

## MECÁNICA

### Práctica nº 6

curso 2001-2002

**26.** Un punto  $P$  de masa  $m$  se mueve sin rozamiento sobre un plano, atraído por tres puntos  $A, B$  y  $O$ . Los puntos  $A(a, 0)$  y  $B(-a, 0)$  atraen a  $P$  con fuerzas inversamente proporcionales a los cuadrados de las distancias, de valores

$$F_A = -G \frac{Mm}{r_1^2}, F_B = -G \frac{Mm}{r_2^2}, \text{ siendo } r_1 = AP, r_2 = BP.$$

El punto  $O$ , origen de coordenadas, atrae a  $P$  con una fuerza proporcional a la distancia de valor:

$$F_O = -G \frac{Mm}{a^3} r_3; (r_3 = OP).$$

Es bien conocido el hecho de que un punto atraído por un centro fijo con fuerzas proporcionales a la distancia o inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia, puede tener una trayectoria elíptica.

Se sitúa el punto  $P$  en la posición  $(2a, 0)$  y se le comunica una velocidad  $v_0$  paralela al eje  $Oy$ . Se pide:

1. Valor que ha de tener  $v_0$  para que, actuando solamente el centro atractivo  $A$  e inhibidos los otros dos, el punto  $P$  describa una elipse de focos  $A$  y  $B$ .
2. ¿Cuánto tiempo tardaría en recorrer la elipse completa con este movimiento?
3. ¿Con qué velocidad pasaría por los vértices de la elipse?
4. Valor que ha de tener  $v_0$  para que actuando solamente el centro atractivo  $B$ , vuelva a recorrerse la citada elipse.
5. Valor que ha de tener  $v_0$  para que actuando solamente el centro atractivo  $O$ , vuelva a recorrerse la misma elipse.
6. ¿Cuánto tiempo tardaría en recorrerse la elipse con este nuevo movimiento?
7. ¿Con qué velocidad pasaría por los vértices del eje menor?
8. Valor de la velocidad inicial que habría que comunicar al punto  $P$  para que, en presencia de los tres campos, describa la elipse mencionada.

**27.** El radio de la órbita de Venus es 0,72 veces el de la Tierra (se suponen ambas órbitas circulares y coplanarias). Una nave espacial viaja de la Tierra a Venus siguiendo una órbita elíptica que es tangente a cada una de las órbitas planetarias y es la órbita de viaje más económica (órbita de transferencia). Se pide:

1. Hallar la velocidad relativa de la nave respecto a la Tierra justo después del lanzamiento, y respecto a Venus justo después de llegar a su órbita, despreciando en cada caso la atracción gravitatoria del planeta. (Velocidad orbital terrestre = 30 Km/s).
2. Hallar el tiempo necesario para realizar el viaje en las condiciones anteriores.
3. ¿En que parte de su órbita respecto a la tierra debe estar Venus en el momento del lanzamiento para asegurar que estará en el sitio correcto cuando llegue la nave?.

(Ejercicio 28, Curso 95/96)

**28.** Desde un determinado punto de la tierra se lanza un satélite  $S$  con una velocidad

$$v_0 = \sqrt{\frac{6}{5}}gR$$

que es tangente a la superficie terrestre. En el momento en que  $S$  pasa por primera vez por el apogeo  $T_1$  de su órbita se incrementa instantáneamente su velocidad en una cantidad  $\Delta v_1$  con objeto de conseguir una segunda órbita tal que el nuevo apogeo  $T_2$  esté situado a doble altura sobre el nivel del mar que el apogeo  $T_1$ .

Cuando el satélite llega al apogeo  $T_2$  de su nueva órbita se vuelve a incrementar su velocidad en una cantidad  $\Delta v_2$  con vistas a obtener una órbita circular. Se pide:

1. Altura sobre el nivel del mar del punto  $T_1$  en el que se realiza el incremento de velocidad  $\Delta v_1$ .
2. Valor de  $\Delta v_1$ .
3. Valor de  $\Delta v_2$ .
4. Velocidad de  $S$  en la órbita circular conseguida después del paso por  $T_2$ .
5. Tiempo transcurrido desde el lanzamiento de  $S$  hasta alcanzar  $T_2$ .

NOTA: Se supondrá la tierra fija en el espacio y se asimilará a una esfera de radio  $R$  perfectamente homogénea, de forma que la fuerza que ejerce sobre un punto material de masa  $m$  situado a una distancia  $r$  de su centro será:

$$\mathbf{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \mathbf{u}_r$$

(Ejercicio 30, Curso 97/98)

**29.** Un cometa de largo periodo es observado a una distancia del sol igual a  $2UA$ , llevando entonces una velocidad igual a 90 % de la parabólica. Cuando llega al perihelio se observa una distancia al sol igual a  $0,2UA$ . Se pide:

1. Semieje mayor de la órbita
2. Periodo
3. Semieje menor y excentricidad
4. Velocidad en el perihelio y velocidad en el afelio
5. Tiempo transcurrido desde la posición observada hasta el paso por el perihelio

**30.** Un cuerpo muy alejado del sol lleva una trayectoria rectilínea con velocidad respecto del sol de  $2UA$  por año. Si no fuera por la acción gravitatoria del sol, el cuerpo pasaría a una distancia de éste igual a  $0,5UA$ . Se pide:

1. Calcular la distancia mínima al sol.
2. Ángulo de desviación causado por el sol cuando el cuerpo esté de nuevo muy lejos.