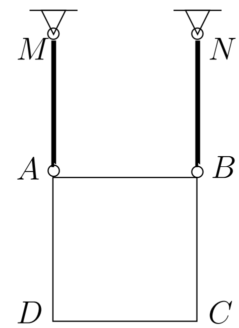
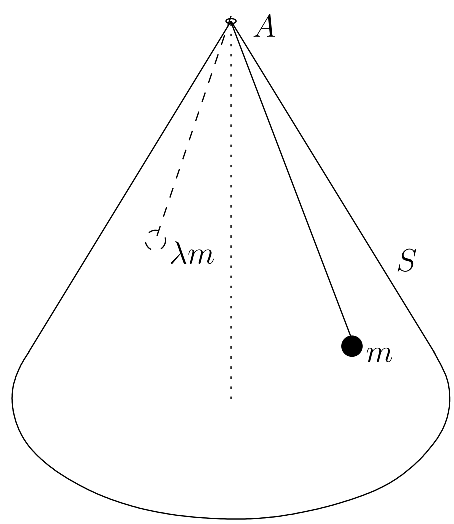
MECÁNICA

Práctica nº 10 curso 2001-2002



46. Una placa cuadrada $ABCD$ de lado l y masa m se encuentra unida por A y B a dos barras MA y NB de longitud l y masa despreciable. Dichas barras se encuentran articuladas en sus extremos, y tienen impedidos los movimientos de los puntos M y N. Las barras MA y NB pueden moverse dentro de un plano vertical, mientras que la placa además puede girar libremente alrededor de AB. Obtener las ecuaciones diferenciales del movimiento discutiendo la existencia de integrales primeras.

(Examen final, Junio 2001)



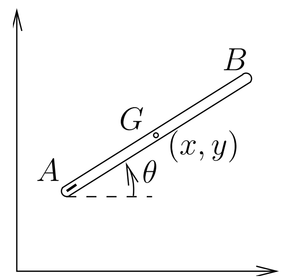
47. Dos partículas, de masas respectivas m y λm, están unidas mediante un hilo inextensible de longitud $2b$. Este hilo pasa por un pequeño agujero existente en el vértice A de una superficie cónica S fija, lisa, de eje vertical y semiángulo α. Mientras m permanece sobre la superficie S por debajo de A con ligadura unilateral lisa, la otra partícula λm pende libremente, permaneciendo en el volumen interior determinado por S. Se pide:

1. Suponiendo que el movimiento comienza con unas condiciones iniciales generales, a) Escoger unos parámetros adecuados para estudiarlo y determinar el n.º de grados de libertad; b) Obtener las integrales primeras que pudiera haber e interpretarlas físicamente; c) Obtener las ecuaciones diferenciales de segundo orden del movimiento.

2. Suponemos ahora que inicialmente λm parte del reposo, a una distancia b en la vertical por debajo de A, y m tiene una velocidad v_0 con el hilo tenso. Encontrar los valores entre los que debe estar comprendido λ así como el valor adecuado de v_0 para que λm permanezca en reposo y m no se separe de S.

(Examen parcial y final, Enero 2001)

48. Una barra homogénea AB de masa m y longitud l se mueve en un plano horizontal. En el extremo A tiene un apoyo en forma de pequeña cuchilla, que impide el movimiento de dicho punto en dirección perpendicular a la varilla.



Se pide:

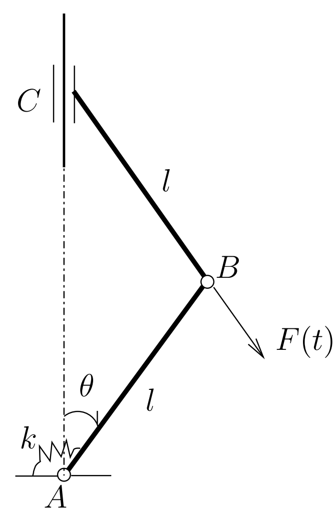
1. Expresar la ecuación de ligadura anholónoma.

2. Usando (x, y, θ) como coordenadas, obtener las ecuaciones diferenciales del movimiento. Emplear para ello el formalismo de la dinámica analítica, haciendo uso de la técnica de multiplicadores de Lagrange para eliminar la citada ligadura.

3. Demostrar que el multiplicador de Lagrange λ representa la fuerza transversal de restricción en ese punto.

(1er Examen Parcial y Final, 30 enero 1999)

49. Una barra AB de longitud l y masa m se encuentra fija en un punto A y se mueve contenida en un plano vertical. En el punto A se dispone un muelle torsional de constante k que no ejerce ningún momento cuando la barra AB forma un ángulo de 60^o con la vertical. Unida al punto B se articula una barra BC de la misma longitud l y masa m cuyo extremo C está obligado a moverse en una recta vertical que pasa por A. Sobre el sistema articulado actúa una fuerza $F(t)$ que se aplica en B y, en todo instante, se encuentra alineada con la barra BC. Se pide:



1. Ecuaciones diferenciales del movimiento

2. Reacción en C

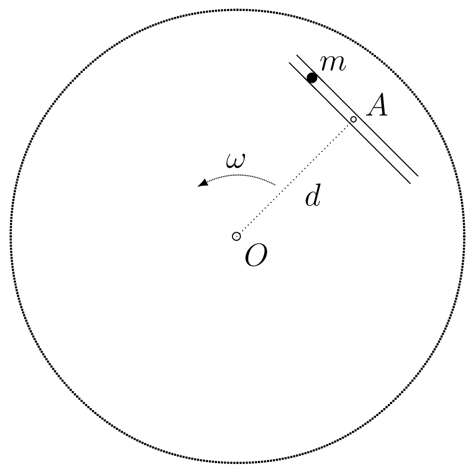
50. Un disco horizontal gira con velocidad ω constante alrededor de un eje vertical por su centro O. En el disco existe una ranura recta, situada a una distancia d de O, en la cual se mueve una masa puntual m. Sea A el pie de la perpendicular por O a la ranura.

1. Obtener la Lagrangiana y ecuación de Lagrange del sistema.

2. En el caso que exista alguna integral primera, obtener ésta. Razonar si se conserva o no la energía total del sistema.

3. Calcular la reacción que establece el enlace bilateral mediante multiplicadores de Lagrange, as¡ como el momento necesario para mantener la velocidad angular ω constante.

4. Repetir los apartados 6 y 7 en el supuesto en el que el disco pueda girar libremente, sin que tenga un movimiento impuesto con ω constante.



(Ejercicio 46, Curso 95/96)

⋆