

# Mecánica

EXAMEN FINAL EXTRAORDINARIO (4 de septiembre del 2010)

Apellidos

Nombre

N.º

Grupo

--	--	--

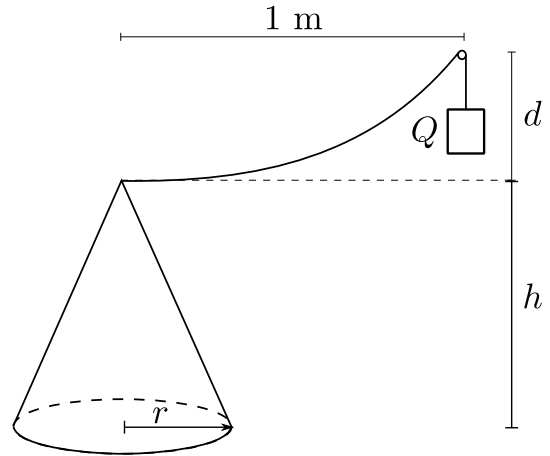
Ejercicio 4.º (puntuación: 10/45)

Tiempo: 60 min.

Un cono de base circular, recto, homogéneo, de peso  $P = 20 \text{ N}$ , altura  $h = 1 \text{ m}$  y radio de la base  $r = 0,2 \text{ m}$  descansa sobre un plano horizontal rugoso, existiendo en el contacto un rozamiento al deslizamiento de coeficiente  $\mu = 0,25$ .

En el vértice del cono se ata el extremo de un hilo homogéneo de peso específico  $q = 2 \text{ N/m}$ , que pasa por una polea de diámetro despreciable y sin rozamiento situada a una distancia del vértice del cono de  $1 \text{ m}$  en horizontal, teniendo colgado en el otro extremo un peso  $Q$ . Por último se desea que el hilo en el vértice del cono tenga pendiente horizontal.

Para el sistema así definido y despreciando el peso del tramo vertical del hilo se pide :



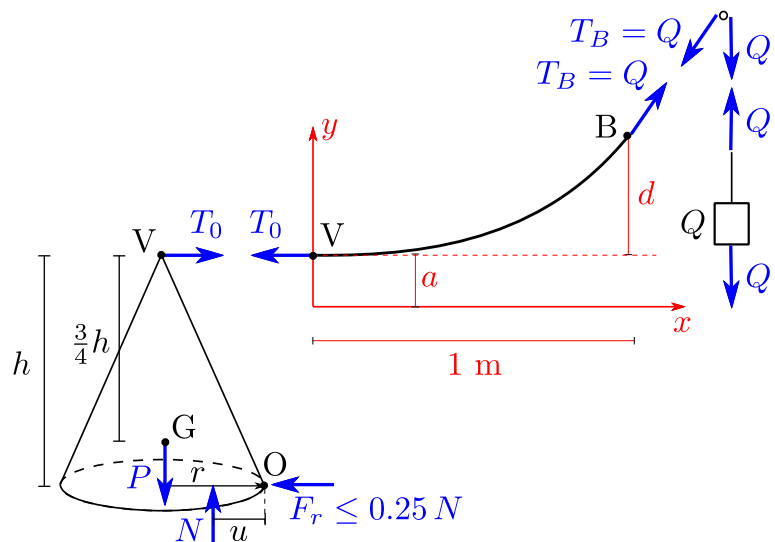
1. Encontrar el máximo valor posible de  $Q$  que mantenga el sistema en equilibrio.
2. Obtener, para el valor calculado de  $Q$ , la distancia vertical  $d$  entre el vértice y la polea.
3. Responder a las anteriores preguntas para el caso en el que el radio de la base del cono sea  $r = 0,30 \text{ m}$ .

★

1. La figura adjunta muestra la descomposición del sistema en el cono y el cable y las fuerzas actuantes.

La pérdida de equilibrio puede producirse por vuelco, que tendrá lugar cuando la normal se coloque en el punto  $O$ , o por deslizamiento, que ocurrirá cuando las fuerzas horizontales igualen el valor máximo de la fuerza de rozamiento.

En el caso del vuelco, establecemos el equilibrio de momentos en  $O$  para  $u = 0$  en el instante previo al levantamiento para obtener la condición de pérdida de equilibrio:



$$Pr - T_0 h = 0 \quad \Rightarrow \quad T_0 \geq P \frac{r}{h} = 0,2 P \quad (1)$$

En el caso del deslizamiento, la condición de pérdida de equilibrio se obtiene estableciendo el equilibrio de fuerzas horizontales en el instante previo al deslizamiento para  $F_r = \mu N$ :

$$T_0 = \mu P \quad \Rightarrow \quad T_0 \geq \mu P = 0,25 P \quad (2)$$

Vemos que se cumple primero la condición (1) y que la pérdida de equilibrio será por vuelco con  $u = 0$  y  $T_0 = 0,2P = 4 \text{ N}$ .

Obtenemos el valor del parámetro de la catenaria a partir de la tensión horizontal del cable:

$$T_0 = qa \quad \Rightarrow \quad a = \frac{T_0}{q} = 2 \text{ m} \quad (3)$$

y finalmente calculamos el valor del peso  $Q$  que es igual a la tensión del cable en el punto  $B$ :

$$T_B = Q = qa \cosh\left(\frac{x_B}{a}\right) = 4 \cosh\left(\frac{1}{2}\right) = 4,511 \text{ N} \quad (4)$$

Por lo tanto, la máxima  $Q$  que mantiene en equilibrio el sistema es  $Q_{max} = 4,511 \text{ N}$ .

**2.** La distancia vertical  $d$  entre el vértice y la polea para el valor  $Q_{max}$  es:

$$d = y_B - y_V = a \cosh\left(\frac{x_B}{a}\right) - a = 0,2553 \text{ m} \quad (5)$$

**3.** Si tomamos como valor del radio de la base del cono  $r = 0,3 \text{ m}$  las condiciones de pérdida de equilibrio pasan a ser:

■ Para el vuelco:

$$T_0 \geq P \frac{r}{h} = 0,3 P \quad (6)$$

■ Para el deslizamiento:

$$T_0 \geq \mu P = 0,25 P \quad (7)$$

En este caso se cumple primero la condición (7) y la pérdida de equilibrio será por deslizamiento con  $T_0 = \mu P = 5 \text{ N}$ .

Igual que en el primer apartado obtenemos el valor del parámetro de la catenaria a partir la tensión horizontal del cable:

$$T_0 = qa \quad \Rightarrow \quad a = \frac{T_0}{q} = 2,5 \text{ m} \quad (8)$$

y el valor del peso  $Q$  a partir de la tensión del cable en el punto  $B$ :

$$T_B = Q = qa \cosh\left(\frac{x_B}{a}\right) = 5 \cosh\left(\frac{1}{2,5}\right) = 5,405 \text{ N} \quad (9)$$

En este caso la máxima  $Q$  que mantiene en equilibrio el sistema es  $Q_{max} = 5,405 \text{ N}$ .

Finalmente la distancia vertical  $d$  entre el vértice y la polea es:

$$d = y_B - y_V = a \cosh\left(\frac{x_B}{a}\right) - a = 0,2027 \text{ m} \quad (10)$$