

# MECÁNICA

## Práctica nº 16

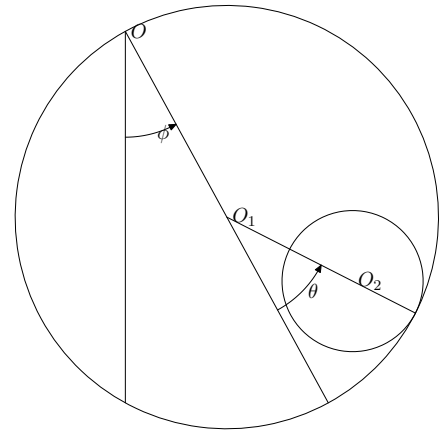
curso 2001-2002

**76.** Un aro de masa  $m$  y radio  $R$  puede oscilar en un plano vertical en torno a un punto  $O$  de su perímetro que está fijo. A su vez, otro aro de masa  $m$  y radio  $r = R/3$  rueda sin deslizar dentro del primero.

Se pide

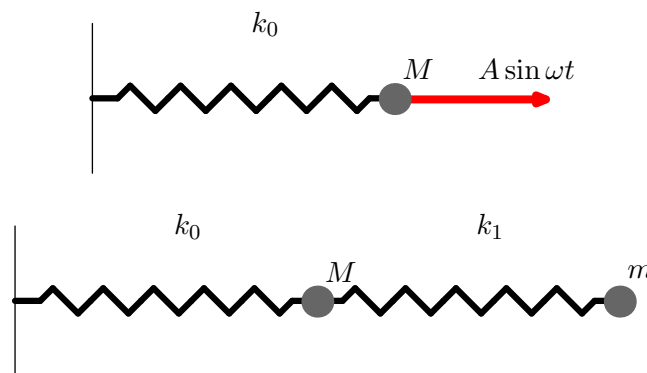
1. Ecuaciones del movimiento
2. Para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable:
  - a) ecuaciones del movimiento linealizadas
  - b) frecuencias propias
  - c) modos normales de vibración

(Ejercicio 76, Curso 98/99)



**77.** Se dispone de un muelle de constante  $k_0$  unido a una masa de valor  $M$  sobre la que se aplica una fuerza de valor  $A \sin(\omega t)$  tal que el sistema entra en resonancia.

Se desea eliminar la resonancia añadiendo en serie una nueva masa ( $m$ ) unida con un muelle ( $k_1$ ).

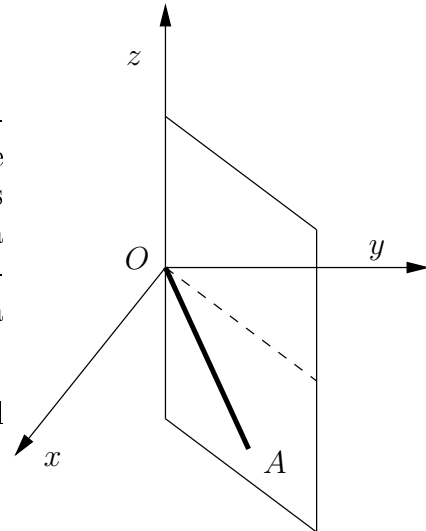


Considerando que las condiciones iniciales del movimiento de la segunda masa son controlables, se pide:

1. Valores de  $k_1$  y  $m$  para minimizar el movimiento de  $M$ . Interpretación física del resultado.

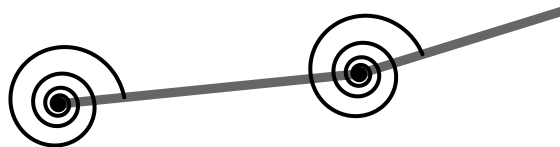
- Valores de  $k_1$  y  $m$  que minimizen el movimiento de  $M$  y que limiten el movimiento de la masa añadida a  $\frac{A}{k_0}$ .

**78.** Un rectángulo en posición vertical puede girar alrededor de uno de sus lados verticales (eje  $Oz$ ). Su momento de inercia respecto al eje  $Oz$  es  $I$ . Una barra homogénea  $OA$  de longitud  $2a$  y masa  $m$  está articulada en el punto fijo  $O$  y está obligada a permanecer en el rectángulo. Sobre el sistema actúa el campo gravitatorio simplificado. Se pide:



- Calcular el potencial y la energía cinética del sistema.
- Ecuaciones diferenciales del movimiento.
- Si se impone una velocidad de giro constante ( $\omega_0$ ) del rectángulo respecto de su eje,
  - Calcular la ecuación diferencial del movimiento;
  - Encontrar las posiciones de equilibrio relativo de la barra.;
  - Estudiar las pequeñas oscilaciones de la barra respecto de las posiciones de equilibrio relativo;
  - Estudiar la estabilidad de las posiciones de equilibrio.

**79.** Se desea calibrar un sistema formado por dos varillas y dos muelles rotacionales, estando las varillas alineadas y unidas mediante uno de los muelles y estando el otro muelle en uno de los extremos. El muelle del extremo sirve para fijar el sistema y la suma de las longitudes de las varillas debe ser  $l$ .



Se pide

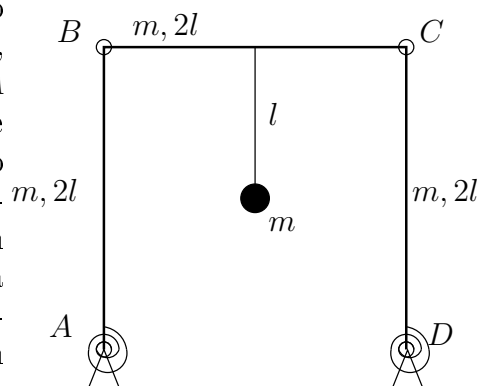
- Valores de las constantes de los resortes, y longitudes de las varillas de modo que la matriz de rigidez que se obtenga utilizando como grados de libertad el desplazamiento y el giro del extremo libre para pequeñas oscilaciones sea:

$$\begin{pmatrix} 12\frac{EI}{l^3} & -6\frac{EI}{l^2} \\ -6\frac{EI}{l^2} & 4\frac{EI}{l} \end{pmatrix}$$

2. Valores de las masas de las varillas para que con los mismos parámetros que en el apartado anterior y en las mismas condiciones, la matriz de masas obtenida sea:

$$\begin{pmatrix} M\frac{39}{105} & -Ml\frac{11}{210} \\ -Ml\frac{11}{210} & Ml^2\frac{1}{105} \end{pmatrix}$$

**80.** El marco  $ABCD$  de la figura está constituido por tres barras iguales, articuladas en sus extremos, de masa  $m$  y longitud  $2l$ . En los extremos fijos  $A$  y  $D$  están dispuestos sendos muelles de torsión que ofrecen un momento resistente proporcional al ángulo girado, siendo  $k$  el valor de la constante de proporcionalidad, mientras que los extremos  $B$  y  $C$  permiten el giro libre. Asimismo del punto medio de la barra  $BC$  cuelga un péndulo simple, formado por una varilla sin masa de longitud  $l$  y una masa puntual  $m$  en el extremo libre.



Se pide:

1. Ecuaciones diferenciales del movimiento.
2. Linealización de las ecuaciones para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio de la figura. Calcular el valor mínimo de la constante  $k$  para que dicho equilibrio sea estable.
3. Para el caso en que la constante  $k$  valga el doble del valor calculado en el apartado anterior, obtener las frecuencias propias de las pequeñas oscilaciones.

(Examen Parcial, Curso 99/00)