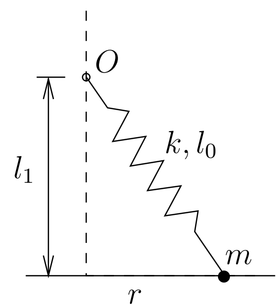
MECÁNICA

Práctica nº 3 curso 2002-2003

11. Una partícula de masa m se mueve en todo momento a lo largo de una recta r horizontal y lisa, y se encuentra unida a un punto fijo O mediante un resorte de longitud natural l_0 y constante k.
El punto O se encuentra fuera de la recta r y su distancia a ella es l_1. Inicialmente, la partícula se encuentra en el punto de mínima distancia a O. Se pide:



Se pide:

1. Ecuación de las pequeñas oscilaciones de la partícula alrededor de su posición inicial en el caso en que $l_1 = l_0$. Caracterizar el movimiento resultante.

2. Realizar lo mismo del apartado anterior en el caso en que $l_1 > l_0$. Calcular en este caso la frecuencia de las oscilaciones.

3. En el caso del apartado anterior, se impone al punto O un movimiento armónico de pequeña amplitud en la dirección de la recta r. Suponiendo que existe en el sistema un pequeño amortiguamiento inevitable, calcular la amplitud del régimen permanente.

4. Caracterizar el movimiento de la partícula cuando $l_1 < l_0$.

NOTA: Se considera que se producen pequeñas oscilaciones cuando la amplitud de éstas es mucho menor que l_1.

(Ejercicio 11, Curso 00/01)

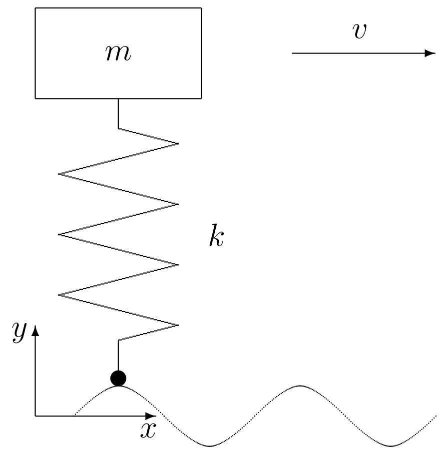
12. Una masa m se mueve según una recta horizontal lisa, unida por un resorte lineal de constante $k = m\omega_0^2$ a un punto Q de la misma, con un amortiguamiento viscoso de constante $c = 2m\xi\omega_0$ asociado a dicho resorte. Se impone al punto Q un movimiento armónico de amplitud A y frecuencia angular Ω según dicha recta. En función de la elongación del resorte (x), obtener de forma justificada:

1. ecuación diferencial del movimiento;

2. amplitud del movimiento en régimen permanente.

(Ejercicio 2, Parcial 1999)

13. Un vehículo de masa m posee una suspensión que se puede representar mediante un resorte elástico de constante k y amortiguamiento despreciable, interpuesto entre la masa del vehículo y las ruedas (consideradas de masa despreciable), tal como se muestra en la figura adjunta. Se pide:



1. El vehículo viaja con velocidad constante v sobre un pavimento irregular, pudiendo representarse la superficie del mismo como ondulaciones de la superficie según la coordenada x en dirección de la marcha

$$y = a \operatorname{sen} \lambda x$$

siendo y la coordenada vertical. Calcular la amplitud del movimiento y la aceleración máxima experimentada por el vehículo en el régimen permanente (admitiendo que se alcanza el mismo gracias a un pequeño amortiguamiento inevitable), así como el cociente entre dicha aceleración y la que se produciría en caso de no haber suspensión de ningún tipo.

2. El vehículo viaja con velocidad constante v sobre un pavimento regular y horizontal en el que existe un pequeño escalón transversal de altura h y longitud L. Estudiar el movimiento vertical del vehículo (en el régimen transitorio), calculando el periodo propio y la amplitud de las oscilaciones. Se supondrá que:

   - La rueda pasa instantáneamente del pavimento al escalón y viceversa.
   - No existen efectos relativos a percusiones.
   - Se desprecia el desplazamiento vertical que pueda sufrir la carrocería del vehículo al subir el escalón.

(Ejercicio 12, Curso 00/01)

14. Una masa m se mueve sobre una recta horizontal, unida a un punto fijo de la misma mediante un resorte elástico de constante K y longitud natural l_0. Entre masa y recta se produce una fuerza de rozamiento cuyo coeficiente vale $\mu = (ky_0)/(mg)$, siendo y_0 un dato del problema. Se pide:

1. Expresar la ecuación diferencial del movimiento.

2. Si la masa parte de una elongación inicial respecto de la posición natural $x_0 > y_0$ y en reposo, integrar la ecuación del movimiento distinguiendo las distintas fases según el sentido del rozamiento.

3. Obtener las elongaciones máximas positivas en cada oscilación y la ley de recurrencia en función de x_0 e y_0.

4. Aplicarlo al caso de $k = 50\,\mathrm{N/m}$, $x_0 = 54\,\mathrm{mm}$, $m = 0{,}12\,\mathrm{kg}$, $\mu mg = 0{,}2\,\mathrm{N}$ determinando la ley del movimiento y el número de oscilaciones efectuadas antes de pararse.

(Ejercicio 14, Curso 98/99 modificado)

15. Una caja de altura H y masa M está apoyada en un muelle de contante K y longitud natural l_0. De la base superior de la caja cuelga un masa puntual m mediante un hilo de longitud y masa despreciables. En un instante determinado se rompe el hilo y la masa puntual comienza a caer libremente.

Durante el tiempo transcurrido entre la rotura del hilo y el instante en que la masa puntual llega al fondo de la caja, se pide:

1. Ecuación diferencial del movimiento de la caja.

2. Periodo de las oscilaciones de la caja.

3. Posiciones más alta y más baja de la caja en relación con la posición de equilibrio del sistema en el instante inicial (antes de la rotura del hilo).

4. Velocidad máxima con que se mueve la caja.

5. A partir del instante en que la masa puntual llega al fondo de la caja, aquella queda pegada de forma que ambas se mueven de manera solidaria (sin que haya despegue partícula-caja). Calcular la velocidad del sistema conjunto en el instante inmediatamente posterior al contacto. Para simplificar el cálculo, se admitirá que la distancia recorrida por m en la caída es igual a H, despreciando por tanto el desplazamiento de la caja durante la caída de m.

6. Igual cuestión sin admitir la simplificación del punto anterior.

Particularizar para los valores numéricos siguientes: $H = 1\,\mathrm{m.}$; $M = 2$ Kg.; $m = 1$ Kg.; $K = 1000$ N/m.; $l_0 = 0{,}031$ m.; $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$
(Ejercicio 13, Curso 96/97)

———————————⋆———————————