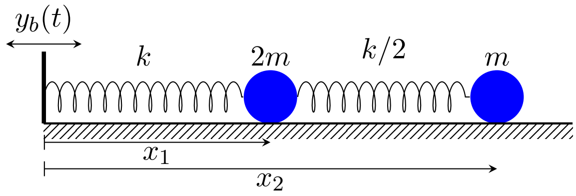
Práctica n.º 7 curso 2014-2015

MECÁNICA

19. Se considera un sistema lineal de 2 gdl formado por las masas y resortes lineales que se indican en la figura adjunta. Se tomarán las coordenadas indicadas de cada masa, relativas a la base, que podrán suponerse referidas a la posición de equilibrio de cada resorte (es decir, la configuración $x_1 = x_2 = 0$ es la de equilibrio del sistema sin fuerzas). A la base se le imprime un movimiento impuesto de tipo sísmico $y_b(t)$. Se supone conocido el parámetro $\omega_B = \sqrt{k/m}$, en función del cual se expresarán todos los resultados. Se pide:



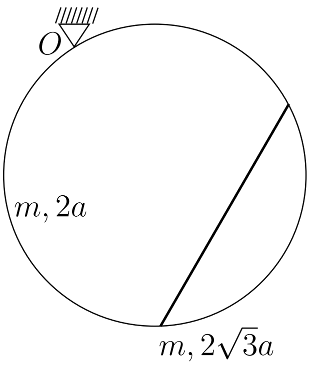
1. Obtener las ecuaciones diferenciales de la dinámica para las coordenadas (x_1, x_2), incluyendo las fuerzas de inercia que resultan del movimiento impuesto en la base. Expresarlas en forma matricial y determinar las matrices de masa y rigidez, así como el vector de fuerzas.

2. Calcular las frecuencias propias del sistema y los modos normales de vibración asociados; calcular asimismo la masa modal y la fuerza modal correspondiente de cada modo, expresando las ecuaciones diferenciales desacopladas para las coordenadas normales (u_1, u_2) (amplitudes de cada modo de vibración).

3. Se supone ahora que existe un amortiguamiento proporcional (Rayleigh) por el cual la matriz de amortiguamiento es $[\mathbf{C}] = \alpha[\mathbf{M}] + \beta[\mathbf{K}]$, con los valores $\alpha = \epsilon\omega_B, \beta = \epsilon/\omega_B$. Obtener las tasas de amortiguamiento respecto al crítico para cada uno de los modos (expresadas en función de ϵ), y completar las ecuaciones normales obtenidas en el apartado anterior para incluir los términos de amortiguamiento.

⋆

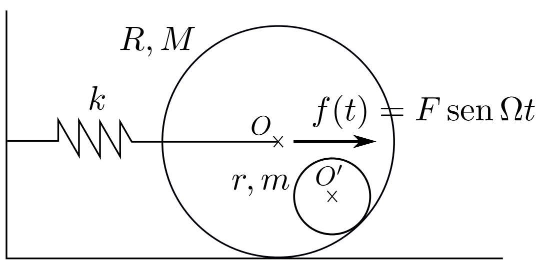
20. Un aro liso de masa m y radio $2a$ se mueve con un punto O fijo, estando contenido en todo momento en un plano vertical también fijo. Una varilla de masa m y longitud $2\sqrt{3}a$ se mueve de manera que sus dos extremos deslizan sobre el aro sin que se puedan despegar del mismo. Se pide:



1. Ecuaciones diferenciales del movimiento.
2. Linealización de las ecuaciones del apartado anterior para el caso de pequeñas oscilaciones en torno a la posición de equilibrio estable.
3. Frecuencias propias y modos normales de oscilación.
4. Expresar las ecuaciones horarias del movimiento en función de los modos normales de oscilación, de las frecuencias propias y de las correspondientes constantes de integración.

⋆

21. Un cilindro macizo de masa m y radio r rueda sin deslizar en el interior de otro cilindro hueco de radio R y masa M. Este último cilindro rueda sin deslizar sobre un plano horizontal fijo y tiene su eje unido al extremo de un resorte elástico de constante K que se mantiene horizontal con su otro extremo fijo. Sobre este mismo eje actúa así mismo una fuerza horizontal de valor dado por $f = F\,\mathrm{sen}(\Omega t)$. El cilindro macizo presenta una resistencia, de valor C, proporcional a su velocidad absoluta de giro. Se pide:



1. Obtener las ecuaciones diferenciales del movimiento.

2. Linealizar las ecuaciones del movimiento para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio.

3. Supuesto: $C = 0$, $m = 2\,\mathrm{kg}$, $M = 4\,\mathrm{kg}$, $r = 0,5\,\mathrm{m}$, $R = 2\,\mathrm{m}$, $K = 100\,\mathrm{N/m}$ y $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$; calcular los valores de ω para los que el sistema entra en resonancia, y las coordenadas normales del sistema.

4. Si ω tiene el valor promedio de los calculados en el punto anterior, $F = 100\,\mathrm{N}$ y C tiene un valor prácticamente despreciable, calcular la expresión que define el régimen permanente del movimiento.