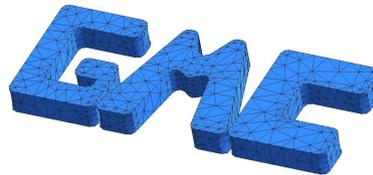


La mecánica: principios, historia y algunas aplicaciones recientes en la medicina

José M.^a Goicolea

Grupo de Mecánica Computacional (<http://w3.mecanica.upm.es>)
Escuela de Ingenieros de Caminos,
Universidad Politécnica de Madrid

Universidad de La Rioja, 2 de marzo del 2007



Índice

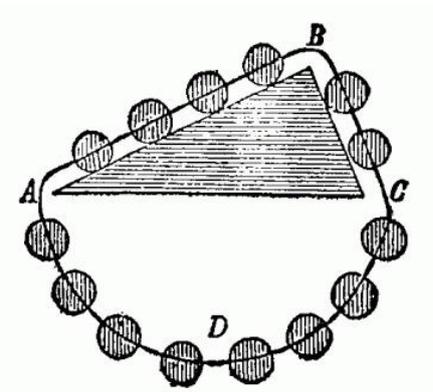
- 1 Personajes y Axiomas de la Mecánica
 - Grecia y renacimiento: *geometría, movimiento y relatividad*
 - La ilustración: *mecánica racional*
 - Siglos XIX y XX: *teorías modernas*
- 2 Teorías de la mecánica
 - Modelos matemáticos
 - Teorías de la mecánica
- 3 Aplicaciones en la ingeniería
 - Puentes ffcc Alta Velocidad
 - La dinámica en la ingeniería estructural
- 4 Aplicaciones de la mecánica computacional
 - Dinámica no lineal
 - Método de elementos finitos
 - Biomecánica cardiovascular



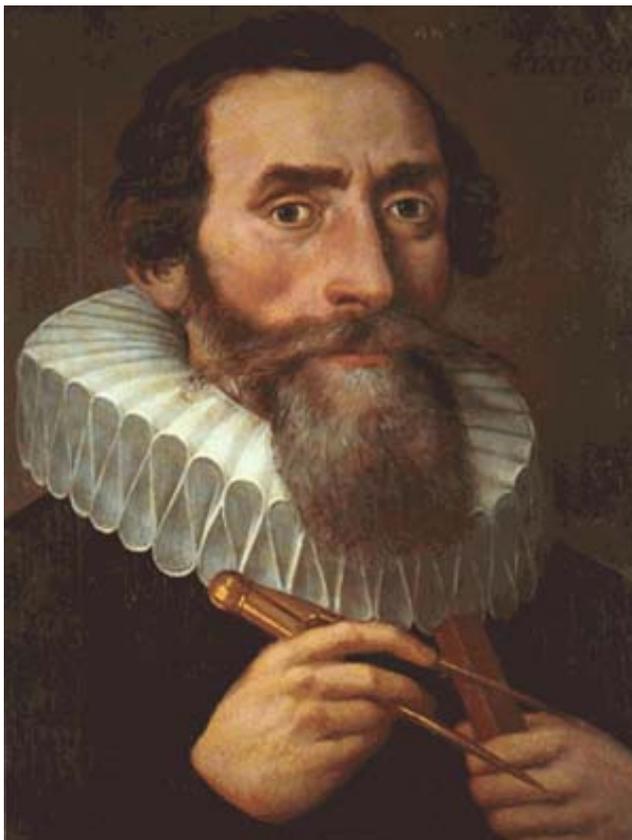
Simon Stevin



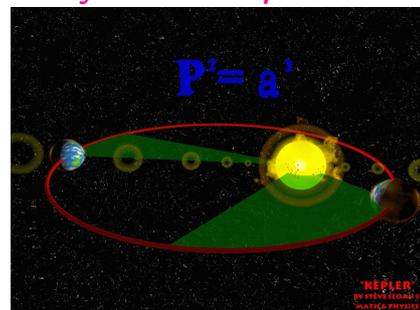
- 1548 (Brujas) – 1620 (La Haya)
- Consejero del ejército de Orange
- Diques, molinos, esclusas, puertos
- Introdujo números decimales
- *Epitafio:*



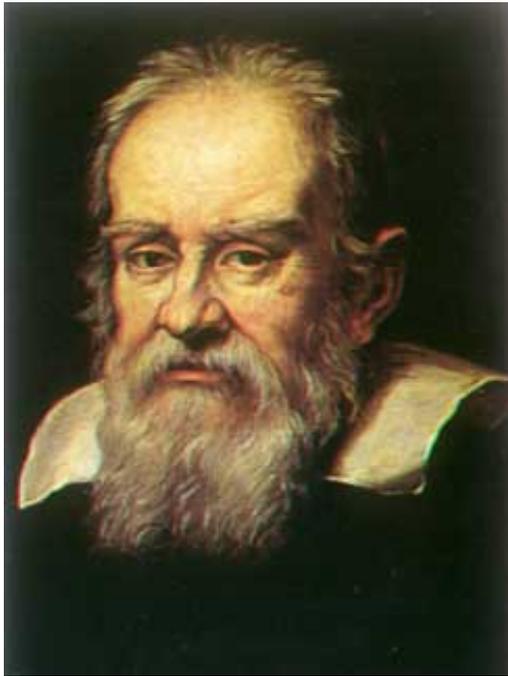
Johannes Kepler



- 1571 (Württemberg) – 1630 (Regensburg)
- Trabajó con Tycho Brahe en Praga
- Tablas astronómicas muy precisas, sin telescopio
- Adoptó telescopio de Galileo, diseño propio
- *3 leyes de Kepler*



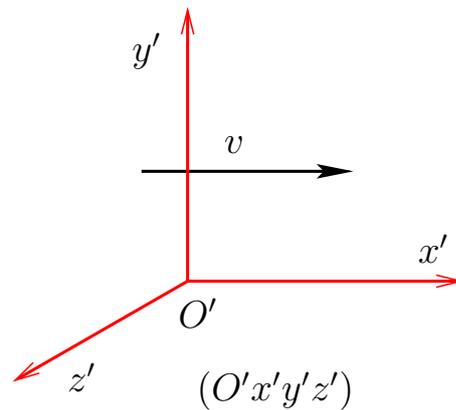
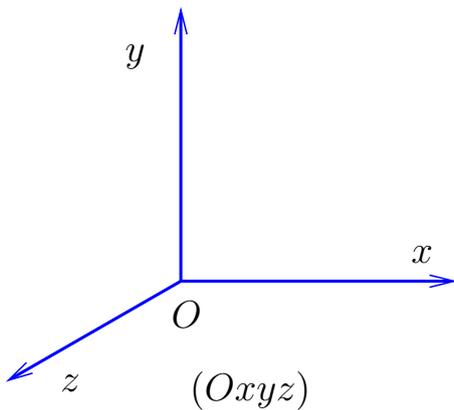
Galileo Galilei



- 1564 (Pisa) – 1642 (Florencia)
- Plano inclinado, péndulo tautócrono, movimiento parabólico, resist. de materiales
- Caída de los graves: aceleración constante (¡contradice Aristóteles!)
- Desarrolla telescopio y observa planetas, lunas de Júpiter, Saturno, ...
- Condenado por inquisición por defender teoría Copernicana: prisión perpetua
- Relatividad Galileana e inercia.



Relatividad Galileana



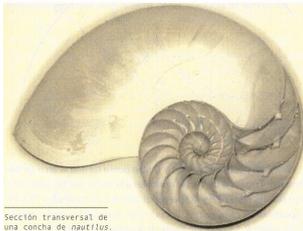
$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}' = \dot{x} - v \\ \dot{y}' = \dot{y} \\ \dot{z}' = \dot{z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ddot{x}' = \ddot{x} \\ \ddot{y}' = \ddot{y} \\ \ddot{z}' = \ddot{z} \end{cases}$$



Jacob Bernoulli



- 1654 (Basilea) – 1705 (Basilea)
- Hermano mayor de Johann B. al que enseña matemáticas. Posteriormente rivalidad y disputas con él. Tío de Daniel B.
- Probabilidades, geometría, series infinitas ($\sum_n(1/n)$, $\sum_n(1/n^2)$)
- Problema de braquistócrona mediante ecuación diferencial
- Espiral logarítmica ($\rho = Ce^{k\theta}$), Lemniscata
- *epitafio: "Eadem mutata resurgo"* (espiral logarítmica)



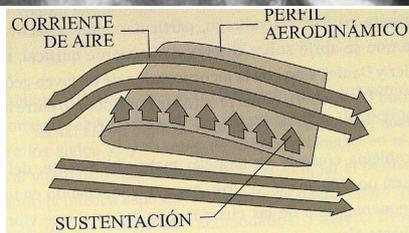
Johann Bernoulli



- 1667 (Basilea) – 1748 (Basilea)
- Hermano de Jacob B., Padre de Daniel
- Pendenciero, disputas irreconciliables con Daniel
- Resuelve problema de Catenaria en 1691 (propuesto por Jacob). Involuta: tractriz.
- Propone y resuelve Braquistócrona
- Seguidor de Leibniz frente a Newton
- *Hidraulica* (1732? → 1739)



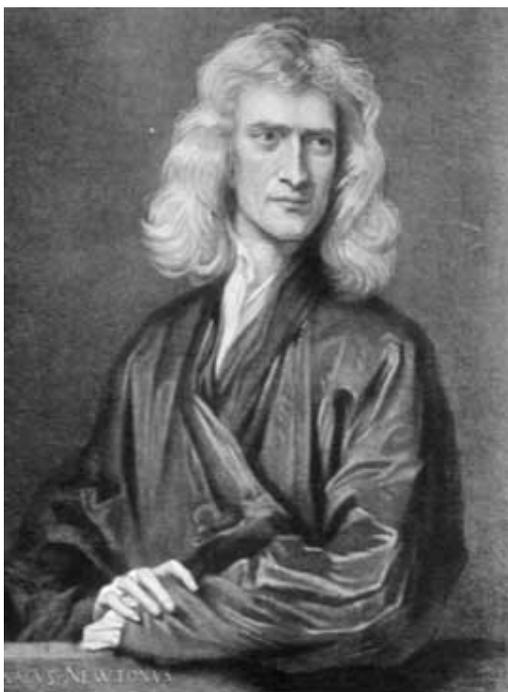
Daniel Bernoulli



- 1700 (Groningen) – 1782 (Basilea)
- Hijo de Johann B., sobrino de Jacob B.
- S. Petersburgo, junto a Euler
- Teoría de vigas (*“viga de Euler-Bernoulli”*), hilos, velarias, ...
- Vibración de hilos tensos
- *Hidrodinámica* (1738)
- Nunca se reconcilió con su padre.



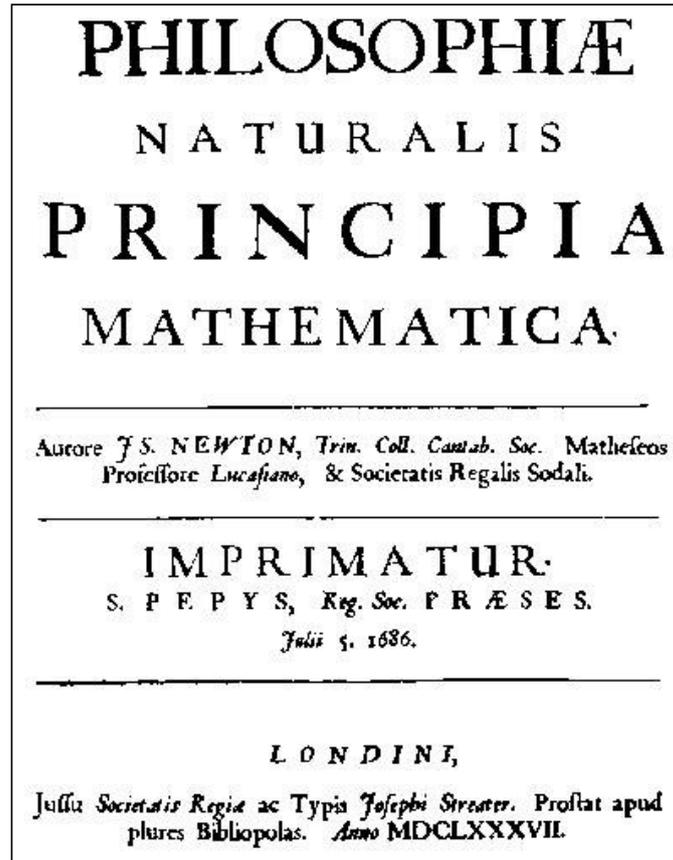
Isaac Newton (1643–1727)



- Nació en c. Juliano 25/12/1642
- Juventud en granja de Woolsthorpe.
- Cambridge. Cátedra Lucasiana.
- Método de fluxiones (cálculo infinitesimal). Disputas amargas con Leibniz. Desarrollado 1671, publicado 1736.
- Óptica (teoría corpuscular)
- Casa de la moneda
- **PHILOSOPHIAE NATURALIS PRINCIPIA MATHEMATICA**



Principia



Definiciones Newton

Definiciones (PRINCIPIA)

‘DEFINICION PRIMERA. *La cantidad de materia es la medida de la misma originada de su densidad y volumen conjuntamente.’*

‘DEFINICION II. *La cantidad de movimiento es la medida del mismo obtenida de la velocidad y de la cantidad de materia conjuntamente.’*

‘DEFINICION III. *La fuerza ínsita de la materia es una capacidad de resistir por la que cualquier cuerpo, por cuanto de él depende, perservera en su estado de reposo o movimiento uniforme y rectilíneo.’*

‘DEFINICION IV. *La fuerza impresa es la acción ejercida sobre un cuerpo para cambiar su estado de reposo o movimiento uniforme y rectilíneo.’*



Leyes Newton

Leyes (PRINCIPIA)

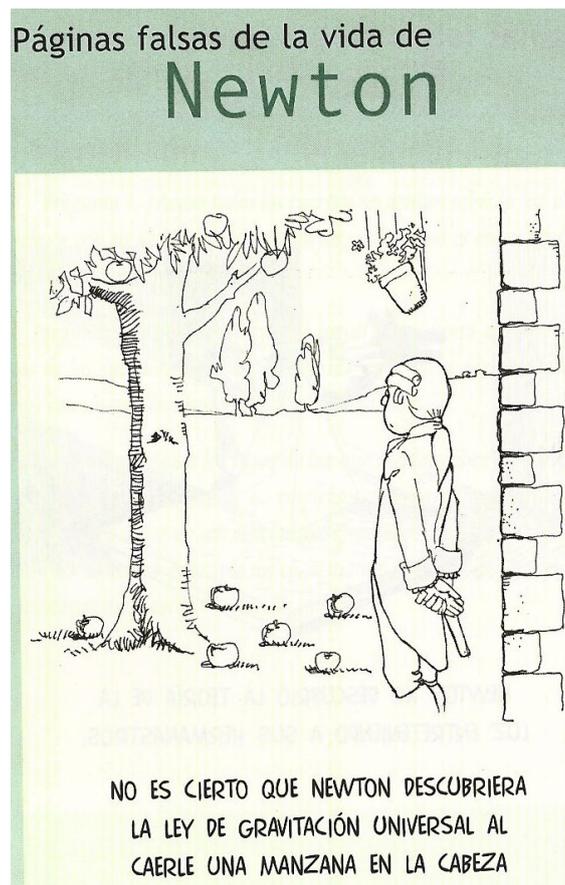
'LEY PRIMERA. *Todo cuerpo persevera en su estado de reposo o movimiento rectilíneo y uniforme a no ser en tanto que sea obligado por fuerzas impresas a cambiar su estado.'*

'LEY II. *El cambio de movimiento es proporcional a la fuerza motriz impresa y ocurre según la línea recta a lo largo de la cual aquella fuerza se imprime.'*

'LEY III. *Con toda acción ocurre siempre una reacción igual y contraria. O sea, las acciones mutuas de los cuerpos siempre son iguales y dirigidas en direcciones opuestas.'*



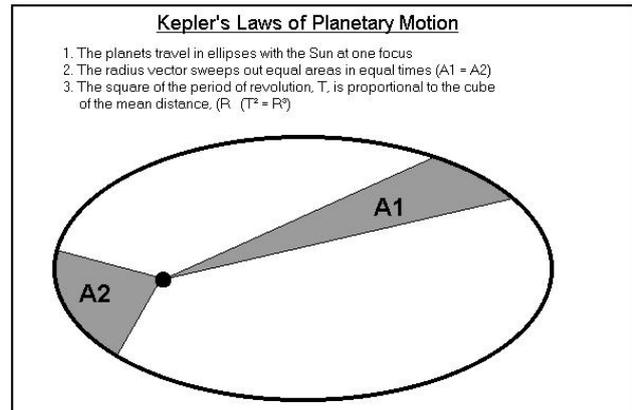
Newton y la gravedad



(de «Newton», J. Muñoz Santonja)

Ley de la Gravitación Universal

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$



- Explica el movimiento de cuerpos celestes
- Explica también el movimiento de cuerpos terrestres



Leonard Euler



- 1707 (Basilea) – 1783 (S. Petersburgo)
- Infinitésimos e infinitos, Ecuaciones diferenciales, cálculo de variaciones, Probabilidad, Teoría de números, ...
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$
- En su *Mechanica* (1736–37) completa la mecánica clásica: **Principio momento cinético, dinámica del sólido rígido, ...**
- Mecánica de medios continuos, de fluidos, ...
- Ciego al final, sigue publicando.



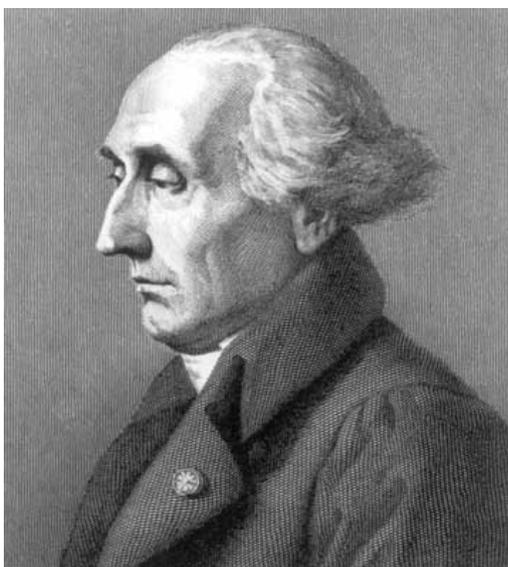
Jean le Rond d'Alembert



- 1717 (París) – 1783 (París)
- Completa definición de fuerza de Newton
- “*Traité de dynamique*” (1743):
Principio de d'Alembert
- Escribe la enciclopedia junto con Diderot
- Ecuaciones en derivadas parciales
- Mecánica de fluidos



Joseph-Louis Lagrange



- 1736 (Turín) – 1813 (París)
- Braquistócrona mediante cálculo de variaciones (1754)
- Energía cinética, principio de mínima acción
- Cálculo de probabilidades
- Propagación sonido, cuerdas vibrantes
- Problema de 3 cuerpos (premio academia París)
- “*Mecanique analytique*” (París, 1788)



MÉCHANIQUE

ANALITIQUE;

Par M. DE LA GRANGE, de l'Académie des Sciences de Paris,
de celles de Berlin, de Pétersbourg, de Turin, &c.



A PARIS,

Chez LA VEUVE DESAINT, Libraire,
rue du Foin S. Jacques.

M. DCC. LXXXVIII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.



vj AVERTISSEMENT.

du Mouvement; & chacune de ces Parties traitera
séparément des Corps solides & des fluides.

On ne trouvera point de Figures dans cet Ouvrage. Les méthodes que j'y expose ne demandent ni constructions, ni raisonnemens géométriques ou mécaniques, mais seulement des opérations algébriques, assujetties à une marche régulière & uniforme. Ceux qui aiment l'Analyse, verront avec plaisir la Méchanique en devenir une nouvelle branche, & me sauront gré d'en avoir étendu ainsi le domaine.

Charles Augustin de Coulomb



- 1736 (Angoulême) – 1806 (París)
- Fuerzas electrostáticas
- Mecánica de suelos: rotura como cuña de rozamiento
- Teoría de fricción (*Teoría de máquinas simples*, 1781)



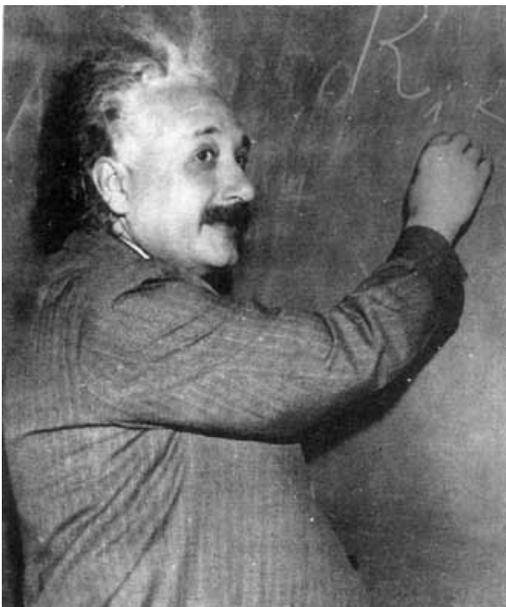
William Rowan Hamilton



- 1805 (Dublín) – 1865 (Dublín)
- “*On a general method in dynamics*” (1834). Función característica, acción.
- Nuevos métodos de la dinámica analítica: *función Hamiltoniana*, *ecuaciones canónicas* (o de Hamilton). Base para la dinámica moderna y la mecánica cuántica.
- Pares, ternas, cuaternios. Algebra de cuaternios.



Albert Einstein



- 1879 (Ulm) – 1955 (Princeton)
- Experto en música; judío, apátrida 1896–1901.
- Oficina de patentes Berna. Trabaja en tiempo libre.
- Teoría de relatividad especial (1905)
- Usa cálculo tensorial de Levi-civita, Ricci-cubastro
- Teoría de relatividad general (1912)
- Confirmadas predicciones en eclipse 1919, gran celebridad.



Emmy Noether



- 1882 (Erlangen) – 1935 (Pennsilvania)
- *teorema de Noether*: 1915. Relación entre simetrías y teoremas de conservación.
- Teoría de invariantes.



Mecánica como modelo matemático

Modelos Matemáticos

Sistemas de referencia: *espacio, tiempo*



Sistemas de referencia en la mecánica clásica

Espacio:

- *independiente* de objetos
- *Constante*
- *Homogéneo*
- *Isótropo*

Tiempo:

- *Homogéneo*
- Fluye constantemente *en un solo sentido*
- *Simultaneidad absoluta*



Conceptos de masa y fuerza

Masa

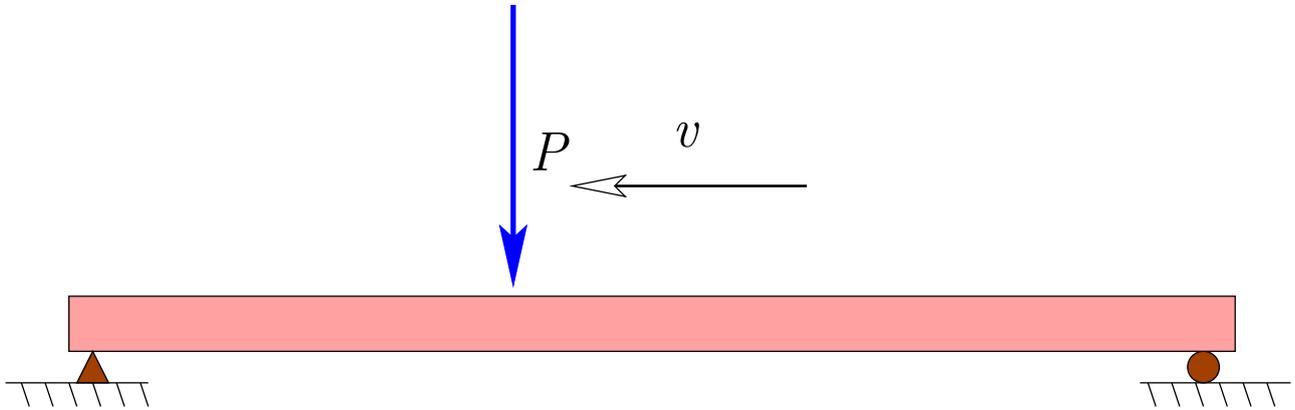
- *Masa inercial*: constante de cada cuerpo proporcional a su variación de velocidad para fuerza dada
Según PRINCIPIA, definido por *densidad y volumen* ¿?
- *Masa gravitatoria*: origina fuerza de gravedad
En mecánica clásica, igual valor que masa inercial

Fuerzas

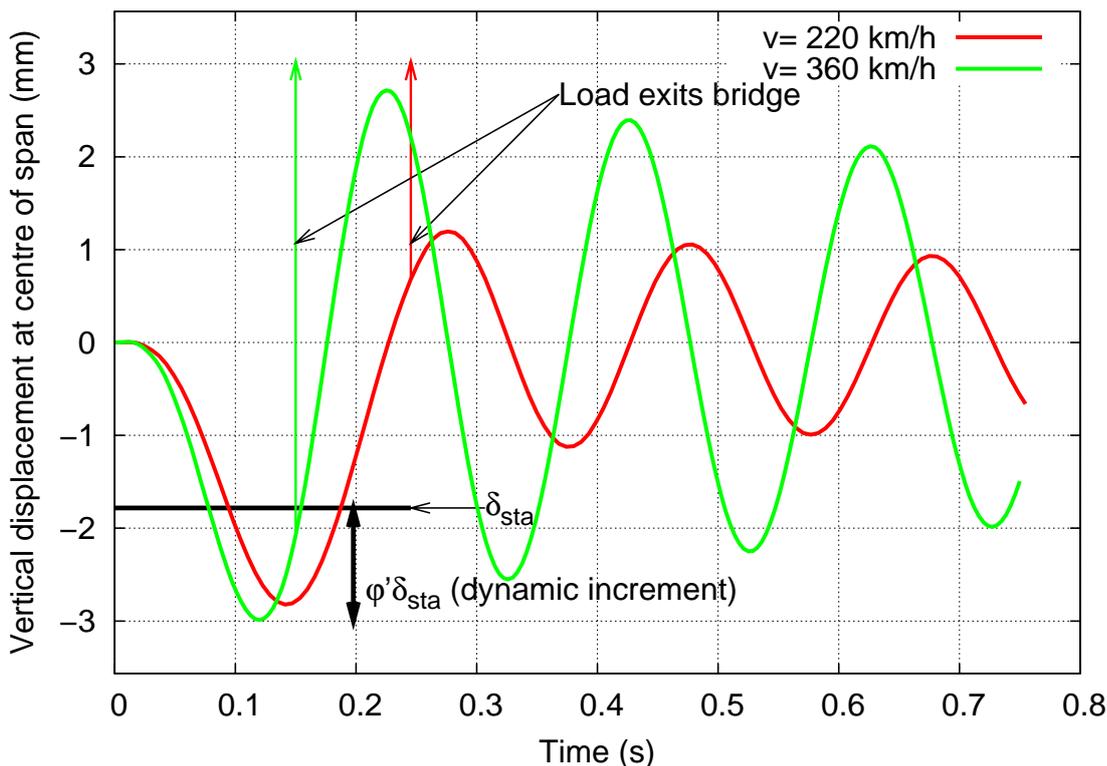
- *Fuerza*: causa que provoca cambio de cantidad de movimiento
Según PRINCIPIA, *definición circular*: def. IV \Leftrightarrow ley I
- **Tipos de fuerzas** (¿centrales?)
 - Gravitatorias (¿acción a distancia? ondas gravitatorias – gravitones)
 - Electromagnéticas (no centrales, dependen de v ; fotones)
 - Nucleares fuertes (unen núcleo atómico – gluones)
 - Nucleares débiles (desintegración nuclear – bosones)



Carga móvil sobre puente



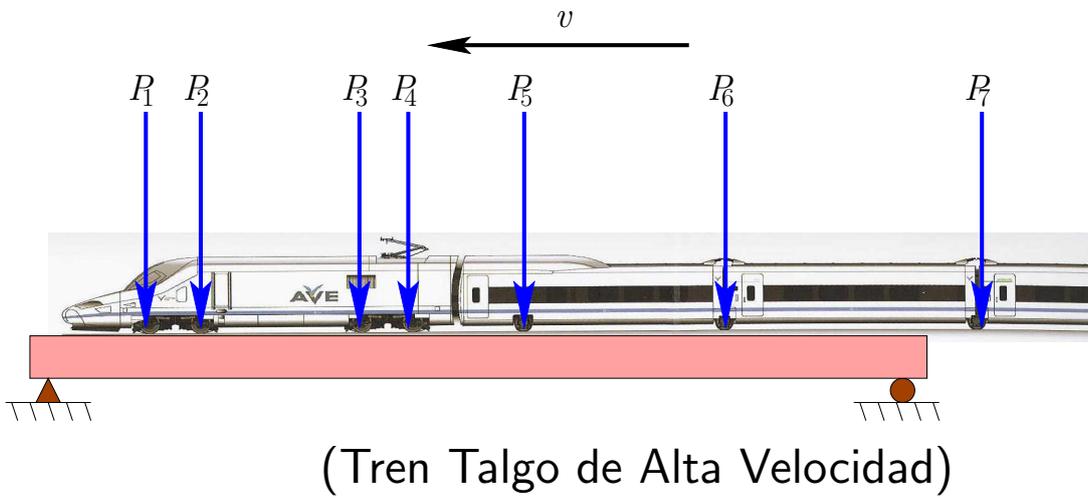
Efecto dinámico de carga móvil: $(1 + \varphi')\delta_{sta}$



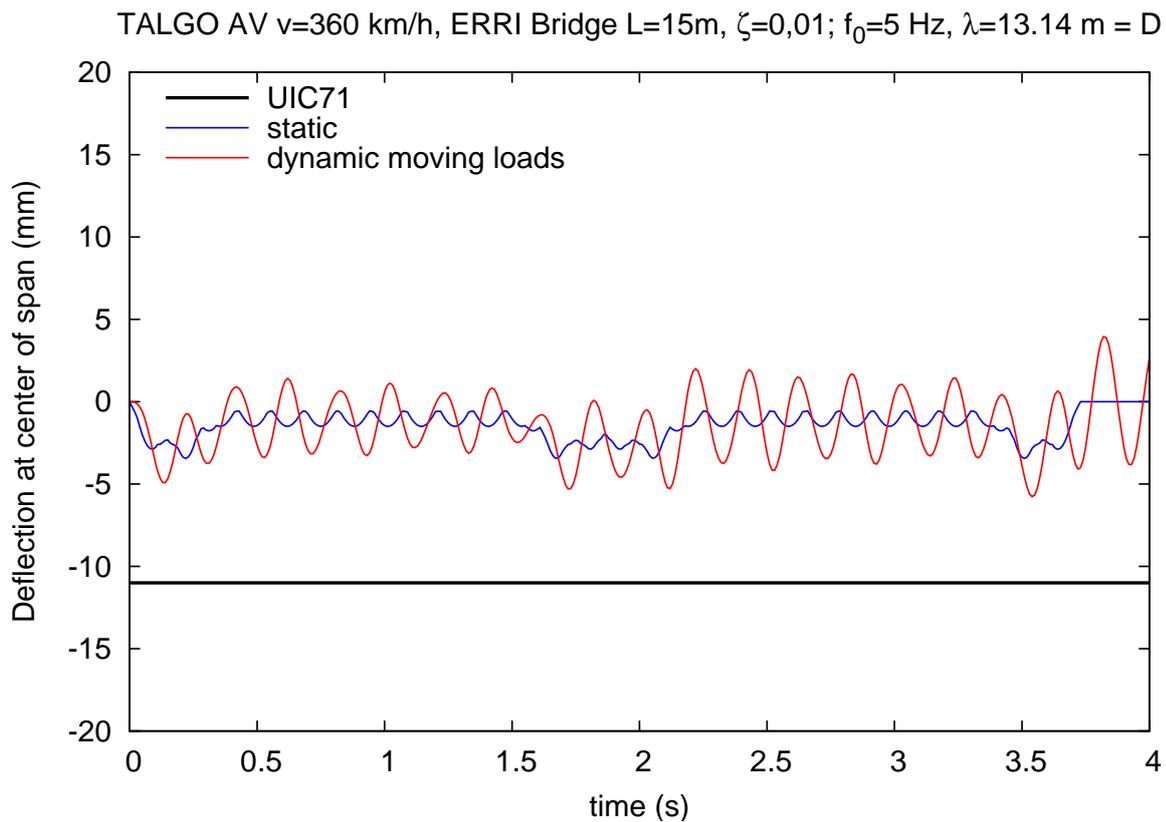
$L = 15 \text{ m}, \bar{m} = 15 \text{ t/m}, f_0 = 5 \text{ Hz}, P = 195 \text{ kN}, \zeta = 2\%$.



Efecto dinámico de un tren de cargas

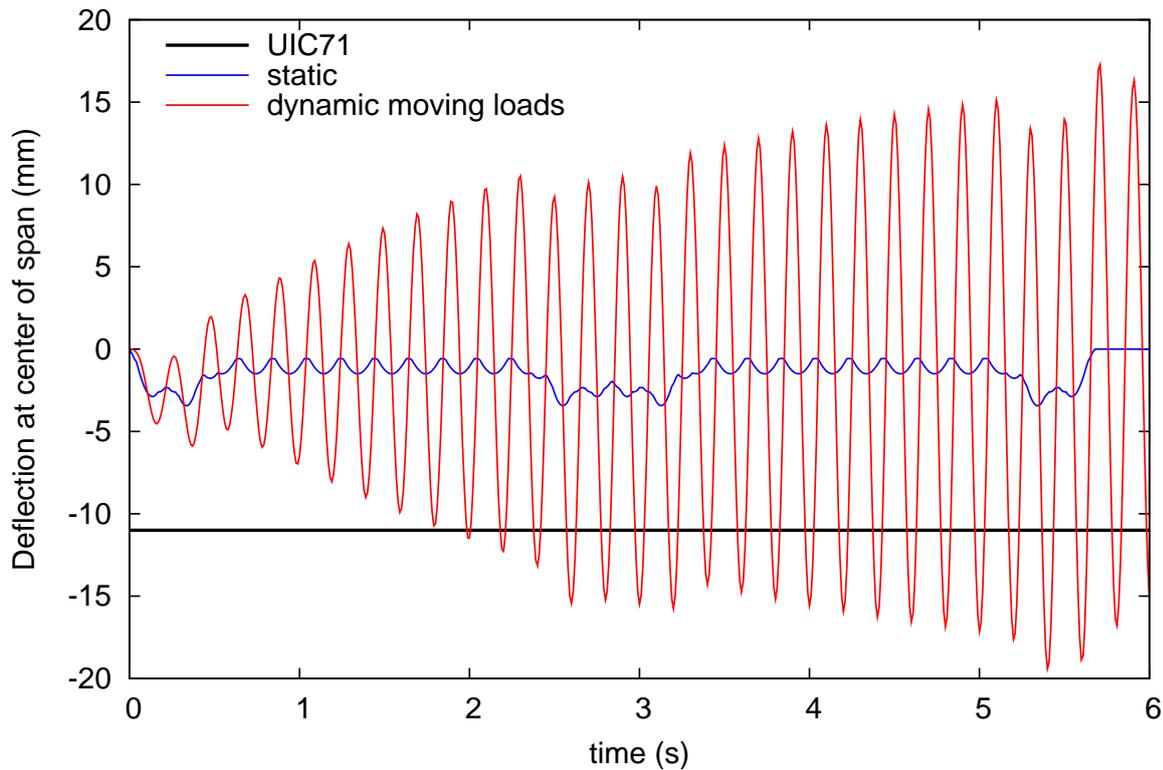


Historia temporal de desplazamientos: $v = 360 \text{ km/h}$



Efecto dinámico del tren: $v = 236,5 \text{ km/h}$ **resonancia!**

TALGO AV $v=236.5 \text{ km/h}$, ERRI Bridge $L=15\text{m}$, $\zeta=0,01$; $f_0=5 \text{ Hz}$, $\lambda=13.14 \text{ m} = D$



Importancia de la dinámica



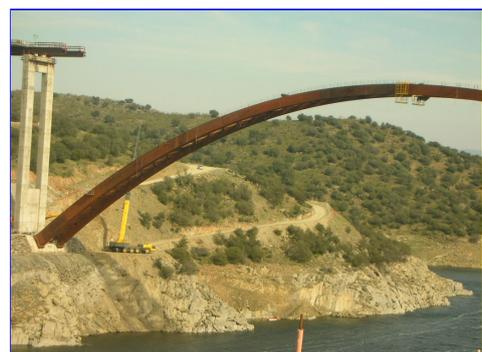
Puente de Tacoma 1940



Puente Auckland 1975



Pasarela del Milenio
Londres 2000

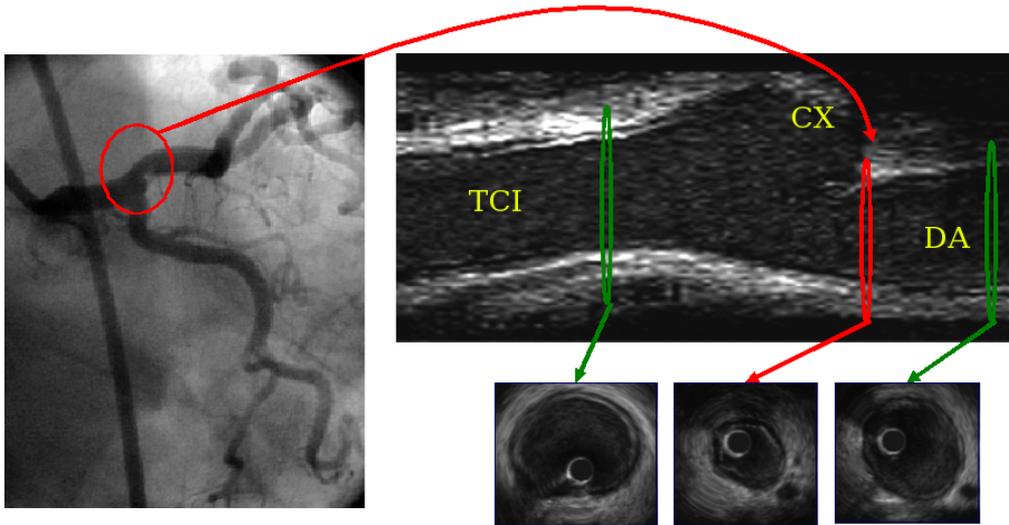


Puente en construcción
2006



Geometría 3D específica del paciente

- La angiografía biplano reconstruye la curva del catéter
- Contornos internos y externos de la pared arterial mediante segmentación de las imágenes de IVUS orientadas
- Slager et al [Circulation 2000], Wentzel et al [J. Biom. 2003]
- Ejemplo: *remodelado negativo afectando al flujo en la bifurcación*



Ensayo de doblado y presurización de aorta humana



