

## Mecánica

EXAMEN FINAL EXTRAORDINARIO (17 de Septiembre de 1993)

Apellidos	Nombre	N.º	Grupo

Ejercicio 5.º

Tiempo: 45 min.

Una granada que se mueve por el aire se rompe en dos partes de masas  $m_1$  y  $m_2$  por la acción de su carga explosiva, incrementando la energía total de los fragmentos en  $E$ . Se pide

- expresar la energía  $E$  en función de las velocidades de los fragmentos relativas al centro de masa, en el instante inmediatamente posterior a la explosión;
- calcular la velocidad relativa entre los fragmentos en dicho instante.

- Se denomina  $\mathbf{v}_G$  a la velocidad del centro de masa, y  $\mathbf{v}'_1, \mathbf{v}'_2$  a las velocidades de las partículas relativas a  $G$ . Al ser las fuerzas de la explosión internas, se conserva la cantidad de movimiento:

$$(m_1 + m_2)\mathbf{v}_G = m_1(\mathbf{v}_G + \mathbf{v}'_1) + m_2(\mathbf{v}_G + \mathbf{v}'_2),$$

y simplificando

$$0 = m_1\mathbf{v}'_1 + m_2\mathbf{v}'_2. \quad (1)$$

Por otra parte, el balance de energía se expresa como

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_G^2 + E = \frac{1}{2}m_1(\mathbf{v}_G + \mathbf{v}'_1)^2 + \frac{1}{2}m_2(\mathbf{v}_G + \mathbf{v}'_2)^2,$$

de donde

$$E = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 \quad (2)$$

que es la relación pedida.

- El movimiento queda determinado mediante las ecuaciones (1) y (2). Se observa en primer lugar, de (1), que las velocidades relativas tienen igual dirección y sentido opuesto:

$$\mathbf{v}'_1 = -\frac{m_2}{m_1}\mathbf{v}'_2 \quad (3)$$

La velocidad relativa, se puede obtener por tanto restando  $v'_1$  y  $v'_2$  como escalares:

$$v = v'_1 - v'_2 = v'_1 \frac{m_1 + m_2}{m_2} = -v'_2 \frac{m_1 + m_2}{m_1}.$$

Eliminando finalmente mediante estas expresiones  $v'_1, v'_2$  en (2), se obtiene la expresión pedida:

$$v = \sqrt{\frac{2E(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}}$$