangiana del sistema en función de las coordenadas del problema.
3. Ecuaciones diferenciales del movimiento.
4. Discutir la existencia de integrales primeras del movimiento y expresarlas en su caso.
5. Expresión de la reacción ejercida sobre la partícula m.

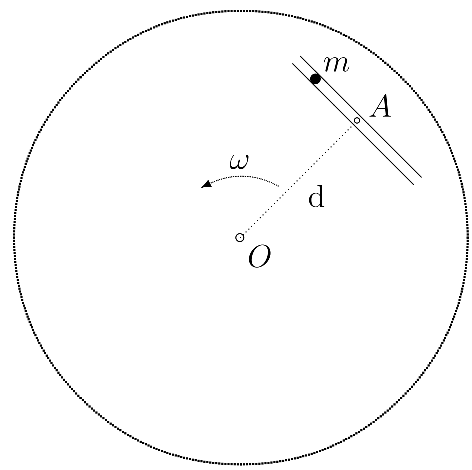
44. Una placa cuadrada $ABCD$ de lado l y masa m se encuentra unida por A y B a dos barras MA y NB de longitud l y masa despreciable. Dichas barras se encuentran articuladas en sus extremos, y tienen impedidos los movimientos de los puntos M y N. Las barras MA y NB pueden moverse dentro de un plano vertical, mientras que la placa además puede girar libremente alrededor de AB.



Se pide obtener las ecuaciones diferenciales del movimiento discutiendo la existencia de integrales primeras.

(Examen final, junio 2001)

45. Un disco horizontal gira con velocidad ω constante alrededor de un eje vertical por su centro O. En el disco existe una ranura recta, situada a una distancia d de O, en la cual se mueve una masa puntual m. Entre dicha masa y el pie A de la perpendicular por O a la ranura existe un resorte lineal que une m con A, de constante k y longitud natural nula. Se pide



1. Obtener la Lagrangiana y ecuación de Lagrange del sistema.

2. En el caso que exista alguna integral primera, obtener ésta. Razonar si se conserva o no la energía total del sistema.

3. Calcular la reacción que establece el enlace bilateral mediante multiplicadores de Lagrange, así como el momento necesario para mantener la velocidad angular ω constante.

4. Repetir los apartados 2 y 3 en el supuesto en el que el disco pueda girar libremente, sin que tenga un movimiento impuesto con ω constante.

⋆