

Mecánica

EXAMEN FINAL ORDINARIO (3 de julio del 2008)

<i>Apellidos</i>	<i>Nombre</i>	<i>N.º</i>	<i>Grupo</i>

Ejercicio 1.º (puntuación: 10/45)

Tiempo: 45 min.

Responder a las siguientes cuestiones teórico-prácticas *dentro del espacio provisto en la hoja*. Las respuestas habrán de ser breves y directas, escritas a tinta y con letra clara. Se puede emplear como borrador la hoja adicional que se les ha repartido, que no deberá entregarse. No se permitirá tener sobre la mesa *ninguna otra hoja*, ni libros ni apuntes de ningún tipo, ni calculadoras.

Sea un sistema holónomo en el que se encuentra definida la función Lagrangiana $L(q_i, \dot{q}_i, t); i = 1, \dots, n$. *Demostrar* bajo qué condiciones existe la integral primera de Jacobi, deduciendo su expresión e indicando bajo qué condiciones coincide con la energía total.

Aplicación: Sea una partícula de masa m que se mueve en un plano horizontal. Dicha partícula se encuentra unida mediante un muelle de constante k a un punto fijo O del plano. La partícula gira con velocidad angular constante impuesta ω . Deducir la función Lagrangiana y discutir la existencia de la integral de Jacobi, deduciendo su valor en el caso de existir, indicando asimismo si coincide con la energía total. (5 ptos.)

Sea un sistema de referencia móvil S con velocidad angular $\boldsymbol{\Omega}$, y un vector \boldsymbol{p} fijo en relación al sistema S . *Expresar* la derivada respecto del tiempo del vector \boldsymbol{p} . A partir de ésta *deducir* las expresiones de los campos de velocidades y aceleraciones de un sólido rígido. *Aplicación:* Sean dos puntos A y B de un sólido rígido, con velocidades \boldsymbol{v}_A y \boldsymbol{v}_B respectivamente. Demostrar que $\boldsymbol{v}_A \cdot \boldsymbol{r}_{AB} = \boldsymbol{v}_B \cdot \boldsymbol{r}_{AB}$ (equiproyectividad). (5 pts.)
