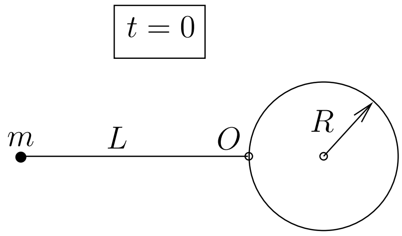
MECÁNICA

Práctica nº 2 curso 2001-2002

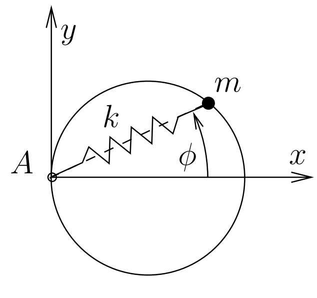
6. Una partícula pesada de masa m se encuentra unida al punto O de una circunferencia fija de radio R mediante un hilo flexible e inextensible de longitud $L > \pi R$ y masa despreciable. La circunferencia se encuentra contenida en un plano vertical fijo, y el punto O se encuentra sobre un diámetro horizontal de la misma. En el instante inicial la partícula parte del reposo, con el hilo horizontal y tenso, en el mismo plano de la circunferencia. Al caer la partícula, en una primera fase el hilo evoluciona libremente hasta alcanzar la vertical. A partir de este momento continúa su movimiento enrollándose sobre la circunferencia. Se pide:



1. Expresión de los vectores posición, velocidad y aceleración de la partícula en una posición genérica, en función del o de los grados de libertad y de sus derivadas;
2. Ecuación o ecuaciones diferenciales del movimiento en cada una de sus fases;
3. Expresión de la tensión del hilo en cada instante;
4. Demostrar que el hilo se destensará necesariamente en algún instante después de haberse enrollado un cuarto de la circunferencia.

(Ejercicio similar a ej. 5, Examen 10/09/2001)

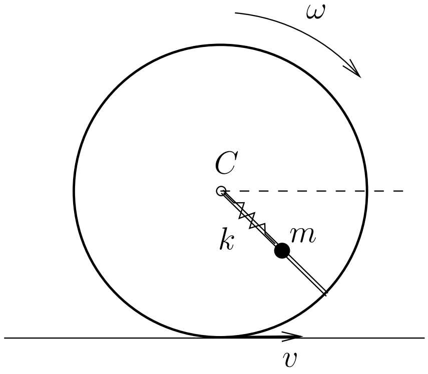
7. Una partícula de masa m, pesada, se mueve sin rozamiento sobre un aro de radio R con ligadura bilateral. La partícula se encuentra atraída mediante una fuerza elástica de constante k a un punto A del aro que se encuentra en un diámetro horizontal. El aro gira con una velocidad angular constante ω en torno al eje vertical fijo Ay.
Sea ϕ el ángulo que forma el diámetro horizontal con el radio-vector que une el punto A con la partícula. Se pide:



1. Expresar la aceleración de la partícula en función del ángulo ϕ y sus derivadas.
2. Ecuación diferencial del movimiento.
3. Comprobar la existencia de una integral primera del movimiento. ¿Se conserva la energía?

4. Obtener la reacción que ejerce el aro sobre la partícula

(Problema puntuable, curso 00/01)



8. Un disco de radio R se mueve en todo momento en un plano vertical de forma que gira con velocidad angular ω constante, y que rueda sobre una recta horizontal con una velocidad de deslizamiento constante v.
En el disco existe una ranura radial lisa en la que se mueve una partícula de masa m, que está unida además al centro (C) del disco mediante un resorte de constante elástica k y longitud natural nula.

Se pide:

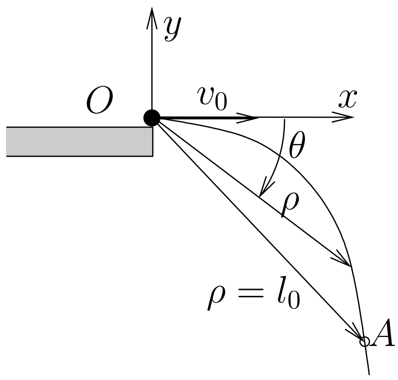
1. Expresar la ecuación diferencial del movimiento de la partícula en la ranura.

2. Obtener el valor mínimo de k para que el movimiento de la partícula respecto de la ranura sea de tipo oscilatorio.

3. Expresar la reacción que ejerce la ranura sobre la partícula.

4. Suponiendo que en en instante inicial la ranura está horizontal y la partícula se encuentra en el borde derecho del disco y en reposo respecto de éste, calcular el trabajo de la reacción entre $t = 0$ y un instante en que la ranura ha girado un cuarto de vuelta ($t = \pi/(2\omega)$). Particularizar este cálculo para $k = 10mg/R$, $\omega = \sqrt{g/R}$ y $v = (5/6)\omega R$.

(Examen Parcial, Curso 00/01)



9. Una persona, que con suficiente aproximación se puede representar como una partícula de masa m, se lanza desde un puente al vacío con una velocidad v_0 horizontal. El sujeto se encuentra unido en todo momento al punto de lanzamiento O mediante una cuerda elástica, que puede modelizarse mediante un resorte lineal de longitud natural l_0 y constante elástica $k = \dfrac{mg^2}{2v_0^2}$. Se pide:

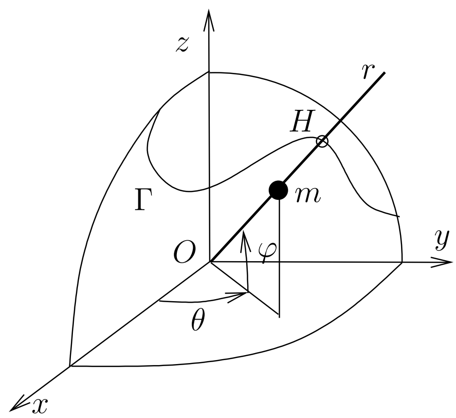
1. Expresar la ecuación de la trayectoria inicial en coordenadas polares (ρ, θ), en la primera fase antes de que se tense la cuerda ($\rho \leq l_0$);

2. Calcular el punto A definido por (ρ_A, θ_A) en el que la cuerda alcanza su longitud natural, particularizando para $l_0 = 2\sqrt{2}v_0^2/g$;

3. Calcular en dicho punto A el módulo de la velocidad (v_A), las derivadas ($\dot{\rho}_A, \dot{\theta}_A$), y las componentes cartesianas de la velocidad ($\dot{x}_A, \dot{y}_A$);

4. Para el movimiento a partir del instante en que la cuerda se tensa, expresar las ecuaciones diferenciales del movimiento tanto en coordenadas cartesianas como polares, admitiendo que la cuerda permanece tensa ($\rho \geq l_0$).

(Problema de Práctica, Curso 00/01)



10. Una recta r tiene un punto O fijo, que se toma como origen de referencia del triedro trirrectángulo $Oxyz$ de modo que Oz coincide con la vertical ascendente. La recta r se mueve de forma que un punto dado H de la misma recorre, con velocidad constante y de valor $a\omega$, una determinada curva Γ sobre la superficie esférica de centro O y radio a. (podrá suponerse esta curva definida, de forma genérica, por sus coordenadas esféricas $r = a$, $\theta = \theta(t)$, $\varphi = \varphi(t)$). A su vez, una partícula pesada de masa m se mueve sin rozamiento sobre dicha recta r.
Se pide:

1. Obtener la ecuación diferencial del movimiento de la partícula sobre la recta r.

2. Consideramos ahora el caso particular en que la curva Γ es una circunferencia situada en el plano $z = a\sqrt{3}/2$.

   Asimismo, en el instante inicial la partícula se encuentra situada a una distancia r_0 del origen y animada de una velocidad, respecto a la recta r, de valor $b\omega$.

   Determinar el movimiento, relativo a r, de la partícula (integrando la ecuación diferencial del movimiento).

   ¿Qué relación deben satisfacer las condiciones iniciales para que el movimiento se mantenga acotado en el transcurso del tiempo?

3. Bajo el mismo supuesto del apartado anterior y suponiendo que las condiciones iniciales satisfagan la relación pedida, obtener la reacción de la recta r sobre la partícula, especificando el valor asintótico al que tiende.

(Problema Puntuable, Curso 98/99)

⋆