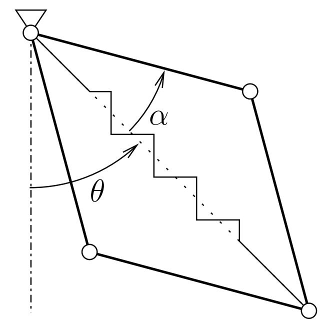
# MECÁNICA

## Práctica nº 17

curso 2001-2002

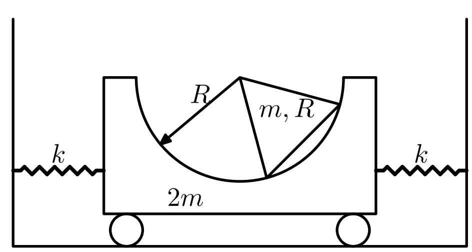



**81.** El dispositivo de la figura adjunta está formado por cuatro barras pesadas articuladas entre sí, de longitud $a$ y masa $m$ cada una, de forma que están contenidas en un mismo plano vertical. El conjunto se halla sujeto por uno de sus vértices a un punto fijo. Asimismo, en la diagonal entre este vértice de anclaje y el opuesto se sitúa un resorte lineal de longitud natural $l_0 = a/2$ y constante $k$. El valor de $k = 4mg/a$ es tal que el sistema está en equilibrio estable con el eje del resorte vertical y $\alpha = 60°$. Se pide:

1. Desarrollar la expresión de la energía cinética del sistema, demostrando que vale $T = \frac{5}{3}ma^2(\dot{\theta}^2 + \dot{\alpha}^2) + ma^2(\dot{\theta}^2 - \dot{\alpha}^2)\cos 2\alpha$
2. Obtener las ecuaciones diferenciales de la dinámica.
3. Suponiendo que el movimiento consiste en pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equlibrio estable, linealizar las ecuaciones del movimiento.
4. Calcular los modos normales de vibración y las frecuencias propias.

(Examen Parcial, Curso 00/01)

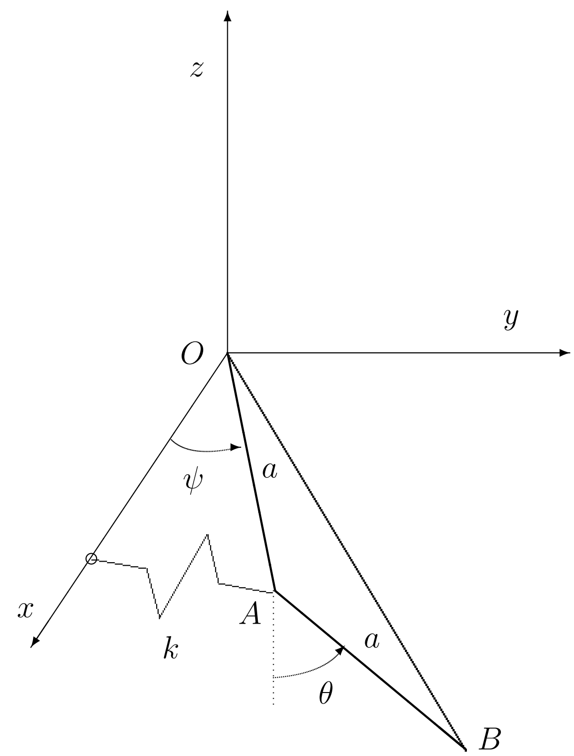
**82.** Un carretón de masa $2m$ se desplaza sobre una recta horizontal lisa, estando unido por dos muelles de constante $k$ a sendos puntos fijos. El carretón tiene un alojamiento semicircular de radio $R$ sobre el que se apoya con ligadura bilateral lisa, una placa triangular equilátera de lado $R$ y masa $m$. Suponiendo que en todo momento un lado del triángulo se apoya en el alojamiento del carretón, se pide:




1. Ecuaciones diferenciales del movimiento.
2. Linealización de dichas ecuaciones para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable.
3. Particularizando para $R = 1$ y $k = mg/R$, obtener las frecuencias propias y los modos de oscilación.

(Examen Parcial, Curso 99/00)

**83.** Una placa homogénea pesada tiene forma de triángulo rectángulo isósceles con masa $m$ y lados $OA = AB = a$. El vértice $O$ está fijo mientras que el $A$ está obligado a permanecer en el plano horizontal $Oxy$ mediante una ligadura lisa. Entre el vértice $A$ y el punto $(a, 0, 0)$ existe además un resorte lineal, de constante $k$ y longitud natural nula. Se pide:




1. Ecuaciones diferenciales del movimiento.
2. Para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable, y considerando el valor de la rigidez del muelle $k = mg/a$,
   - $a$) Ecuaciones del movimiento linealizadas
   - $b$) Frecuencias propias del movimiento
   - $c$) Modos normales de vibración

(Examen Parcial, Curso 95/96)

**84.** Sea una peonza simétrica sometida al campo gravitatorio terrestre, definida por los momentos principales de inercia $(A, A, C)$, y cuyo centro de masas $G$ dista d de un punto fijo $O$ sobre el eje.

Se pide:

1. Obtener la Hamiltoniana del sistema, ecuaciones Canónicas e integrales primeras empleando como coordenadas los ángulos de Euler $(\psi, \theta, \varphi)$.
2. Teniendo en cuenta las coordenadas cíclicas, eliminarlas para obtener la Routhiana y las ecuaciones correspondientes para las coordenadas no cíclicas. Comprobar la equivalencia de estas últimas con las ecuaciones de Lagrange.

(Ejercicio 85, Curso 94/95)

**85.** Se conoce la Hamiltoniana de un sistema:

$$H = a(p^1)^2 + b(p^2)^2 + c(q_1)^2 + \mathrm{d}(q_2 - q_1)^2$$

donde $a, b, c, \mathrm{d}$ son constantes positivas.

Se pide obtener la Lagrangiana e identificar el tipo de sistema al que corresponde.

(Ejercicio 84, Curso 93/94)

⋆