

MECÁNICA

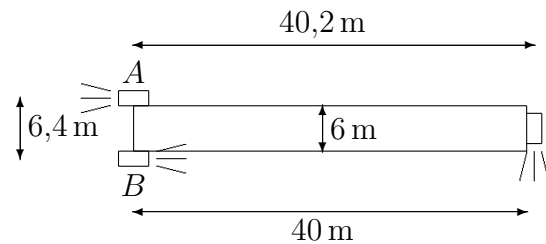
Práctica nº 11

curso 2002-2003

51. Un cohete de 2000 toneladas debe despegar de la tierra. La salida de los gases de la combustión se realiza con una velocidad de 1000 m/s. Calcular el consumo mínimo de combustible por segundo para que despegue inmediatamente de comenzar el funcionamiento.

Supuesto que el consumo sea 1,5 veces el mínimo calculado, estudiar el movimiento en la fase de despegue, esto es, mientras no se aleja demasiado de la tierra y puede considerarse la gravedad constante. Despreciar la resistencia del aire.

52. Un vehículo espacial puede ser asimilado a un cilindro hueco de 40 m de largo, 6 m de diámetro y espesor de paredes de 0,06 m con densidad relativa media del material de las paredes de 6 kg/m^3 . (Para simplificar puede admitirse que el espesor de las paredes es despreciable frente a las demás dimensiones). Para cambiar de dirección dispone de dos pequeños cohetes A y B en la parte posterior, capaces de invertir su empuje, y otro transversal en su parte delantera, dispuestos según indica la figura. En un instante dado el cohete A empuja hacia adelante y el B hacia atrás. Tanto el A como el B gastan 20 kg/s con velocidad de salida 1000 m/s . Se pide:



1. Sabiendo que la expulsión de gases del C puede ser controlada, calcular el gasto de dicho cohete (con la misma velocidad de salida de los otros) para que el vehículo adquiriera una velocidad transversal sin giro.
2. Aceleración transversal que se produce.
3. Se apaga el cohete C , ¿Cuánto tardará el vehículo en invertir su posición? Para simplificar se despreciará el cambio de masa del vehículo debido al consumo de los pequeños cohetes.

Para la resolución numérica se elegirá el S.I. de unidades.

53. Sea un cilindro de densidad ρ , radio r y altura $2r$. Se pide:

1. Tensor de inercia en un punto P del perímetro de la base del cilindro, expresando sus componentes en los ejes $Pxyz$ (Pz paralelo al eje de revolución del cilindro y Px según un radio de la base).
2. Calcular las direcciones principales y los momentos principales de inercia en P .

3. Calcular el tensor central de inercia a partir del tensor de inercia en P .

54. Sea un cono de radio R , altura H y densidad ρ . El cono gira alrededor de una recta fija que pasa por su vértice O y por un punto de su base situado a $\frac{R}{2}$ del centro de la misma. El módulo de la velocidad angular es conocido y vale Ω . Se pide:

1. Tensor de inercia en el vértice referido a un sistema de ejes ortonormal, uno de cuyos ejes coincide con la altura del cono.
2. Tensor central de inercia referido a las mismas direcciones.
3. Momento de inercia respecto de una generatriz.
4. Energía cinética.
5. Momento cinético en G y momento cinético en O .

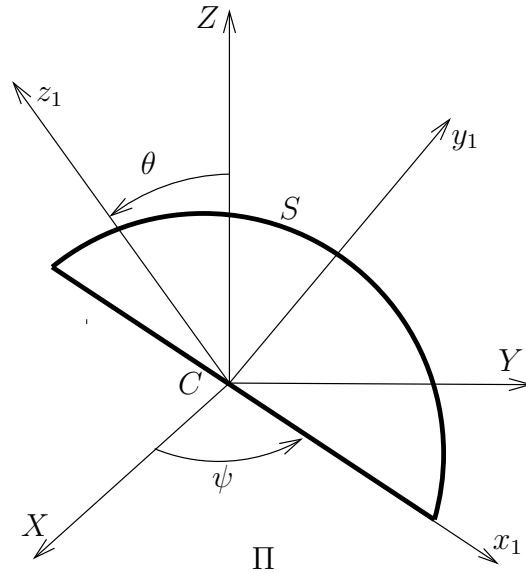
55. Un sólido S está formado por una semicircunferencia de centro C , radio a y una barra de longitud $2a$ coincidente con el diámetro. La densidad se considera uniforme, siendo m la masa del sólido S .

Se considera un sistema de referencia $Cx_1y_1z_1$ ligado al sólido S de forma que Cx_1 coincide con el diámetro y Cz_1 es ortogonal al plano definido por S . Además se considera un sistema de referencia fijo $CXYZ$ de manera que CX es una recta fija del plano horizontal fijo Π y CZ es ortogonal al mismo.

El movimiento del sólido S es tal que el diámetro desliza sin rozamiento sobre el plano Π , siendo el centro C un punto fijo de dicho plano. En estas condiciones el movimiento del sólido queda completamente definido por dos parámetros ψ y θ . ψ es el ángulo formado por las rectas Cx_1 y CX y θ el ángulo formado por las rectas Cz_1 y CZ .

Se pide:

1. Expresar el tensor de inercia del sólido S en el punto C referido al sistema de referencia $Cx_1y_1z_1$.
2. Expresar la velocidad angular del sólido S en función de $\dot{\theta}$ y $\dot{\psi}$.



3. Calcular $\dot{\theta}$ y $\dot{\psi}$ en función de θ sabiendo que en el instante inicial el plano de S es vertical, $\dot{\theta}_o = \omega_1$ y $\dot{\psi}_o = \omega_0$.
4. Calcular el módulo de la velocidad $\dot{\theta}_f$ cuando el plano del sólido S coincide con Π .

(Examen final, septiembre 1997)

★