

Principios, Personajes y Aplicaciones de la Mecánica

José M.^a Goicolea

*Grupo de Mecánica Computacional
Depto. de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Escuela de Ingenieros de Caminos,
Universidad Politécnica de Madrid*

2 de febrero de 2015



1 Personajes y axiomas de la *Mecánica Clásica*

Grecia y renacimiento: *geometría, movimiento y relatividad*

La ilustración: *mecánica racional*

Siglos XIX y XX: *teorías modernas*

2 Teorías de la mecánica

Modelos matemáticos

Teorías de la mecánica

3 Aplicaciones en la ingeniería

Ingeniero civil: plan de estudios

La mecánica en la ingeniería estructural

4 Aplicaciones de la mecánica computacional

Dinámica no lineal

Biomecánica



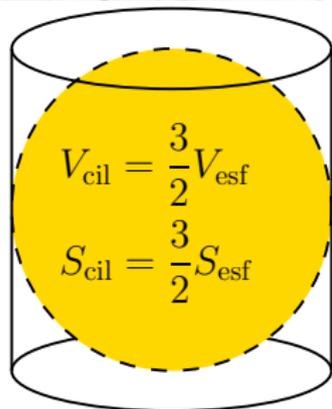
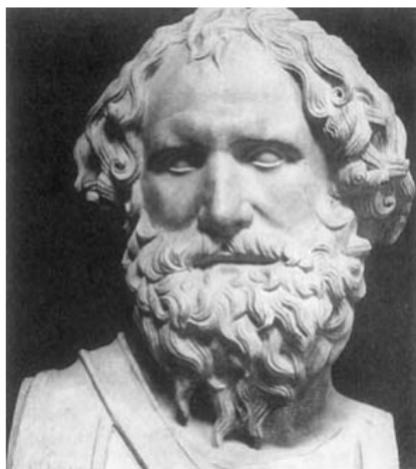
Aristóteles (384 ac – 322 ac)



- Estudia en la **Academia** de Platón (Atenas, 387 ac).
- Funda el **Liceo** (Atenas, 335 ac).
- **Fuerzas:**
 - producen **movimiento uniforme** ($F \rightarrow v$);
 - sólo **por contacto**
- **Gravedad:** *estado natural* de los cuerpos; los más pesados caen más rápido
- Ideas asimiladas por la filosofía **escolástica** dominante en la edad media
- La (**errónea**) teoría aristotélica del movimiento sobrevivió hasta el s XVI



Arquímedes de Siracusa (287 ac – 212 ac)

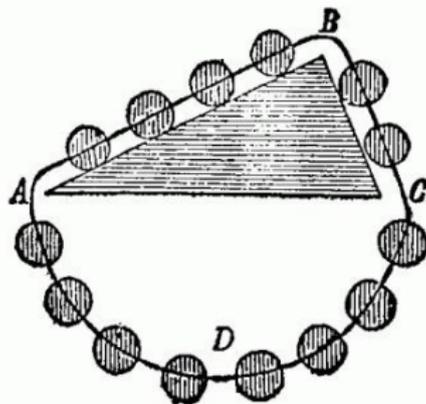


- Estudia en el **Museo** de Alejandría
- Inventos: Tornillo de Arquímedes (bomba), máquinas de guerra contra invasiones Romanas, Palancas, Poleas
- Principio de Arquímedes: fuerza hidrostática sobre cuerpo sumergido
- Método de **cuadratura** (integración por exhaustión): áreas y superficies
- **Epitafio**: Relación entre la superficie y volumen de esfera (3/2) y cilindro.

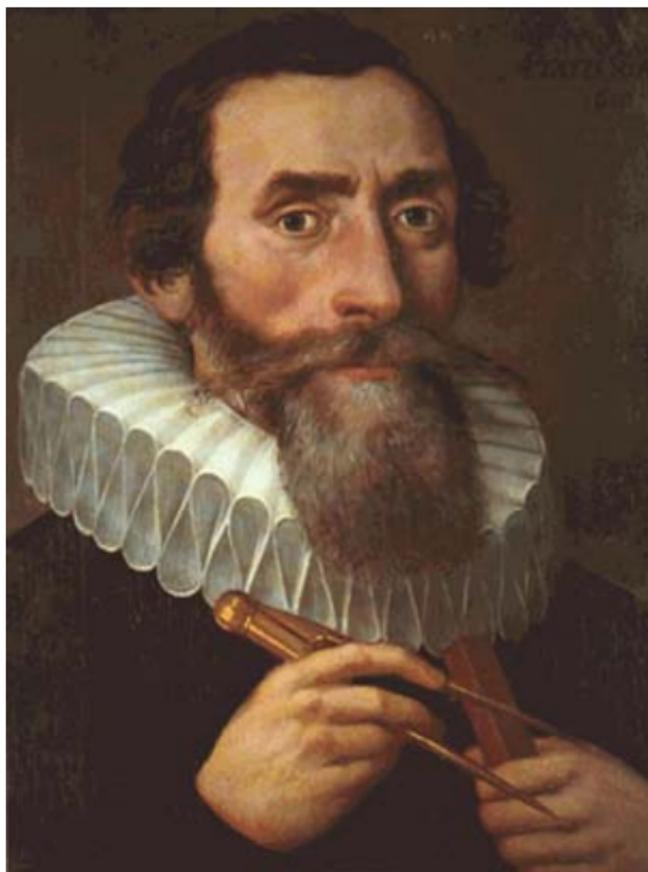
Simon Stevin



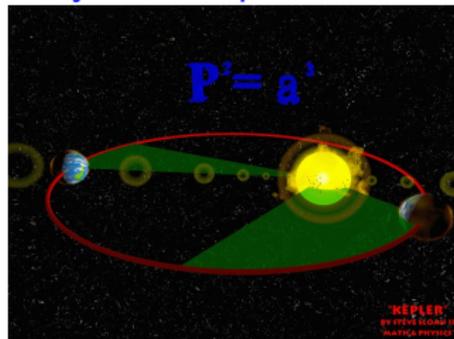
- 1548 (Brujas) – 1620 (La Haya)
- Consejero del ejército de Orange
- Diques, molinos, esclusas, puertos
- Introdujo números decimales
- **Epitafio:** fuerza sobre plano inclinado



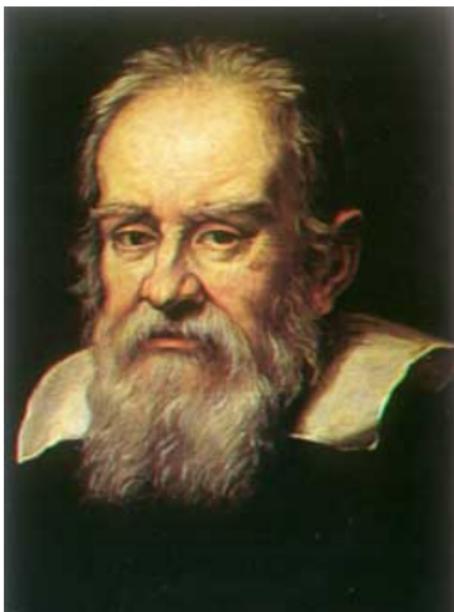
Johannes Kepler



- 1571 (Württemberg) – 1630 (Regensburg)
- Trabajó con Tycho Brahe en Praga
- Tablas astronómicas muy precisas, sin telescopio
- Adoptó telescopio de Galileo, con diseño propio
- 3 leyes de Kepler



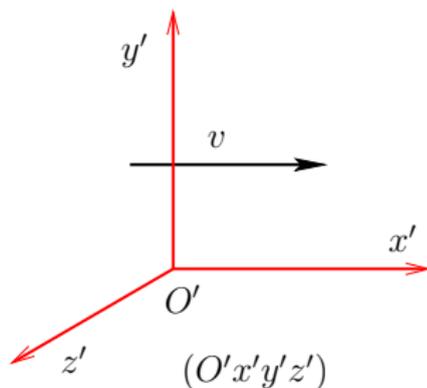
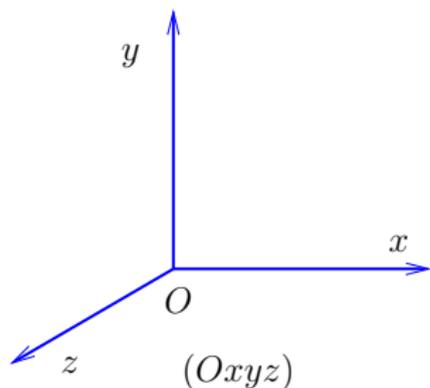
Galileo Galilei



- 1564 (Pisa) – 1642 (Florenca)
- Plano inclinado, péndulo tautócrono, movimiento parabólico. . .
- Caída de los graves: aceleración constante (¡contradice a Aristóteles!)
- Desarrolla el telescopio; observa planetas, lunas de Júpiter, Saturno, manchas solares. . .
- Relatividad Galileana e inercia
- Resistencia de materiales
- Condenado por inquisición al defender teoría Copernicana: prisión perpetua



Relatividad Galileana



$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}' = \dot{x} - v \\ \dot{y}' = \dot{y} \\ \dot{z}' = \dot{z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ddot{x}' = \ddot{x} \\ \ddot{y}' = \ddot{y} \\ \ddot{z}' = \ddot{z} \end{cases}$$

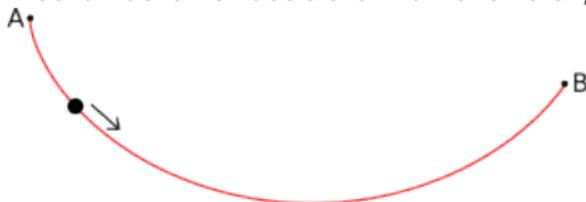
$$(\dot{\bullet}) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{d\bullet}{dt}$$

$$(\ddot{\bullet}) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{d^2\bullet}{dt^2}$$

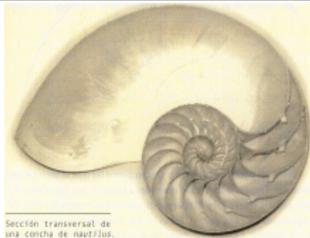
Jacob Bernoulli (1654-1705)



- Basilea; Hermano mayor de Johann B. Tío de Daniel B.
- Probabilidades, geometría, series infinitas: $\sum_n(1/n)$, $\sum_n(1/n^2)$...
- Resuelve problema de **braquistócrona** mediante una ecuación diferencial;



- Problema de la **catenaria**
- Espiral logarítmica ($\rho = Ce^{k\theta}$), Lemniscata...
- **epitafio**: "*Eadem mutata resurgo*" (espiral logarítmica)

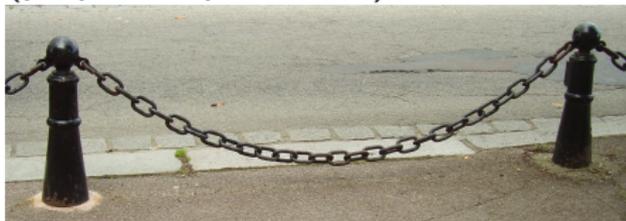


Sección transversal de una concha de nautilus.

Johann Bernoulli (1667–1748)



- Basilea; Hermano de Jacob B., padre de Daniel B.
- Desarrolla el cálculo infinitesimal de Leibniz; regla de l'Hôpital
- Pendenciero, disputas irreconciliables con su hijo Daniel
- Resuelve problema de **catenaria** en 1691 (propuesto por Jacob).

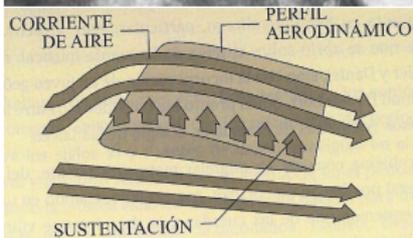


- Involuta: **tractriz**.
- Propone y resuelve **braquistócrona**
- **Hidraulica** (1732? → 1739)

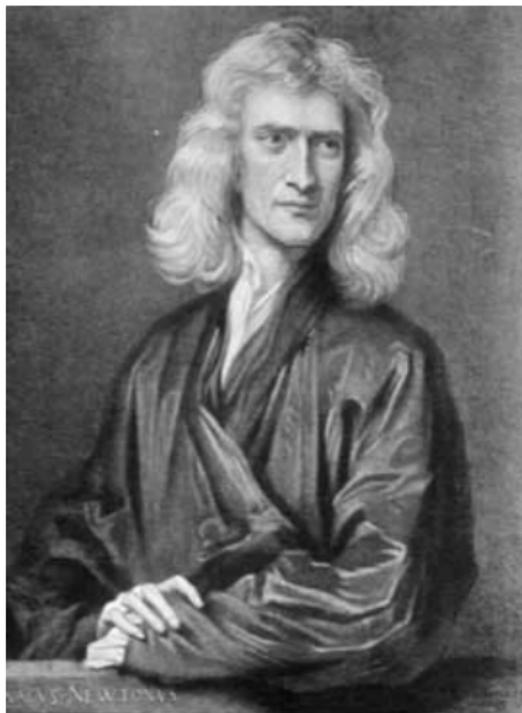
Daniel Bernoulli



- 1700 (Groningen) – 1782 (Basilea)
- Hijo de Johann B., sobrino de Jacob B.
- Trabaja en academia de S. Petersburgo, junto a L. Euler
- **Teoría de vigas** (“*viga de Euler-Bernoulli*” de Resistencia de Materiales), hilos, velarias. . .
- Vibración de hilos tensos
- **Hidrodinámica** (1738)
- Nunca se reconcilió con su padre.

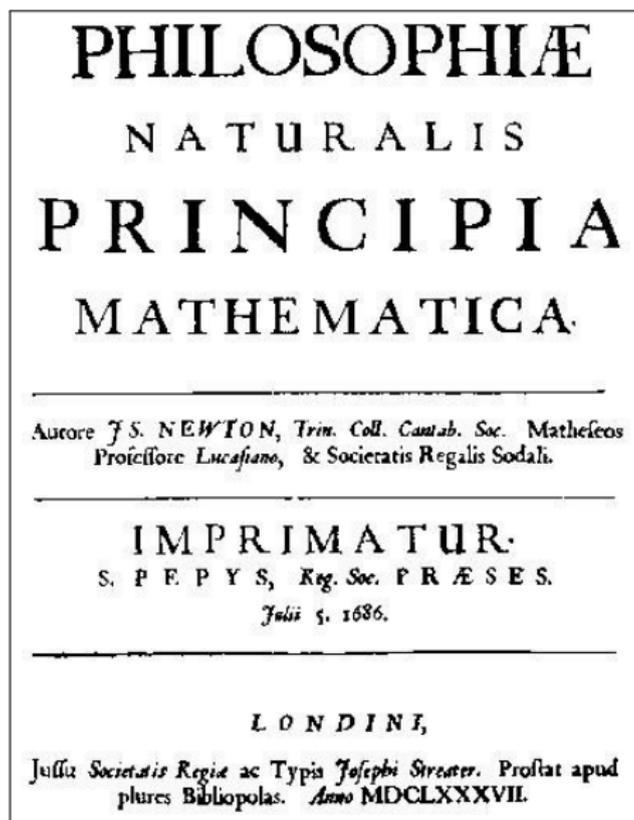


Isaac Newton (1643–1727)



- Nació en c. Juliano 25/12/1642
- Juventud en granja de Woolsthorpe.
- Cambridge. Cátedra Lucasiana.
- Método de fluxiones (cálculo infinitesimal). Disputas amargas con Leibniz. Desarrollado desde 1666, pero lo publica sólo en 1704.
- Óptica (teoría corpuscular)
- Casa de la moneda
- **PHILOSOPHIAE NATURALIS
PRINCIPIA MATHEMATICA (1687)**





Definiciones (PRINCIPIA)

'DEFINICION PRIMERA. *La cantidad de materia es la medida de la misma originada de su densidad y volumen conjuntamente.'*

'DEFINICION II. *La cantidad de movimiento es la medida del mismo obtenida de la velocidad y de la cantidad de materia conjuntamente.'*

'DEFINICION III. *La fuerza ínsita de la materia es una capacidad de resistir por la que cualquier cuerpo, por cuanto de él depende, perservera en su estado de reposo o movimiento uniforme y rectilíneo.'*

'DEFINICION IV. *La fuerza impresa es la acción ejercida sobre un cuerpo para cambiar su estado de reposo o movimiento uniforme y rectilíneo.'*

Leyes (PRINCIPIA)

'LEY PRIMERA. *Todo cuerpo persevera en su estado de reposo o movimiento rectilíneo y uniforme a no ser en tanto que sea obligado por fuerzas impresas a cambiar su estado.'*

'LEY II. *El cambio de movimiento es proporcional a la fuerza motriz impresa y ocurre según la línea recta a lo largo de la cual aquella fuerza se imprime.'*

'LEY III. *Con toda acción ocurre siempre una reacción igual y contraria. O sea, las acciones mutuas de los cuerpos siempre son iguales y dirigidas en direcciones opuestas.'*

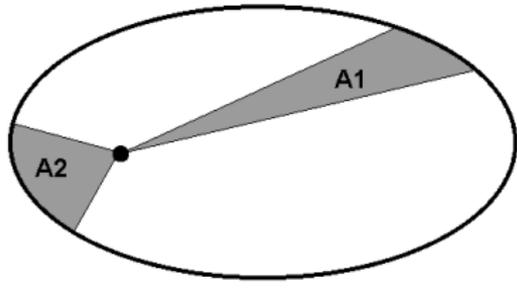


Ley de la Gravitación Universal

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

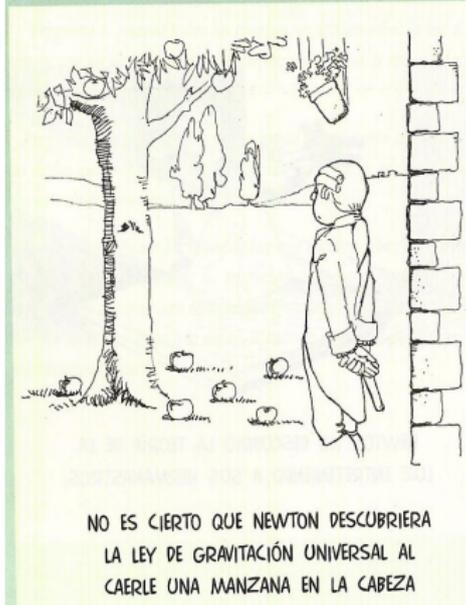
Kepler's Laws of Planetary Motion

1. The planets travel in ellipses with the Sun at one focus
2. The radius vector sweeps out equal areas in equal times ($A1 = A2$)
3. The square of the period of revolution, T , is proportional to the cube of the mean distance, (R ($T^2 = R^3$))



- Explica el movimiento de los cuerpos celestes

Páginas falsas de la vida de Newton



- Y también el de los cuerpos terrestres. . .

Leonard Euler

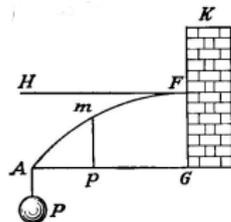


- 1707 (Basilea) – 1783 (S. Petersburgo)
- Infinitésimos e infinitos, Ecuaciones diferenciales, cálculo de variaciones, Probabilidad, Teoría de números. . .

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}; \quad e^{\pi i} + 1 = 0$$

- En su **Mechanica** (1736–37) completa la mecánica clásica: **Principio momento cinético, dinámica del sólido rígido. . .**
- Mecánica de fluidos. . .

- **Elastica** de la viga:



- Ciego al final de su vida, sigue publicando.

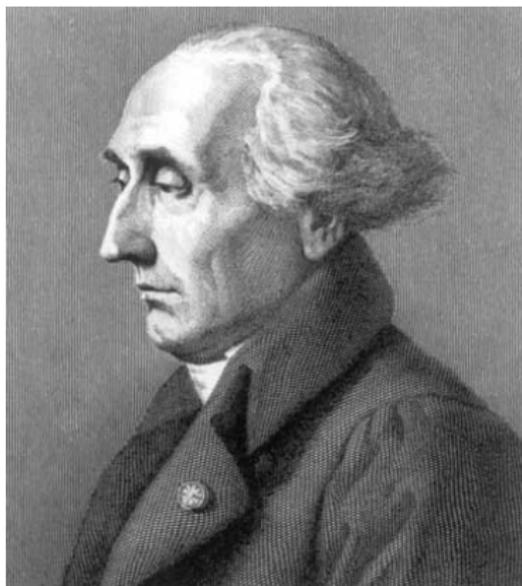
Jean le Rond d'Alembert



- 1717 (París) – 1783 (París)
- Completa la definición de fuerza de Newton
- *“Traité de dynamique”* (1743):
Principio de d'Alembert
- Escribe la enciclopedia junto con Diderot
- Ecuaciones en derivadas parciales
- Mecánica de fluidos



Joseph-Louis Lagrange



- 1736 (Turín) – 1813 (París)
- Braquistócrona mediante cálculo de variaciones (1754)
- Energía cinética, principio de mínima acción
- Cálculo de probabilidades
- Propagación sonido, cuerdas vibrantes
- Problema de 3 cuerpos (premio academia París)
- “Mecanique analytique” (París, 1788)

$$L = T - V; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$$

Charles Augustin de Coulomb



- 1736 (Angoulême) – 1806 (París)
- Fuerzas electrostáticas
- Mecánica de suelos: rotura como cuña de rozamiento
- Teoría de **fricción** (*Teoría de máquinas simples*, 1781)
- Interpreta resultante en vigas mediante esfuerzos tangenciales y normales a la sección
- Ley de fallo (plasticidad) en suelos cohesivo-friccionales: *modelo de Mohr-Coulomb*

Augustin Louis Cauchy



- 1789 (París) – 1857 (París)
- 789 artículos matemáticos
- Mecánica de medios continuos y elasticidad
- Tensiones



William Rowan Hamilton



- 1805 (Dublín) – 1865 (Dublín)
- “*On a general method in dynamics*” (1834). Función característica, acción.
- Nuevos métodos de la dinámica analítica: **función Hamiltoniana**, **ecuaciones canónicas** (o de Hamilton). Base para la dinámica moderna y la mecánica cuántica.
- Pares, ternas, cuaternios. Algebra de cuaternios.





- 1836 (Moravia) – 1916 (Haar)
- Óptica, mecánica, teoría de ondas
- Medida ondas sonido, número de Mach
- **Principio de Mach:** Inercia debida a interacción del resto de la masa del universo
- Disputas con Boltzmann que llevaron a este último al suicidio



Ludwig Boltzmann



- 1844 (Viena) – 1906 (Duino)
- Tesis doctoral con Stefan s. Teoría cinética de gases
- Mecánica estadística. Explicación segundo principio termodinámica.
- Distribución de Maxwell-Boltzmann
- Se suicidó colgándose, depresiones por disputas y burlas de Mach, Ostwald?



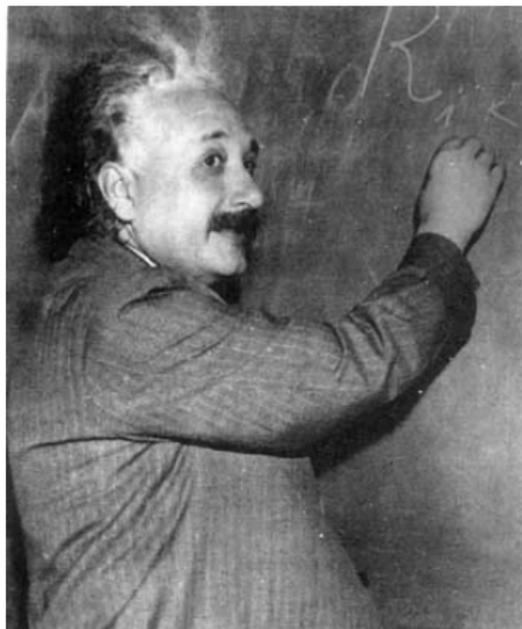
Jules Henri Poincaré



- 1854 (Nancy) – 1912 (París)
- Premio rey Oscar II de Noruega problema 3 cuerpos
- Métodos cualitativos en dinámica. Invariantes integrales.



Albert Einstein



- 1879 (Ulm) – 1955 (Princeton)
- Judío, apátrida 1896–1901.
- Oficina de patentes Berna. Trabaja en tiempo libre.
- Teoría de **relatividad especial** (1905)
- Usa cálculo tensorial de Levi-civita y Ricci-cubastro (1900)
- Teoría de **relatividad general** (1912)
- Confirmadas predicciones en eclipse 1919, gran celebridad.
- Buen violinista y amante de la música



Emmy Noether



- 1882 (Erlangen) – 1935 (Pennsylvania)
- **teorema de Noether:** 1915. Relación entre simetrías y teoremas de conservación.
- Teoría de invariantes.



Modelos Matemáticos

Sistemas de referencia: *espacio, tiempo*



Sistemas de referencia en la mecánica clásica

Espacio:

- *independiente* de objetos
- *Constante*
- *Homogéneo*
- *Isótropo*

Tiempo:

- *Homogéneo*
- Fluye constantemente *en un solo sentido*
- *Simultaneidad absoluta*

Conceptos de masa y fuerza

Masa

- *Masa inercial*: constante de cada cuerpo, inversamente proporcional a su variación de velocidad para fuerza dada
Según PRINCIPIA, definido por *densidad y volumen* ¿?
- *Masa gravitatoria*: origina fuerza de gravedad
En mecánica clásica, igual valor que masa inercial

Fuerzas

- *Fuerza*: causa que provoca cambio de cantidad de movimiento
Según PRINCIPIA, *definición circular*: def. IV \Leftrightarrow ley I
- **Tipos de fuerzas** ¿centrales? (*“Modelo estándar” de física*)
 - 1 Electromagnéticas (no centrales, dependen de v ; fotones)
 - 2 Nucleares fuertes (unen núcleo atómico – gluones)
 - 3 Nucleares débiles (desintegración nuclear – bosones int. W, Z)
 - 4 + Gravitatorias (¿acción a distancia? ondas gravitatorias – gravitones)

Teorías de la mecánica

Según modelos matemáticos

- **Mecánica clásica**
- Mecánica relativista (velocidades próximas a la de la luz, campos gravitatorios muy intensos)
- Mecánica cuántica (acciones comparables a la constante de Planck, $Et \approx h$)

Según aplicaciones

- Mecánica de medios continuos (sólidos y fluidos)
- Mecánica estructural, mecánica de suelos, de rocas. . .
- Mecánica celeste
- Dinámica de sistemas complejos (caos)
- Biomecánica. . .

Objeto del curso

Planteamiento, comprensión y resolución de problemas de estática y dinámica mediante aplicación de modelos matemáticos

Aplicación en otras disciplinas

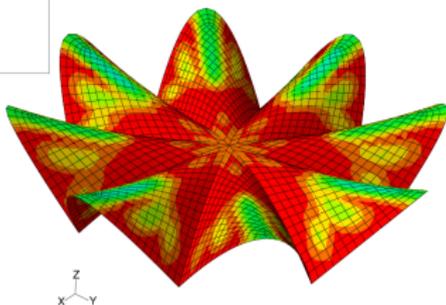
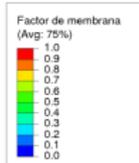
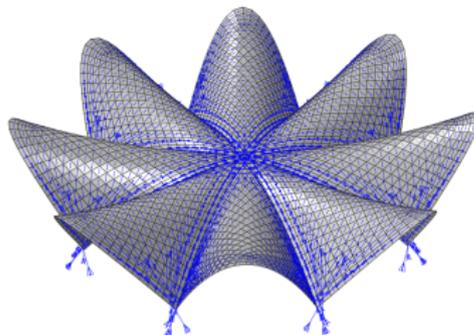
- **Ingeniería estructural:** Resistencia de Materiales; Cálculo de estructuras; Hormigón y estructuras metálicas, etc.
- **Ingeniería del terreno:** Mecánica de suelos y rocas, Geotecnia
- **Ingeniería hidráulica:** Hidráulica (mecánica de fluidos), Infraestructuras hidráulicas



Mecánica estructural mediante elementos finitos I

Restaurante “Los Manantiales” en Xochimilco (Félix Candela, 1958)

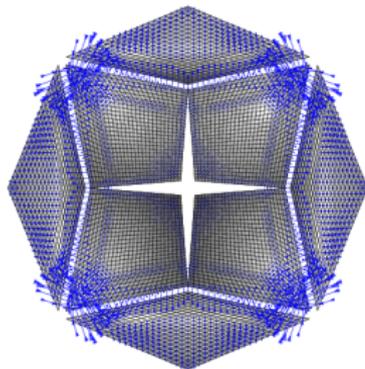
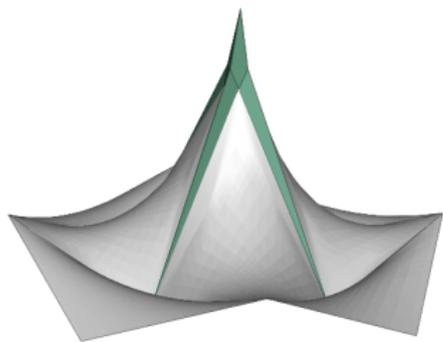
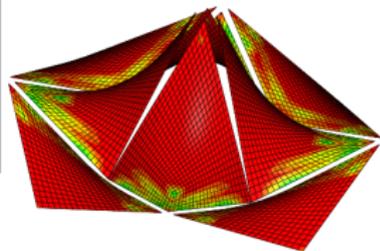
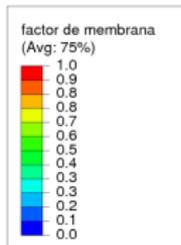
J. OLIVA ET AL, HORMIGÓN Y ACERO, ABR 2011; [video en youtube](#)



Mecánica estructural mediante elementos finitos II

Parroquia N.Sra. de Guadalupe, Madrid (E. de la Mora, F. Candela, 1965)

J. OLIVA ET AL, HORMIGÓN Y ACERO, ABR 2011; [video en youtube](#)



Importancia de la dinámica



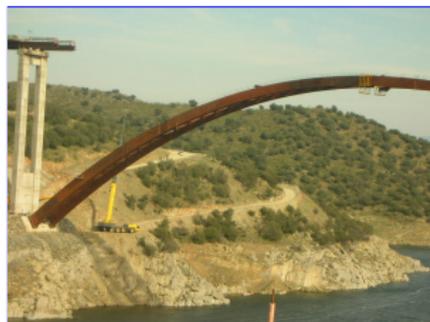
Puente de Tacoma 1940



Pasarela del Milenio
Londres 2000

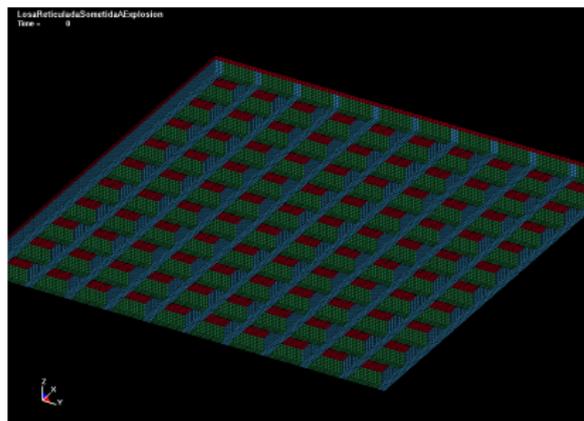


Puente Auckland 1975

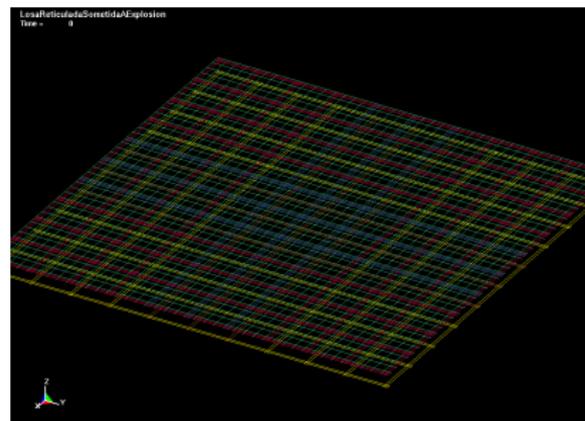


Puente sobre el Tajo
2006

Simulación de cargas explosivas en edificios

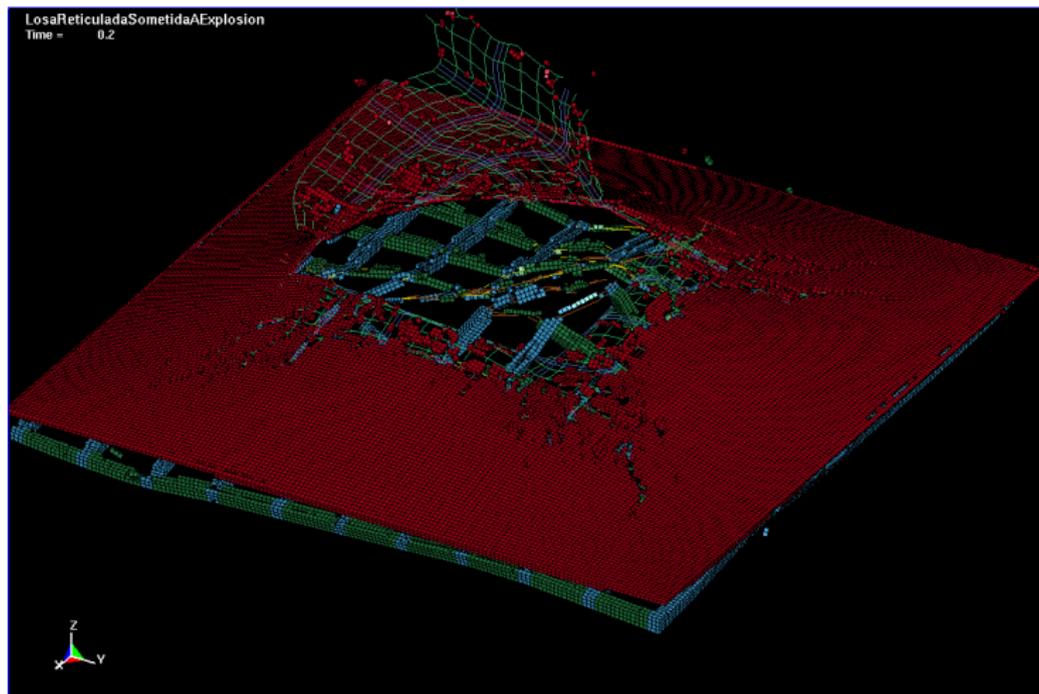


Malla del modelo de forjado reticulado. Vista inferior.



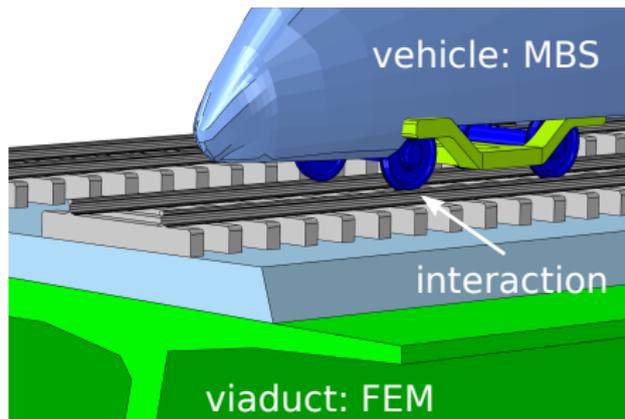
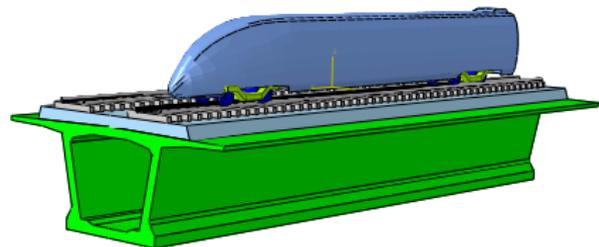
Armado del modelo de forjado reticulado

Simulación de cargas explosivas en edificios

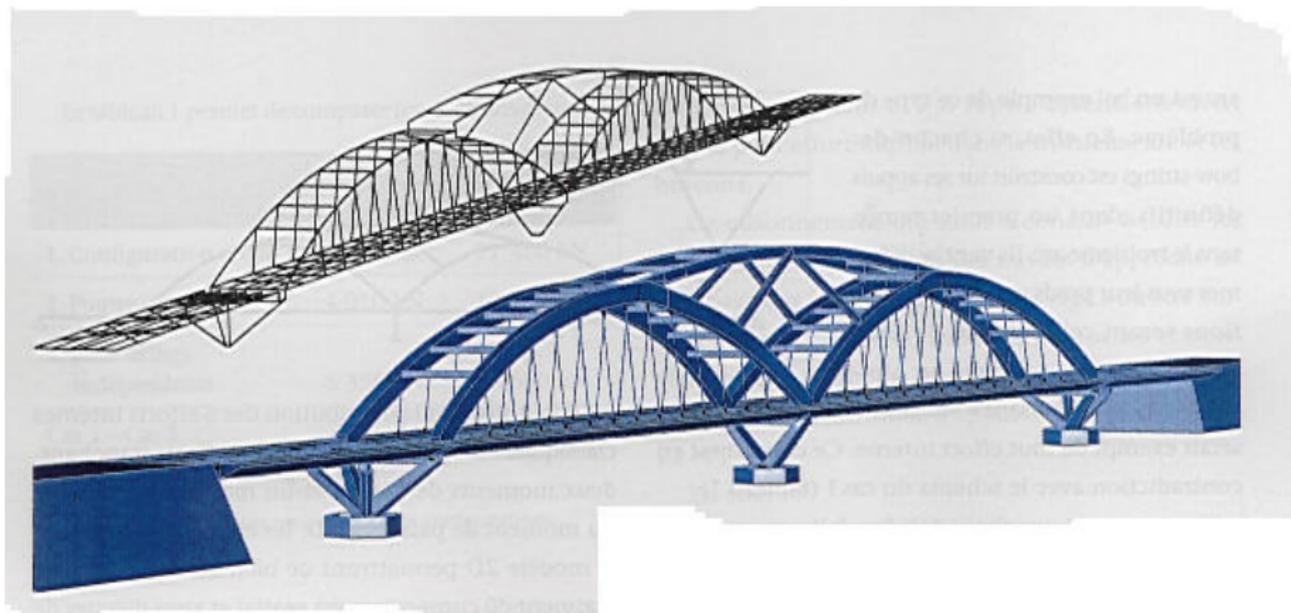


Malla deformada al cabo de 0.2 segundos. 80 kg TNT

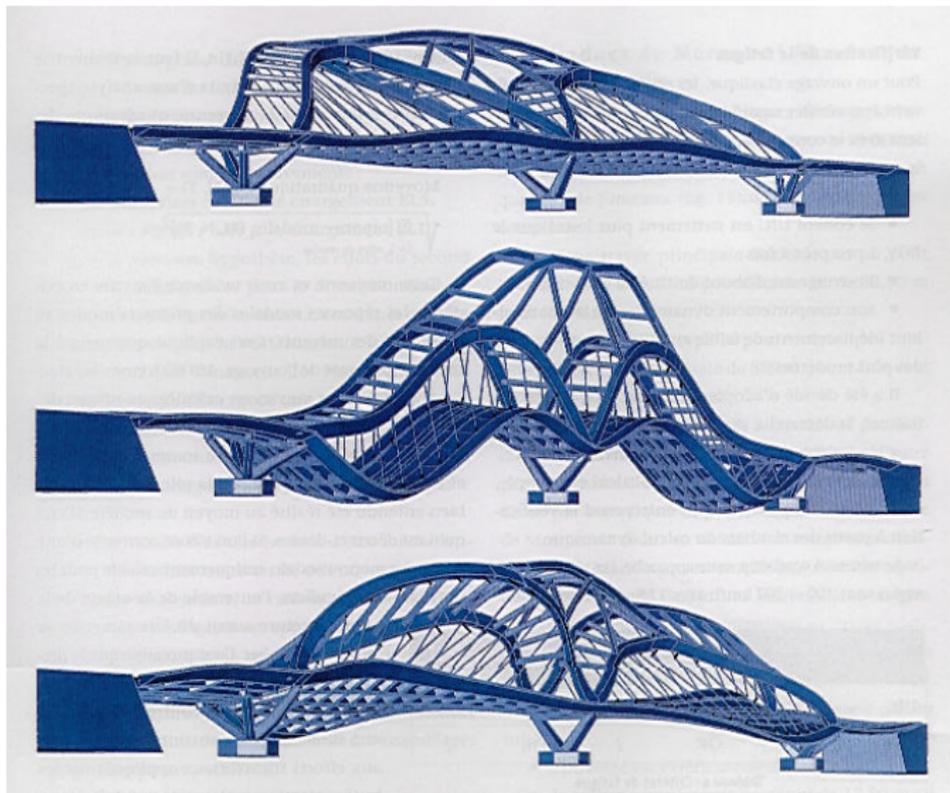
Estudio dinámico 3D de trenes y puentes de alta velocidad.



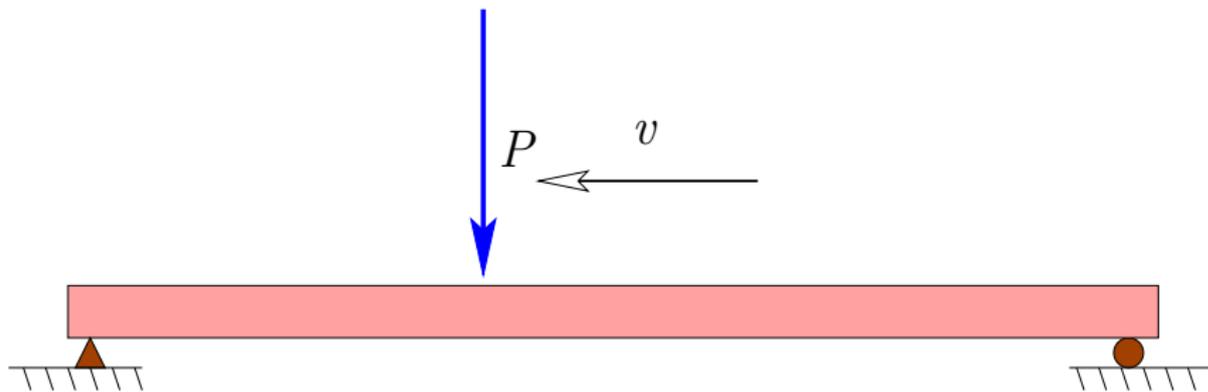
Puentes ffcc Alta Velocidad



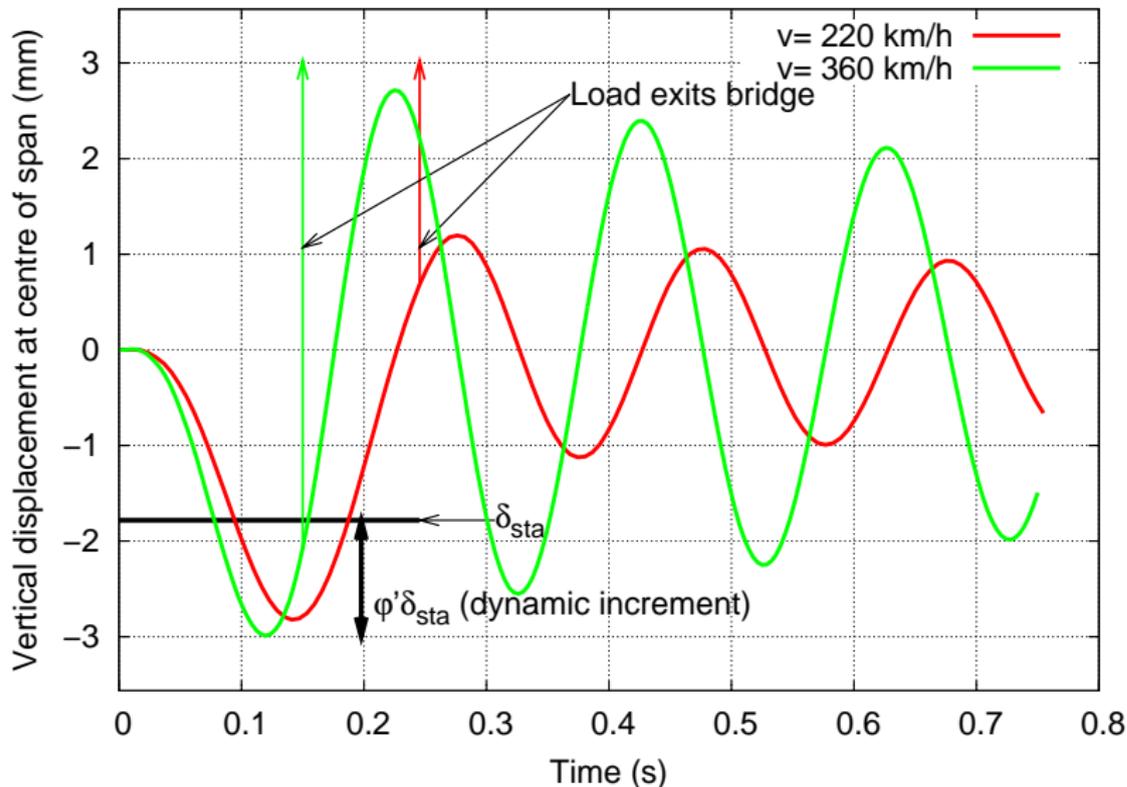
Puentes fcc Alta Velocidad



Carga móvil sobre puente



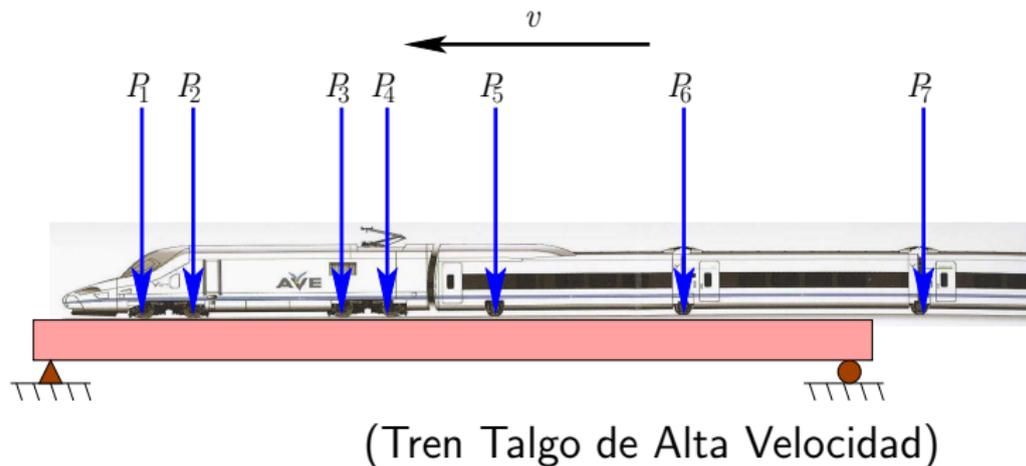
Efecto dinámico de carga móvil: $(1 + \varphi')\delta_{sta}$



$$L = 15 \text{ m}, \bar{m} = 15 \text{ t/m}, f_0 = 5 \text{ Hz}, P = 195 \text{ kN}, \zeta = 2\%.$$

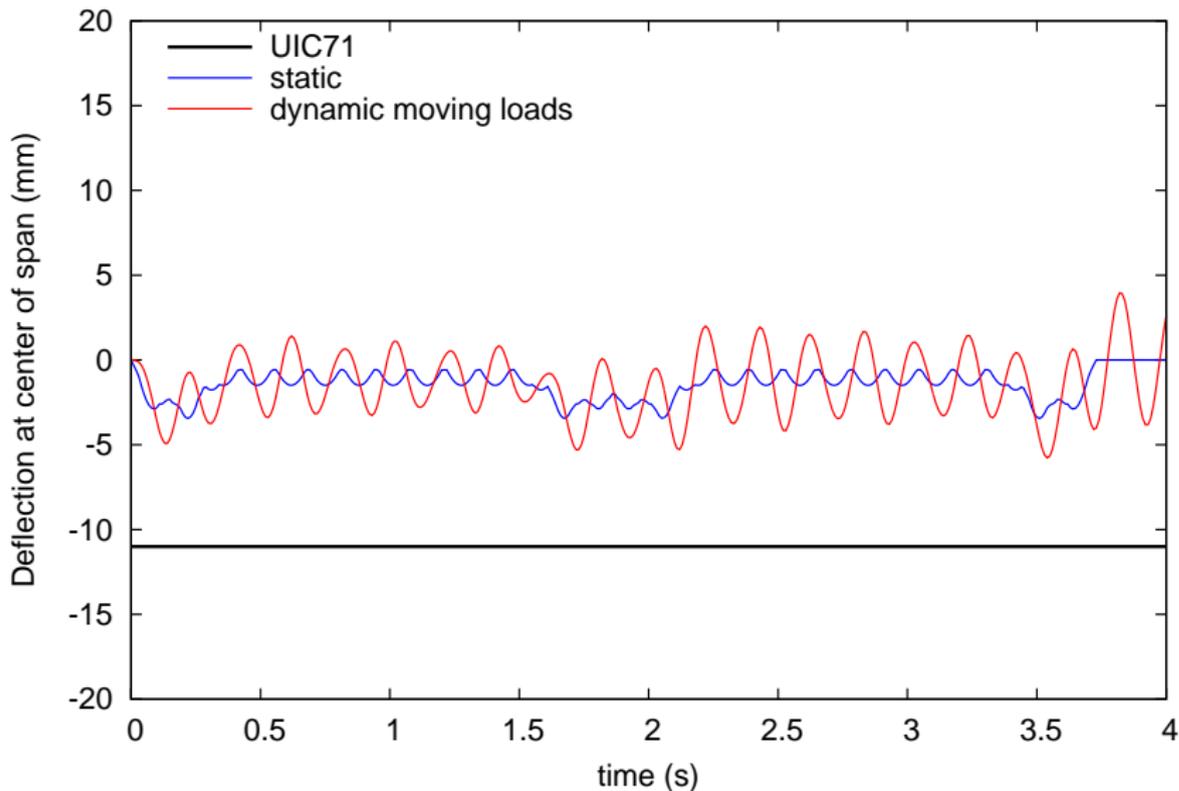


Efecto dinámico de un tren de alta velocidad



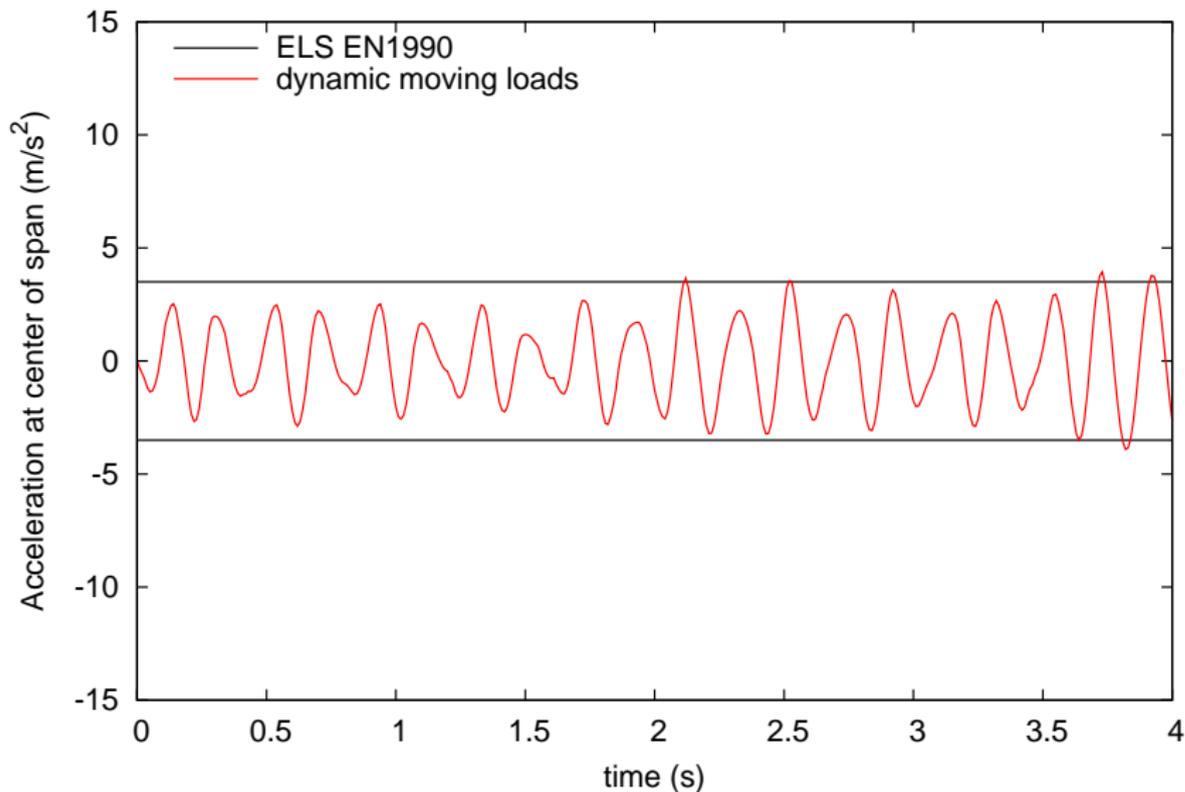
Historia temporal de desplazamientos: $v = 360 \text{ km/h}$

TALGO AV $v=360 \text{ km/h}$, ERRI Bridge $L=15\text{m}$, $\zeta=0,01$; $f_0=5 \text{ Hz}$, $\lambda=13.14 \text{ m} = D$



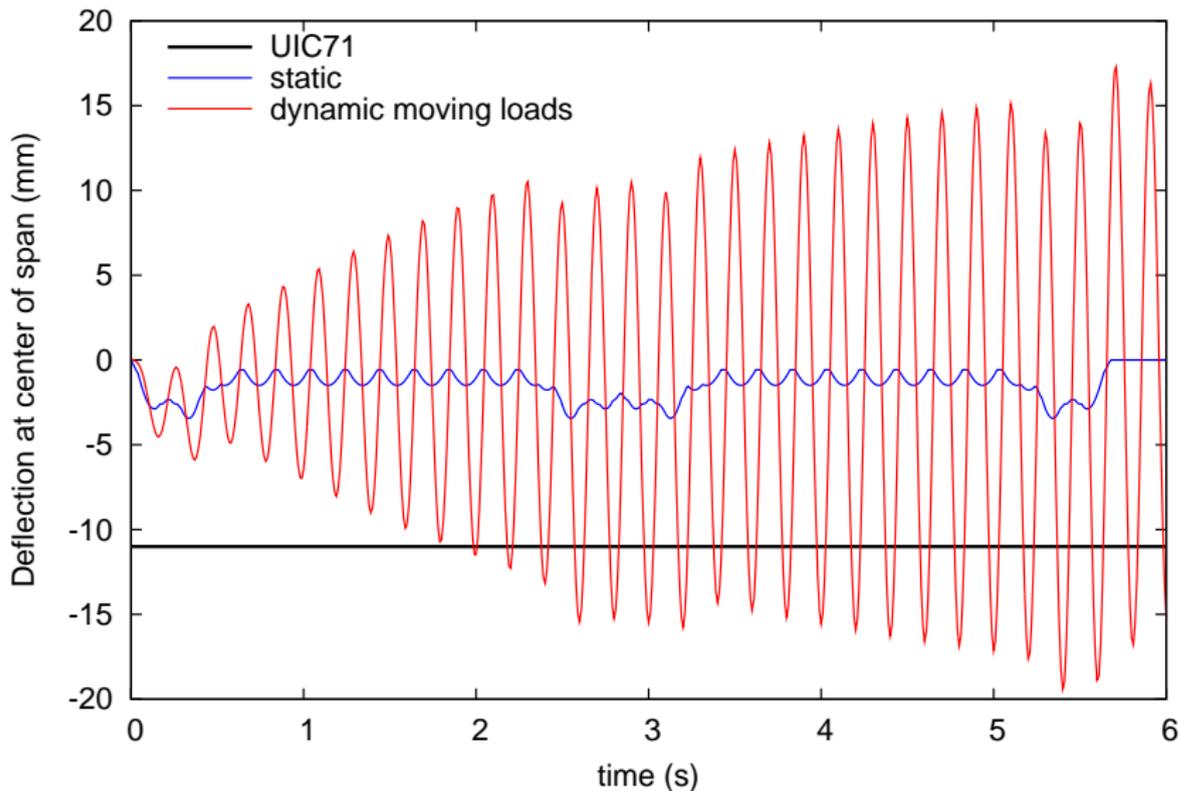
Historia temporal de aceleraciones: $v = 360$ km/h

TALGO AV $v=360$ km/h, ERRI Bridge $L=15$ m, $\zeta=0,01$; $f_0=5$ Hz, $\lambda=13.14$ m = D



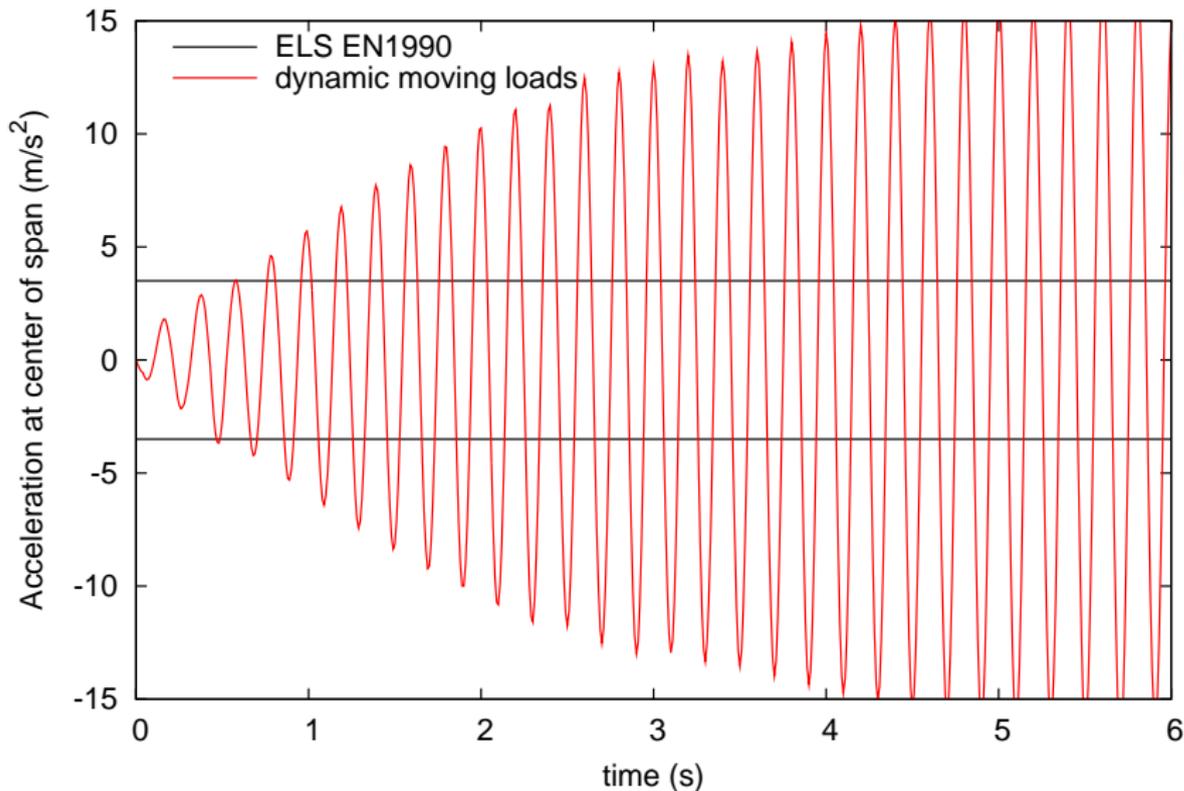
Efecto dinámico del tren: $v = 236,5 \text{ km/h}$ **resonancia!**

TALGO AV $v=236.5 \text{ km/h}$, ERRI Bridge $L=15\text{m}$, $\zeta=0,01$; $f_0=5 \text{ Hz}$, $\lambda=13.14 \text{ m} = D$

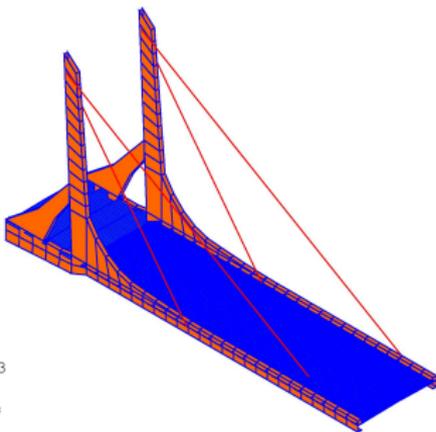


Historia temporal resonante de aceleraciones

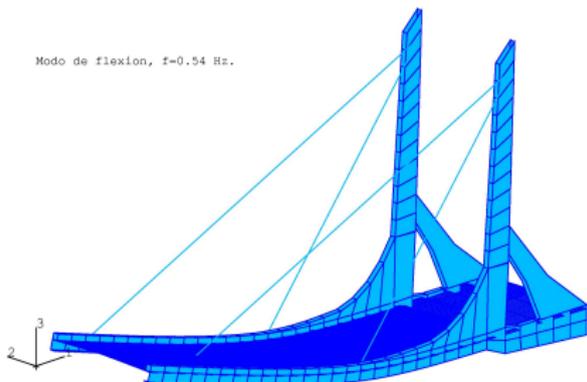
TALGO AV $v=236.5$ km/h, ERRI Bridge $L=15$ m, $\zeta=0,01$; $f_0=5$ Hz, $\lambda=13.14$ m = D



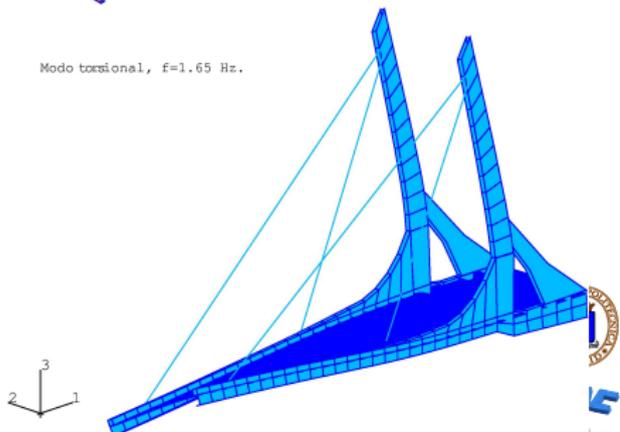
Puente Levadizo Barcelona



Modo de flexion, $f=0.54$ Hz.



Modo torsional, $f=1.65$ Hz.



Lanzamiento Puente Lanjarón



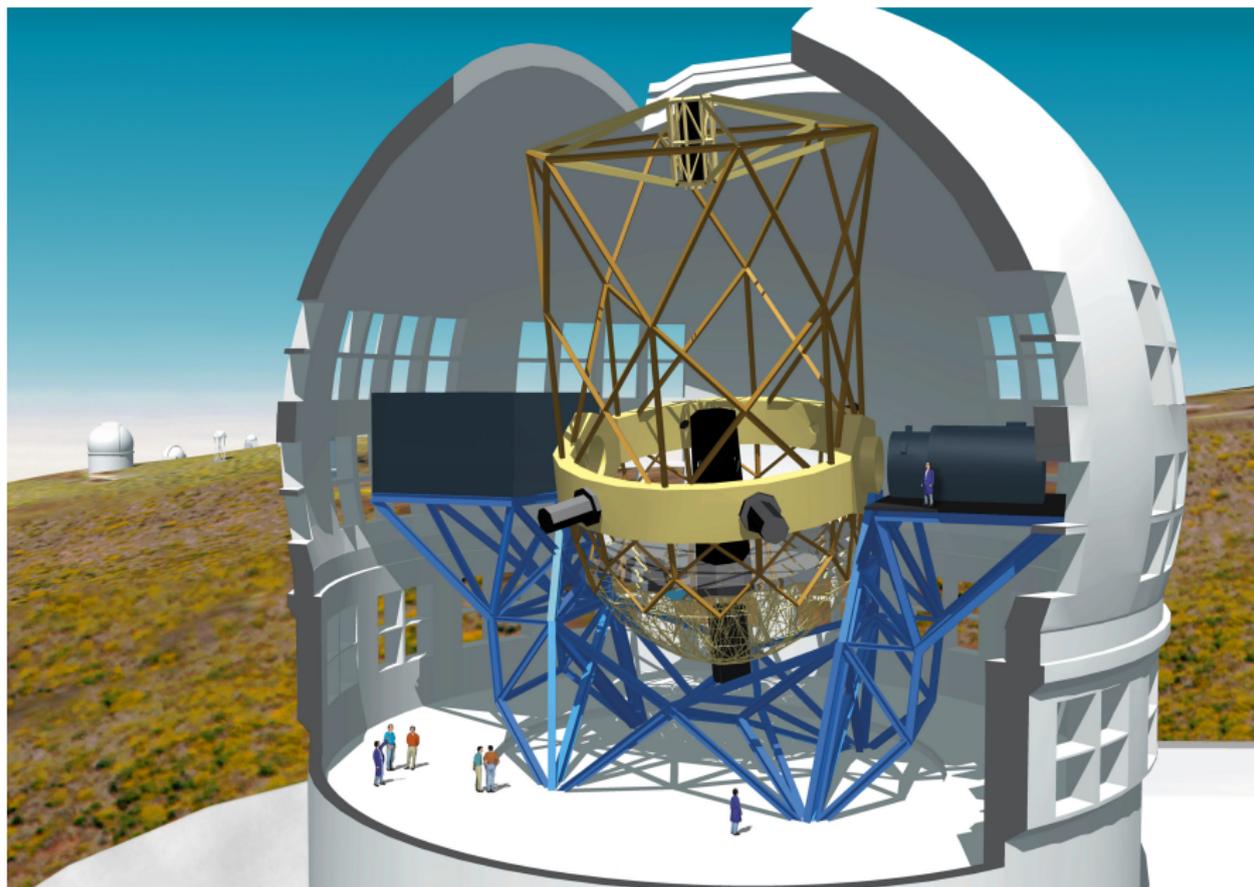
Lanzamiento Puente Lanjarón



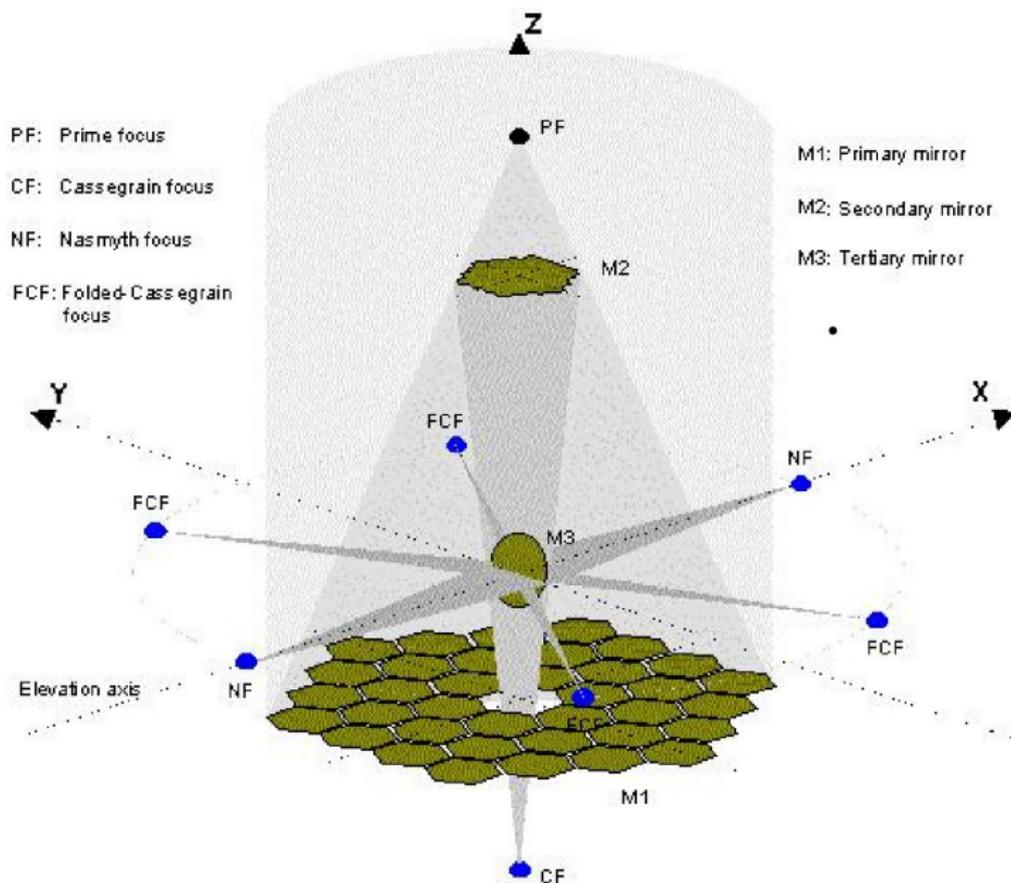
Lanzamiento Puente Lanjarón



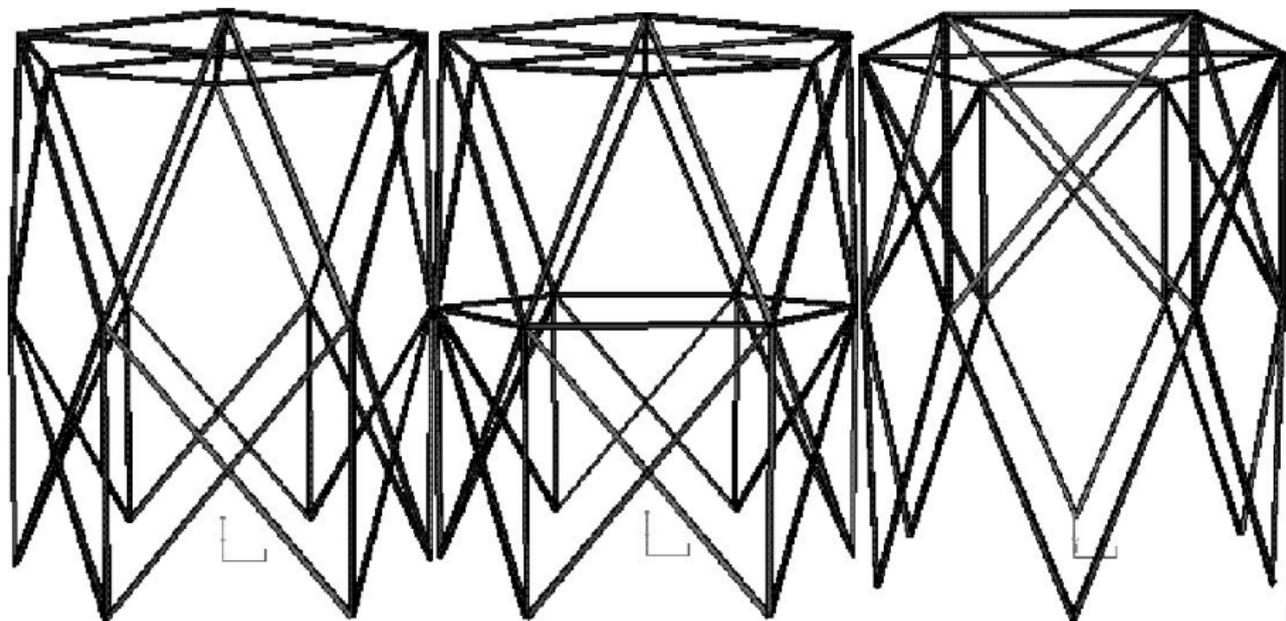
Gran Telescopio de Canarias



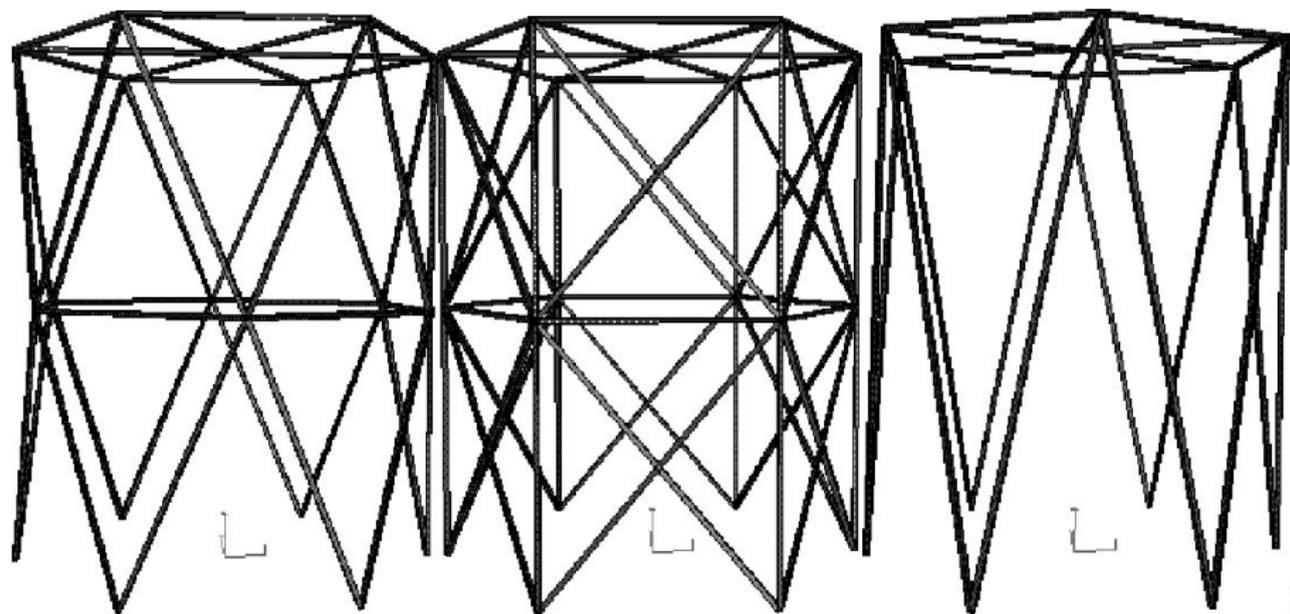
Disposición Óptica GRANTECAN



Alternativas iniciales tubo

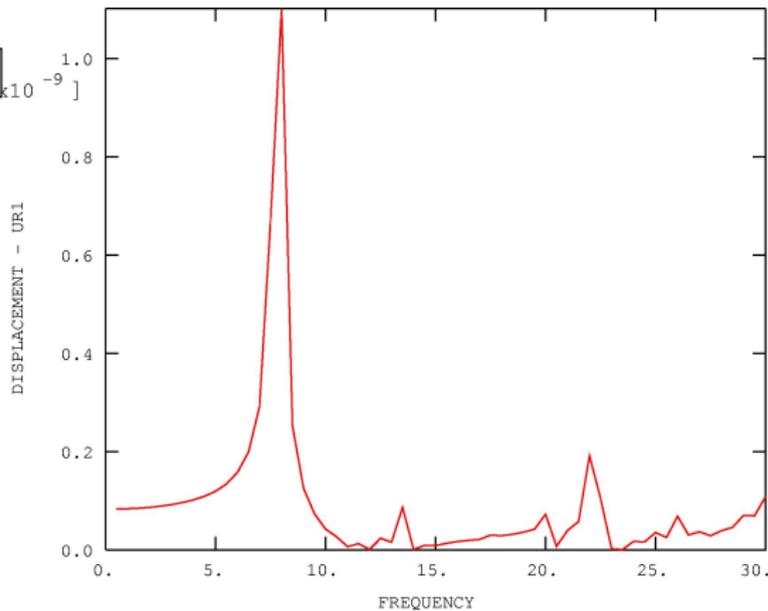
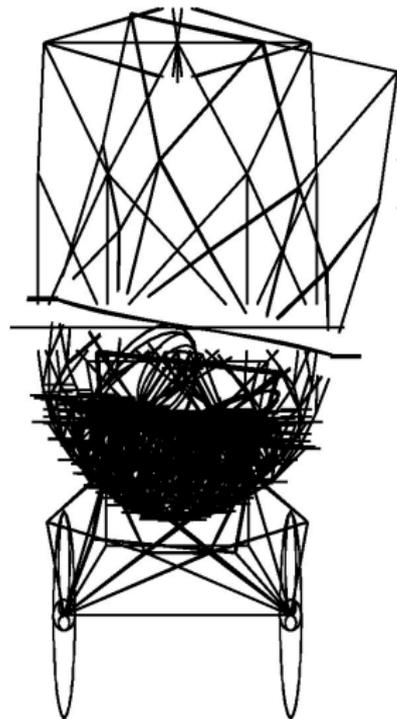


Alternativas iniciales tubo (2)

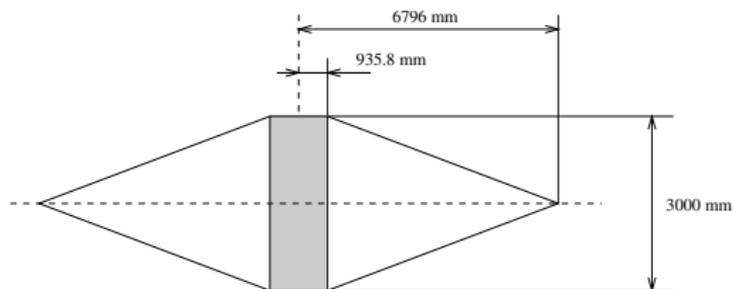


Aspectos Críticos del Diseño y Cálculo (2)

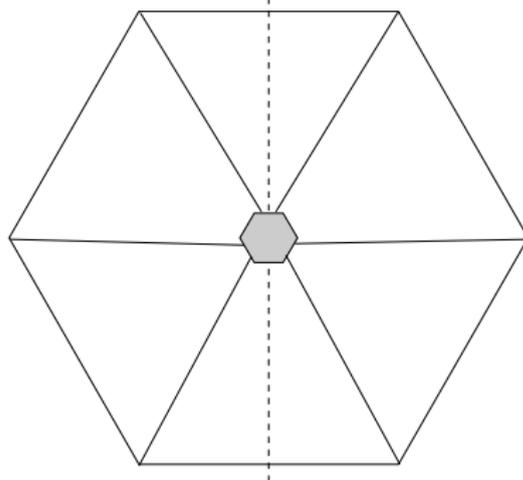
♣ Vibraciones de elevación tubo ($f = 7 \text{ Hz}$)



Aspectos Críticos del Diseño y Cálculo (3)

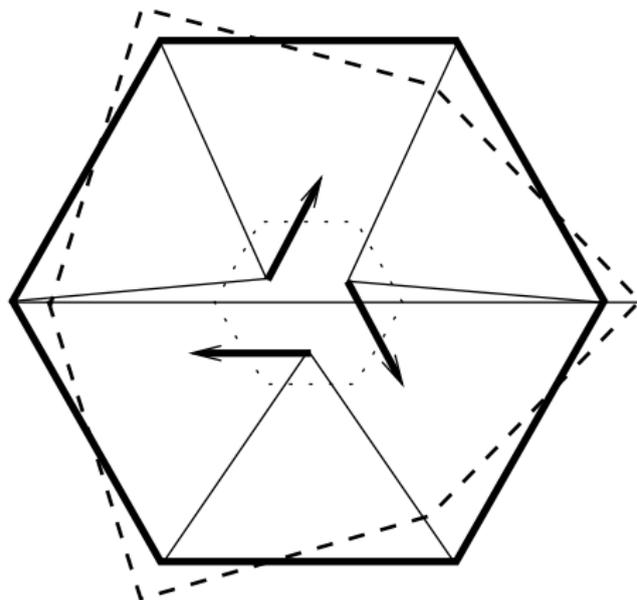


♣ Propuesta inicial araña

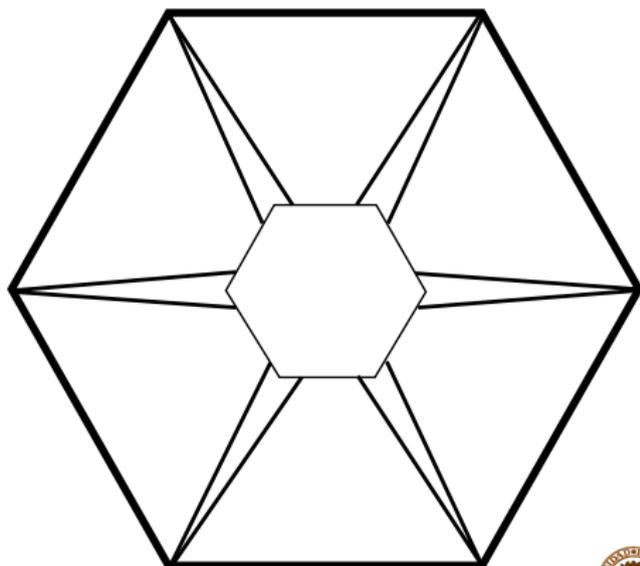


Aspectos Críticos del Diseño y Cálculo (4)

♣ Rigidez torsional araña (configuración no radial)

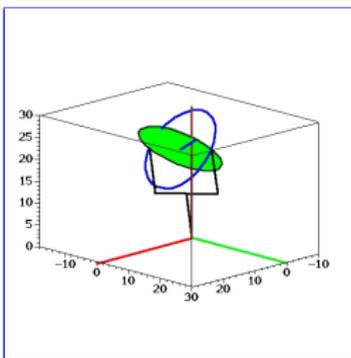


configuración desechada



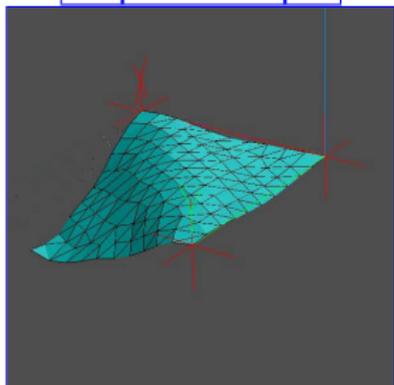
seleccionada

Ejemplos de Mecánica Computacional: dinámica no lineal

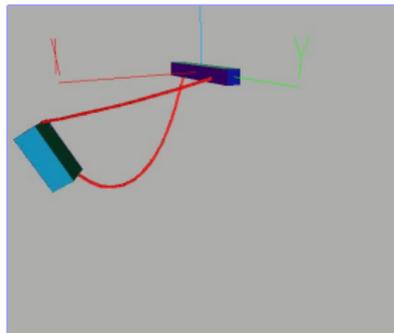


Examen jun 2001

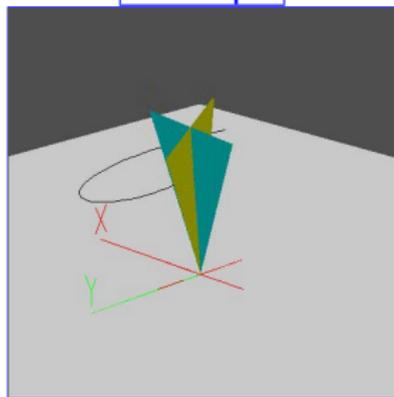
Maple-Mecapac



Tela cayendo

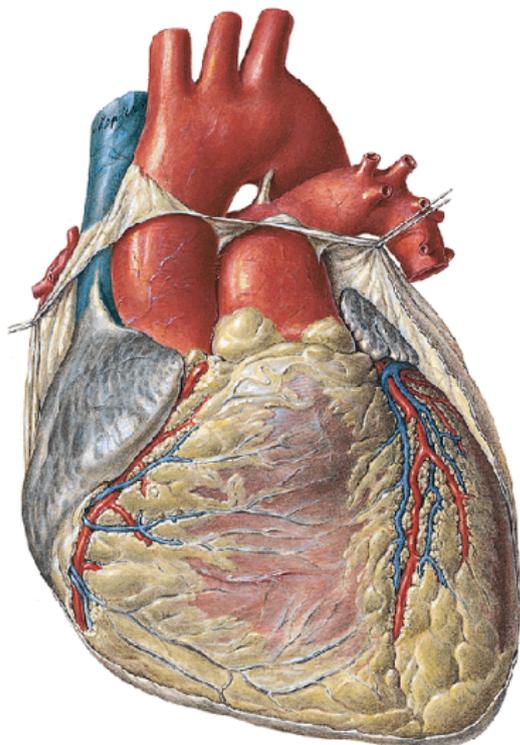


Columpio

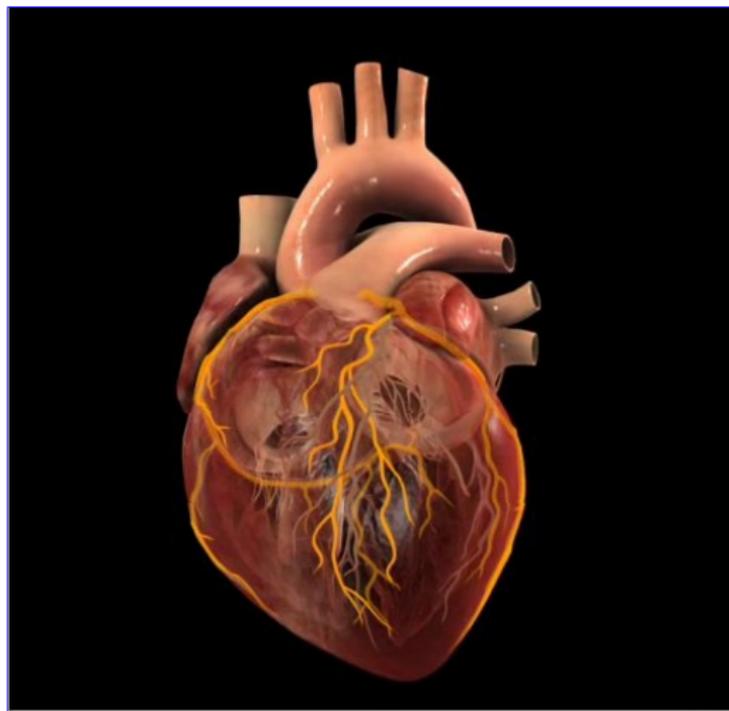


Peonza 3D

Corazón



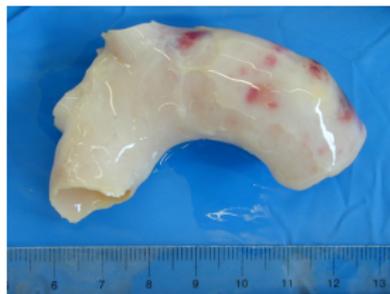
Miocardio y Coronarias



Corazón virtual

Simulación del doblado y presurizado de una aorta

Descripción del problema

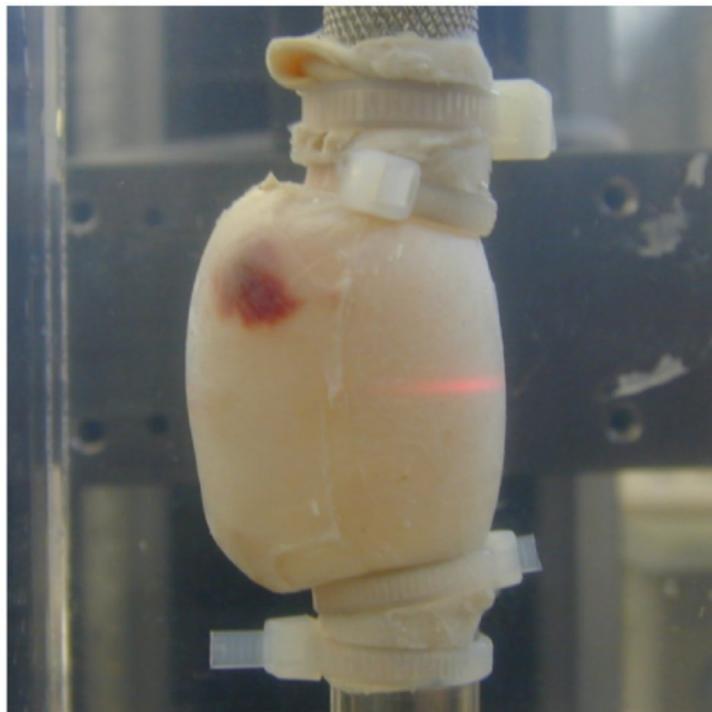


Montaje del vaso



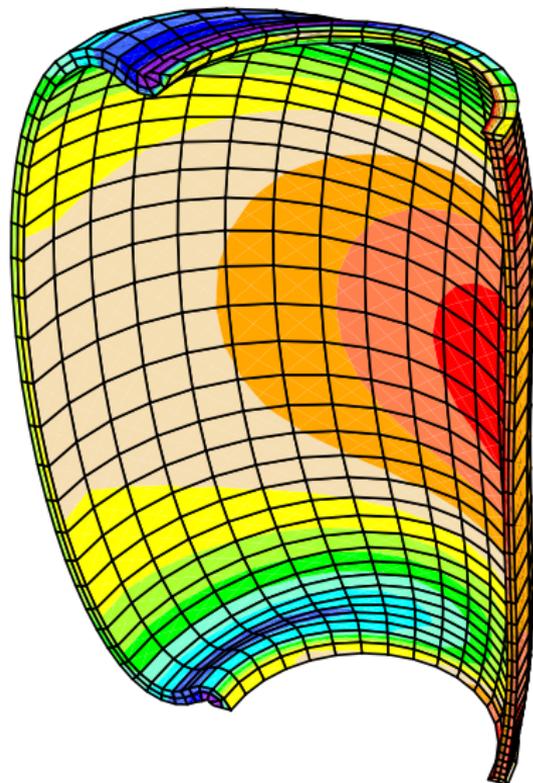
Probeta montada

Simulación del doblado y presurizado de una aorta

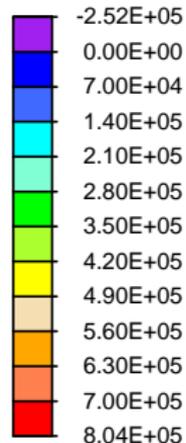


Simulación del doblado y presurizado de una aorta

Secuencia de mallas deformadas

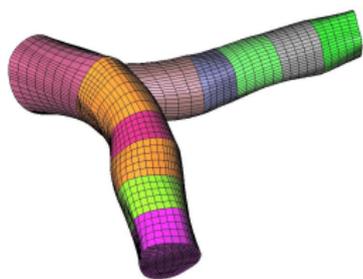


Prin. Stress 1

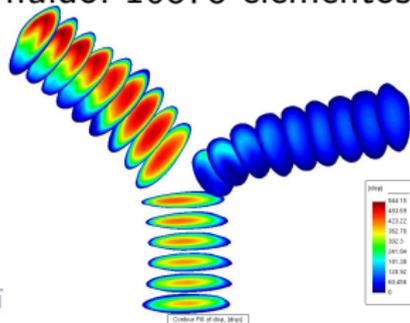


Time = 1.00E+00

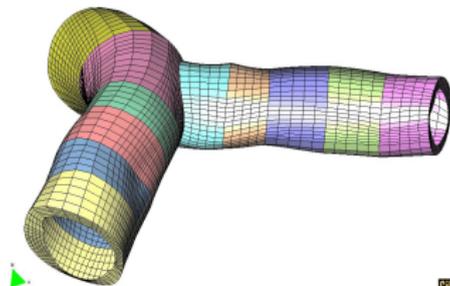
Modelo de bifurcación en arteria coronaria izquierda (I)



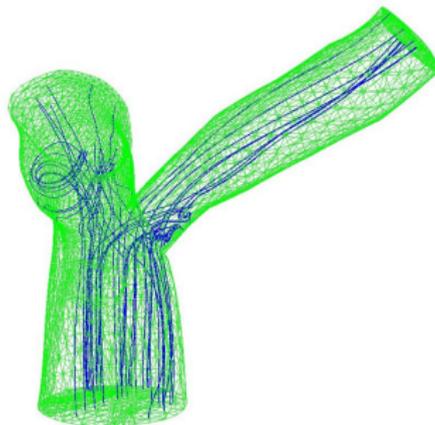
fluido: 16878 elementos



Velocidad



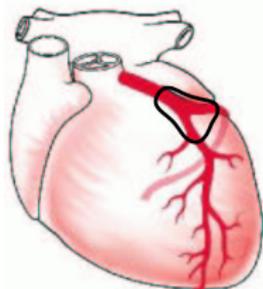
sólido: 16425 elementos



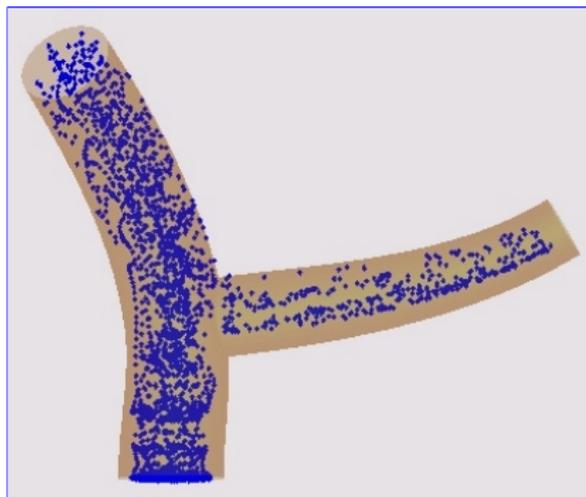
Líneas de corriente

Modelo de bifurcación en arteria coronaria izquierda (II)

Bifurcación LAD-CX:



Trayectorias de partículas



Contornos de presión en el modelo 3D. Material de Ogden.

