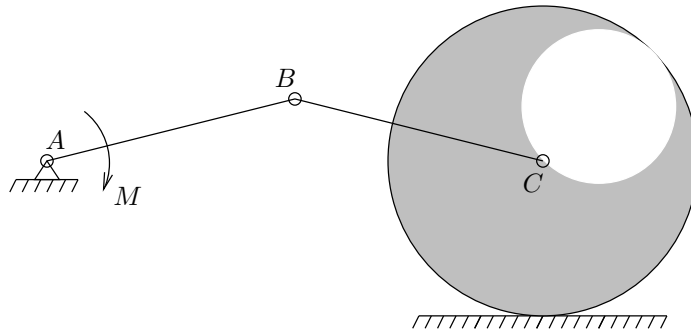


MECÁNICA

Práctica nº 9

curso 2001-2002

41. En un disco de masa M y radio R se hace un taladro circular de radio $R/2$, tal como se indica en la figura. El sólido resultante se acciona mediante un sistema biela-manivela de masa despreciable sobre el que se aplica un momento M . Si el rozamiento entre el suelo y el disco es suficiente para que no se produzca deslizamiento, obtener la función Lagrangiana y la ecuación diferencial del movimiento. Obtener asimismo, la expresión del momento que es necesario aplicar para que el giro de AB se produzca con velocidad angular ω_0 constante.



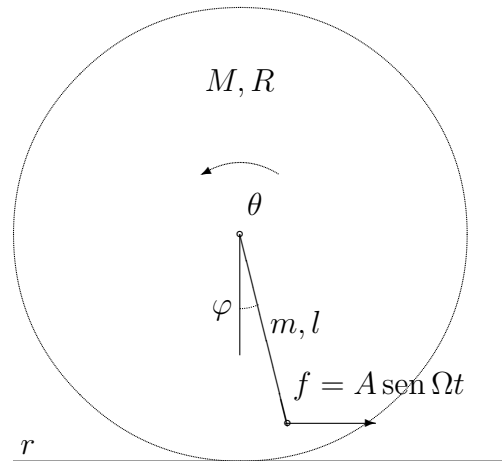
42. Un semiaro de masa m y radio R rueda sin deslizar sobre una recta horizontal, manteniéndose vertical en todo instante. Sobre él se mueve sin rozamiento una partícula de masa m con ligadura bilateral que no estorba la rodadura. Se emplearán como parámetros los ángulos θ y ϕ de giro del semiaro, y de la partícula relativa al semiaro, ambos medidos desde la posición de equilibrio y en sentido antihorario.

Obtener las ecuaciones de Lagrange del movimiento.

43. Un disco homogéneo de masa M y radio R rueda sin deslizar sobre una recta r , manteniéndose vertical. De su centro cuelga, mediante una articulación, una varilla de masa m y longitud $l < R$. En el extremo inferior de esta varilla actúa una fuerza horizontal, de valor $f = A \sin \Omega t$. El conjunto está sometido además a la acción de la gravedad. Se pide:

- Tomando como coordenadas el giro del disco θ y el ángulo de la varilla con la vertical φ , expresar el trabajo δW para un desplazamiento virtual arbitrario.
- Fuerzas generalizadas según las coordenadas anteriores.
- Ecuaciones de Lagrange del movimiento.

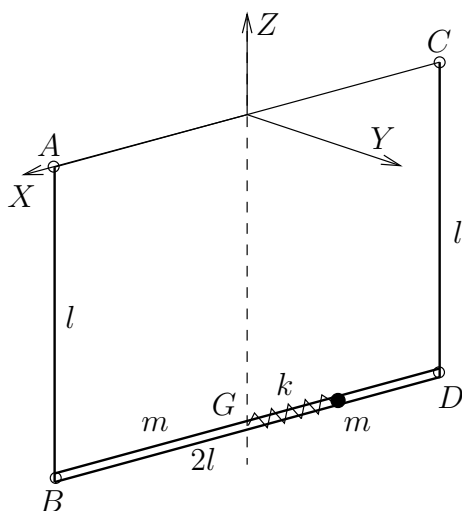
- d. Discutir la existencia o no de integrales primeras y obtenerlas en su caso.
- e. Reacción tangencial de la recta sobre el disco, empleando multiplicadores de Lagrange.



44. Un tubo BD de masa m , longitud $2l$ y sección despreciable, tiene sus extremos articulados a dos varillas AB y CD de masa despreciable y longitud l . Los extremos A y C de las varillas están articulados y fijos en la misma horizontal. El centro G del tubo está obligado a moverse según la vertical.

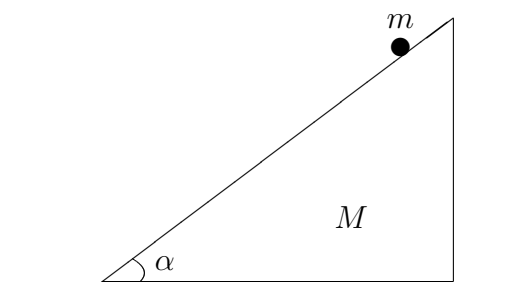
Por el interior del tubo se mueve sin rozamiento una masa puntual m unida a un muelle de constante k y longitud natural nula, que tiene el otro extremo anclado en G . Se pide:

1. Expresar la velocidad de G en función del ángulo girado por el tubo alrededor del eje Z vertical.
2. Expresión de la energía cinética del sistema.
3. Ecuaciones diferenciales del movimiento.



(Examen de 16/09/97)

45. Una cuña de masa M y ángulo α reposa sobre un plano horizontal liso. Sobre la cara inclinada de la cuña está situada una partícula de masa m , pudiendo deslizar sin rozamiento sobre la misma. Todo el conjunto está en un plano vertical, sometido a la acción de la gravedad terrestre. Se pide:



- Ecuaciones de Lagrange del movimiento.
- Integrales primeras. En el caso de existir coordenadas cíclicas, eliminarlas de las ecuaciones.
- La partícula se deja partiendo del reposo sobre la cuña, a una altura h sobre el plano horizontal. Calcular el ángulo α necesario para que el tiempo que tarda en llegar abajo sea la mitad que en el caso en que la cuña estuviera pegada al plano sin deslizar, en el caso particular en que $M = m/8$.

(Ejercicio 43, Curso 93/94)