

Mecánica

EXAMEN FINAL (22 de junio del 2009)

Apellidos

Nombre

N.º

Grupo

--	--	--

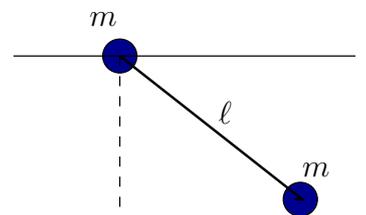
Ejercicio 1.º (puntuación: 10/45)

Tiempo: 45 min.

Responder a las siguientes cuestiones teórico-prácticas *dentro del espacio provisto en la hoja*. Las respuestas habrán de ser breves y directas, escritas a tinta y con letra clara. Se puede emplear como borrador la hoja adicional que se les ha repartido, que no deberá entregarse. No se permitirá tener sobre la mesa *ninguna otra hoja*, ni libros ni apuntes de ningún tipo, ni calculadoras.

Sea un sistema holónimo en el que se encuentra definida la función Lagrangiana $L(q_i, \dot{q}_i, t); i = 1 \dots n$. Definir los tipos de integrales primeras en la formulación Lagrangiana y demostrar bajo qué condiciones existen, deduciendo sus expresiones.

Aplicación: Sean dos partículas de masa m que se mueven en un plano vertical, unidas por una barra rígida sin masa de longitud ℓ . Una de las partículas está obligada a moverse en una recta horizontal lisa. Deducir la función Lagrangiana y discutir la existencia de integrales primeras del movimiento. (5 pts.)



Definir el concepto de *equilibrio estable* de un sistema mecánico. Suponiendo que las fuerzas provienen de un potencial V ($\partial V/\partial t = 0$) y que el sistema mecánico se describe mediante n coordenadas generalizadas, *expresar* la condición analítica para la estabilidad del equilibrio. *Aplicación:* El sistema de la figura está formado por una barra sin peso de longitud $2l$, articulada en un extremo, y con una carga vertical P aplicada en su punto medio. El extremo libre de la barra está unido a un punto sobre la articulación, mediante un resorte de constante k y longitud natural nula que se mantiene horizontal. *Calcular* el valor mínimo de k para que la posición $\theta = 0$ sea de equilibrio estable. (5 pts.)

