

Mecánica

EXAMEN FINAL EXTRAORDINARIO (16 de Septiembre de 1996)

Apellidos	Nombre	Nº	Grupo

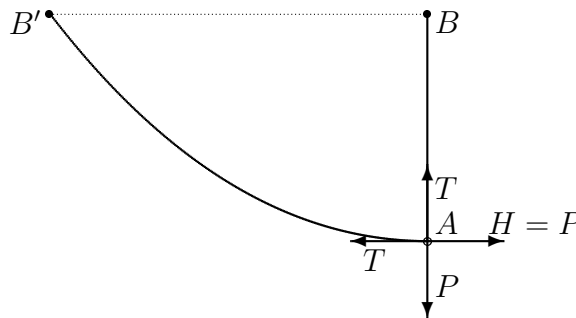
Ejercicio 4º

Tiempo: 45 min.

Una pequeña anilla lisa A , de peso P , está ensartada en un hilo homogéneo de peso específico q , a lo largo del cual puede desplazarse libremente. Los extremos del hilo están atados a sendos clavos B y B' , situados a la misma altura y a una distancia entre ellos b . Se ejerce sobre la anilla A una fuerza horizontal H del mismo valor que su peso ($H = P$).

Se pide obtener la relación entre los pesos del hilo (total) y de la anilla, de forma que A quede en equilibrio justo en la vertical de B .

La fuerza aplicada sobre la argolla tiene la dirección a 45° descendente, que estará equilibrada por la resultante de las tensiones del hilo a ambos lados. Al ser lisa y no producir fuerzas tangenciales sobre el cable, la tensión a ambos lados es igual y la resultante sigue la bisectriz de las tangentes. Por tanto, si el tramo AB es vertical según dice el enunciado, la tensión en A correspondiente al tramo AB' debe ser horizontal. Es decir, A es el vértice de la catenaria AB' .



El parámetro de la catenaria es $a = P/q$. Expresamos las longitudes de cada uno de los tramos:

$$S_{AB'} = a \operatorname{senh} \frac{b}{a} = \frac{P}{q} \operatorname{senh} \frac{bq}{P}$$

$$S_{AB} = z_{B'} - z_A = a \cosh \frac{b}{a} - a = \frac{P}{q} \left(\cosh \frac{bq}{P} - 1 \right),$$

y sumando:

$$S = S_{AB'} + S_{AB} = \frac{P}{q} \left(\operatorname{senh} \frac{bq}{P} + \cosh \frac{bq}{P} - 1 \right) = \frac{P}{q} \left(e^{(bq/P)} - 1 \right).$$

La relación pedida entre los pesos debe ser pues

$$r = \frac{qS}{P} = e^{(bq/P)} - 1.$$