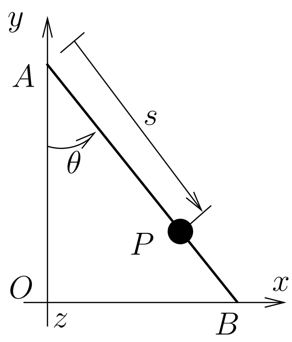
MECÁNICA

Práctica nº 7 curso 2002-2003

31. Una varilla AB de masa m y longitud total l se mueve en un plano vertical de forma que el extremo A desliza sobre la vertical y el extremo B desliza sobre una recta horizontal. Asímismo, una partícula P de masa m puede deslizar libremente sobre la varilla sin abandonarla (ver figura adjunta). No existe rozamiento entre ninguna de las partes móviles. En el instante inicial el sistema parte del reposo con $\theta = 30°$ y $s = 0$.



Se pide, en función de s, θ y sus derivadas:

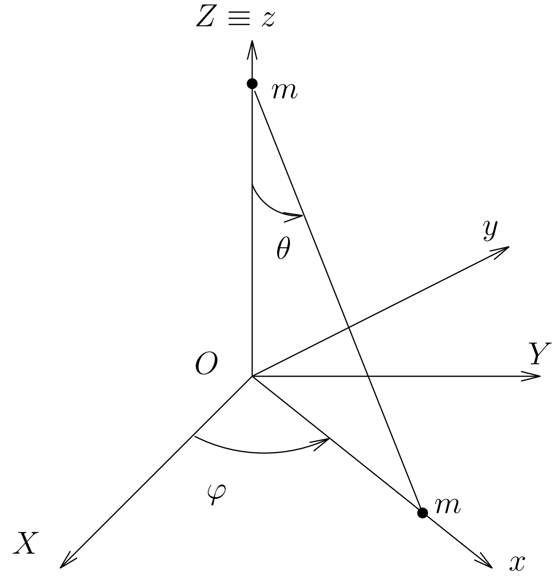
1. Expresión de la velocidad absoluta de la partícula P.
2. Expresión del momento cinético del conjunto varilla+partícula en O.
3. Ecuación del momento cinético en O.
4. Ecuaciones de la cantidad de movimiento de la varilla AB
5. Ecuaciones de la cantidad de movimiento de la partícula P
6. Expresar las ecuaciones del movimiento como dos ecuaciones diferenciales en las que intervengan exclusivamente s, θ y sus derivadas.

Nota: Expresar todas las magnitudes pedidas en el triedro fijo ($Oxyz$) de la figura.
(Problema Puntuable, Curso 97/98)

32. El sistema de la figura está constituido por dos masas puntuales iguales m, de las cuales una recorre el eje Oz y la otra se mantiene sobre el plano horizontal, conectadas por la barra AB sin masa, de longitud 1. No existen rozamientos.

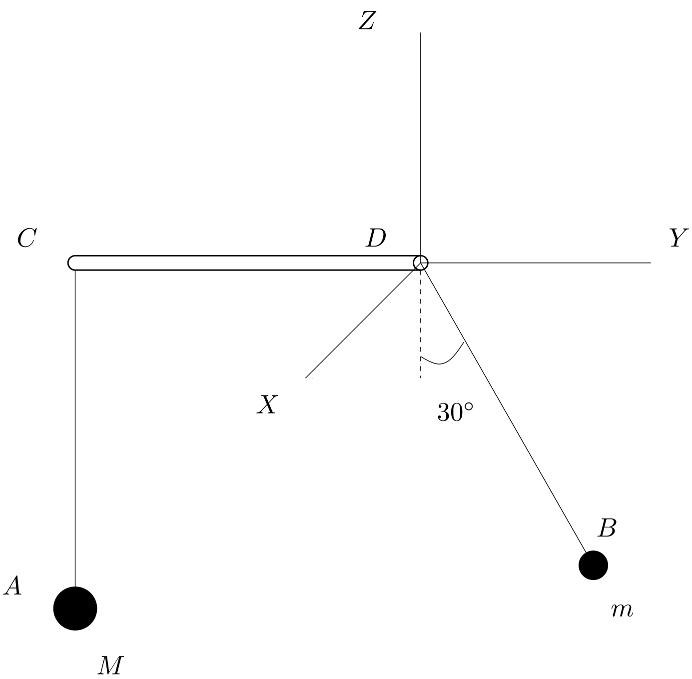
En el instante inicial el sistema está en reposo, y la barra AB forma un ángulo de 30° con el plano horizontal. Bruscamente le comunicamos a AB una velocidad ω_0 alrededor del eje vertical y, a partir de este momento, el sistema comienza a moverse libremente, sujeto a sus enlaces.

Calcular cuál debe ser el valor de ω_0 para que la velocidad de B al llegar al plano horizontal sea $\sqrt{2gl}$.



(Ejercicio 33, Curso 97/98)

33. Un hilo AB (flexible, inextensible y de masa despreciable) de longitud $3b$ pasa a través de un tubo CD (fijo, horizontal y liso) de longitud b. En los extremos del hilo están sujetas sendas partículas, de masa M la que se encuentra en A, y de masa m la que se encuentra en B. En la situación inicial se cumple:



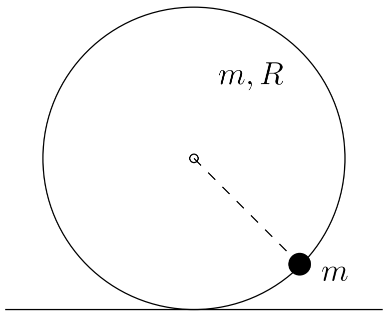
- El hilo sobresale por igual por ambos extremos del tubo (con lo que $AC = CD = DB = b$)
- Todo el hilo se encuentra situado en un plano vertical DYZ, colgando verticalmente el tramo AC, mientras que el tramo DB esta desviado 30° de la vertical descendente
- La partícula M está en reposo, mientras que la partícula m tiene velocidad horizontal $v_0 > 0$, dirigida según el eje X

Se pide:

1. Expresar las ecuaciones diferenciales necesarias para definir completamente el movimiento, mediante los teoremas generales de Newton-Euler.
2. Integrales primeras del movimiento.
3. Demostrar que no es posible que m alcance el extremo D.
4. Calcular el valor de v_0 que hace que la masa M permanezca en reposo.

(Ejercicio 4, Examen Parcial 1998)

34. Un aro de masa m y radio R rueda sin deslizar sobre una recta horizontal, manteniéndose vertical en todo instante. Sobre él se mueve sin rozamiento una partícula de masa m con ligadura bilateral que no estorba la rodadura. Aplicando los teoremas de Newton-Euler, se pide:



1. Calcular la reacción que la recta ejerce sobre el aro y la reacción que el aro ejerce sobre la partícula, en función de los grados de libertad y sus derivadas.
2. Obtener las ecuaciones diferenciales del movimiento del sistema en función únicamente de los grados de libertad y sus derivadas, sin que en ellas aparezcan las reacciones.

(Examen final y parcial, Enero 2000)

35. Se dan dos rectas fijas ortogonales r_1 y r_2 que se cruzan en el espacio a una distancia b, inclinadas cada una 45° respecto del plano horizontal.

Dos partículas de masas m_1 y m_2 están obligadas a moverse respectivamente sobre dichas rectas y se atraen con una fuerza proporcional (de constante k) a la distancia que las separa. Inicialmente las partículas se encuentran a la distancia mínima con velocidades nulas. Se pide:

1. Ecuación horaria de m_1.
2. Valores máximo y mínimo de la reacción de r_1.
3. Trayectoria del centro de masa y velocidad máxima del mismo.
4. Relación que deben satisfacer los valores de las masas para que transcurrido un tiempo T (cuyo valor se calculará) las partículas vuelvan a estar situadas a la distancia mínima. ¿Qué velocidades y aceleraciones tendrán en ese instante?

(Ejercicio 34, Curso 95/96)

$\star$