

MECÁNICA

31. Se considera un cono pesado de masa m , radio en la base r y altura $h = r$. El cono tiene el centro O de su base fijo. Se pide:

1. Componentes del tensor de inercia en O para ejes ligados al cuerpo
2. Momento de las fuerzas en O para una posición genérica del cono
3. Ecuaciones de Euler de la dinámica
4. Considerando ahora que no exista peso, y suponiendo una velocidad de rotación inicial ω alrededor del eje del cono y $\omega\sqrt{3}$ normal al mismo, obtener:
 - a) Momento cinético en O y energía cinética
 - b) Lugar geométrico que desarrolla Ω en el movimiento
 - c) Expresiones de la nutación del eje del cono y de su velocidad de precesión respecto a la dirección invariante

NOTA: Los momentos principales de inercia en el vértice V de un cono son $A = \frac{3}{20}m(r^2 + 4h^2)$, $C = \frac{3}{10}mr^2$.

(Problema puntuable, curso 2009/2010)

★

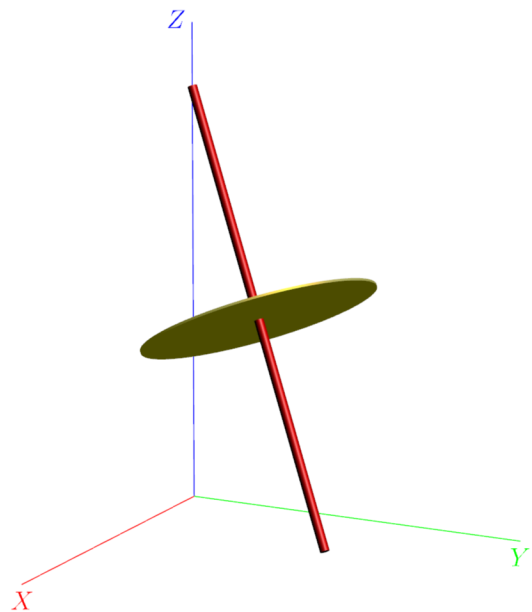
32. El sólido pesado de la figura está formado por una varilla de masa m y longitud $2R$ y un disco de masa m y radio $R/2$ unido rígidamente y ortogonalmente a la varilla en su punto medio. El sólido se mueve de modo que uno de sus extremos desliza por el eje vertical Z sin rozamiento, mientras que el otro extremo desliza por el plano OXY también liso.

Se pide:

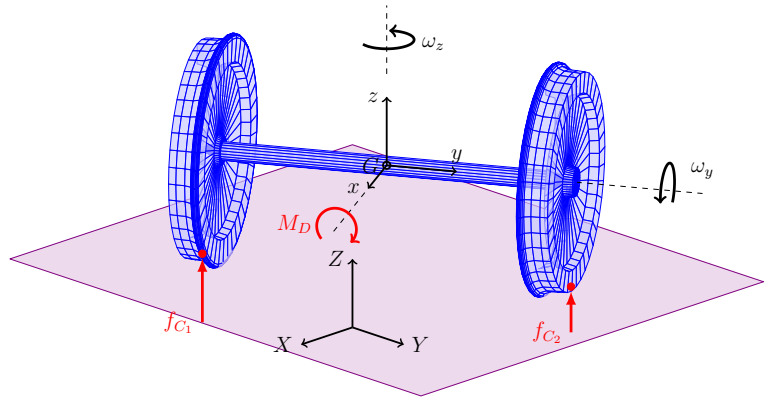
1. Grados de libertad del sólido.
2. Velocidad angular en función de los grados de libertad y sus derivadas.
3. Expresión de las energías cinética y potencial.
4. Integrales primeras y ecuaciones del movimiento.

(Examen final, 27/06/2011)

★



33. Un eje montado ferroviario está formado por dos ruedas unidas rígidamente y solidariamente por un eje. Se admite que las ruedas, de masa m cada una, pueden considerarse como sendos discos planos de radio R . Asimismo el eje tiene longitud $3R$ y su masa puede despreciarse frente a las ruedas. El sólido así formado rueda y desliza de forma que la velocidad de rotación sobre su eje de revolución es ω_y , y simultáneamente tiene una velocidad de rotación ω_z alrededor del eje vertical, pudiendo considerarse que su movimiento se efectúa sobre un plano horizontal liso, en contacto por dos puntos C_1 y C_2 bajo cada rueda. El eje está sometido a su propio peso y a la reacción del plano liso sin ninguna otra fuerza aplicada. Debido a la rotación ω_z se produce un efecto giroscópico M_D que hace que una rueda se cargue más y la otra se descargue. Se pide:



1. Expresar las ecuaciones de la dinámica del eje. Para ello:
 - a) Calcular el tensor de inercia del sólido en G .
 - b) Calcular el momento cinético del sólido en G .
 - c) Plantear las ecuaciones cardinales de la dinámica del sólido (balance de cantidad de movimiento y de momento cinético).
2. Calcular las reacciones sobre las ruedas en C_1 y C_2 . Obtener el valor necesario de ω_z para que la descarga en la rueda menos cargada sea la décima parte de la carga estática mg .