CÁLCULO DINÁMICO DE UN VIADUCTO DE SECCIÓN MIXTA HORMIGÓN-ACERO SOMETIDO A ACCIONES DE TRENES DE ALTA VELOCIDAD

INFORME TÉCNICO

GRUPO DE MECÁNICA COMPUTACIONAL. DPTO. DE MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS. E.T.S. INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.

Felipe Gabaldón Castillo José M^a Goicolea Ruigómez

MADRID, 2005

Índice

1.	Objeto y Alcance	1
2.	Introducción	2
3.	Metodología	2
4.	Modelos de cálculo	3
	4.1. Modelo de elementos finitos de la estructura.	3
	4.1.1. Cálculo de la rigidez a torsión de los apoyos	6
	4.2. Análisis modal de la estructura.	$\overline{7}$
	4.3. Flecha estática del tren tipo	14
	4.4. Flecha estática de los trenes reales	14
5.	Integración directa en el tiempo de los modos de oscilación	18
	5.1. Modelo 1. Fracción de amortiguamiento crítico $\xi = 0.5 \%$	19
	5.2. Modelo 2. Fracción de amortiguamiento crítico $\xi = 1,0\%$	41
	5.3. Modelo 3. Apoyos elásticos a torsión.	51
	5.4. Modelo 4. Inercias de flexión para sección fisurada.	57
	5.5. Modelo 5. Secciones abiertas	64
6.	Criterios de comprobación de desplazamientos. Coeficiente	
	de impacto Φ	70
	6.1. Coeficiente de impacto Φ_2	70
	6.2. Coeficiente de impacto debido a los trenes reales Φ	70
	6.3. Modelo 1. Fracción de amortiguamiento crítico $\xi = 0.5 \%$	73
	6.4. Modelo 2. Fracción de amortiguamiento crítico $\xi=0,01\%$	81
	6.5. Modelo 3. Apoyos elásticos a torsión	85
	6.6. Modelo 4. Inercias de flexión fisuradas	89
	6.7. Modelo 5. Secciones abiertas	93
7.	Criterios de comprobación de aceleraciones	97
	7.1. Modelo 1. Fracción de amortiguamiento crítico $\xi = 0.5 \%$	97
	7.2. Modelo 2. Fracción de amortiguamiento crítico $\xi = 1 \%$ 1	126
	7.3. Modelo 3. Apoyos elásticos a torsión	139
	7.4. Modelo 4. Inercia en flexión totalmente fisurada	46
	7.5. Modelo 5. Secciones abiertas	153
8.	Conclusiones 1	60
		-
A	penaices	Τ

Apéndices

A. Evaluación de la rigidez torsional del tablero de sección mix-	
ta	1
A.1. Objeto y Alcance	1
A.1.1. Objeto	1
A.1.2. Alcance	1
A.2. Descripción de los modelos de elementos finitos	2
A.2.1. Hipótesis de partida	2
A.2.2. Modelos \ldots	4
A.3. Resumen de resultados	6
A.3.1. Metodología \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	6
A.3.2. Resultados	8
A.4. Conclusión	9

1. Objeto y Alcance

El objeto de este documentos es describir el cálculo dinámico, con un análisis de sensibilidad ante diversos parámetros, de un viaducto de tráfico ferroviario de alta velocidad representativo, de sección mixta hormigón-acero.

Concretamente se trata de analizar la influencia que tienen en la respuesta dinámica del viaducto los siguientes parámetros:

- 1. La fracción del amortiguamiento crítico, considerando $\xi = 0.5 \%$ (según la instrucción IAPF [4]) y $\xi = 1 \%$.
- 2. La rigidez a torsión del tablero en los apoyos sobre pilas, considerando empotramiento perfecto a torsión y la rigidez de torsión que proporciona la inercia a flexión de la propia pila.
- 3. Secciones totalmente fisuradas en la zona de momentos flectores negativos.
- 4. Consideración de secciones abiertas para la respuesta de torsión.

La sección cajón considerada es de doble acción mixta, con una anchura total de tablero de 14 m.. El canto es constante de 3,36 m, lo que configura una esbeltez aproximada de 1/15. El tablero está configurado a partir de dos vigas metálicas en doble T. El ala inferior está formada por una prelosa prefabricada en toda su extensión y una losa de hormigón "in situ" sobre apoyos, con una longitud media de 19 m. El cajón está rigidizado mediante celosías verticales cada 8,33 m. que triangulan la sección.

Como viaducto representativo para los cálculos dinámicos de los trenes de alta velocidad se ha adoptado uno de siete vanos continuos y con la misma sección transversal que la descrita anteriormente. La longitud de los vanos extremos es de 35 m. y 40 m., y la de los vanos intermedios 50 m, resultando una longitud total de 325 m.

El cálculo dinámico se ha realizado en el marco de lo dispuesto en la instrucción [4], de aplicación en las estructuras de dicho tramo. Se han considerado 61 valores de la velocidad, 7 trenes reales, 72 modos de oscilación (como valor medio de los cinco modelos considerados) y 5 modelos de cálculo. Por tanto se han realizado y procesado un total de 153720 cálculos dinámicos individuales.

Las comprobaciones dinámicas realizadas son las definidas en dicha instrucción, y corresponden a:

- Verificación de límites de aceleraciones.
- Cálculo de desplazamientos dinámicos máximos y coeficiente de impacto Φ, para valoración de esfuerzos.

Los detalles correspondientes a la metodología con que se han realizado los cálculos y los resultados obtenidos se describen en el presente informe.

2. Introducción

En el apartado 3 se describe la metodología empleada en el cálculo de la flexión longitudinal del puente, que está basada en un análisis dinámico de superposición modal. Asimismo, en el apartado 4 se describen los modelos de elementos finitos utilizado en el análisis modal, los modos y frecuencias propias calculados y los resultados correspondientes a la flecha estática para cada uno de los modelos considerados. El apartado 5 se dedica a la descripción de la metodología de integración directa. En él se muestran las curvas con las envolventes de las flechas dinámicas y los factores de amplificación dinámica obtenidas en los cálculos, para todos las consideraciones realizadas en cuanto a los análisis de sensibilidad. Para todos los cálculos descritos en el informe se han considerado de manera acoplada los efectos de flexión longitudinal y torsión.

En los apartados 6 y 7 se detallan los criterios de comprobación en desplazamientos, mediante el coeficiente de impacto real, y aceleraciones, que se han realizado en cuanto al comportamiento dinámico del viaducto. Estos resultados se presentan como envolventes de valores máximos, y van estructurados en subapartados correspondientes a los distintos parámetros considerados para evaluar la sensibilidad.

Finalmente, en el último apartado se realiza una exposición de las conclusiones obtenidas del análisis dinámico.

Al final del documento se incluye el apéndice 8. En él se evalúa y cuantifica mediante modelos tridimensionales de elementos finitos la influencia que tiene en la rigidez torsional del cajón la discontinuidad de las prelosas de fondo.

3. Metodología

Se ha analizado el comportamiento dinámico de un viaducto de sección mixta considerando de manera aplicada la flexión longitudinal y la torsión. La metodología aplicada ha constado de los siguientes pasos:

- Análisis modal de la estructura empleando un modelo de elementos finitos.
- Cálculo de las flechas estáticas de los trenes reales de alta velocidad y del tren tipo de la UIC.
- Integración directa en el tiempo de los modos de oscilación, considerando distintas velocidades de circulación y distintos trenes reales.
- Cálculo de las envolventes de desplazamientos y aceleraciones a partir de los resultados del punto anterior.
- Comprobación de los requisitos establecidos en la instrucción IAPF [4].

La excitación correspondiente a la torsión se introduce considerando excéntricas las cargas por eje de los trenes, integrándose de manera simultánea los modos de torsión y flexión considerados en el modelo completo.

4. Modelos de cálculo

4.1. Modelo de elementos finitos de la estructura.

Para realizar los cálculos dinámicos del viaducto se ha empleado el modelo de elementos finitos que se describe a continuación. En el modelo se han considerado siete vanos: cinco vanos centrales de 50 m. y dos vanos extremos de 35 m. y 40m. que hacen un total de 325 m. El viaducto se ha modelizado con 130 elementos viga tridimensional de dos nodos, con seis grados de libertad por nodo.

Como condiciones de contorno se ha supuesto una viga continua para flexión con apoyos simples en los extremos de cada uno de los siete vanos, y se han considerado dos situaciones para los apoyos de torsión:

- 1. Empotramiento a torsión en cada apoyo.
- 2. Muelle rotacional de torsión cuya rigidez se calcula a partir de la rigidez de las pilas.

El viaducto es de sección variable, lo que hace que las propiedades de los distintos elementos de cada vano sean distintas. En los cuadros 1, 2 y 3 se muestran las propiedades adoptadas para los elementos de los vanos de 35, 40 y 50 m. respectivamente, en las siguientes hipótesis:

- 1. Inercias de torsión calculadas en la hipótesis de que las prelosas son discontinuas y están fisuradas.
- 2. Inercias de torsión correspondientes a secciones abiertas.
- 3. Inercias de flexión calculadas con losa no fisurada.
- 4. Inercias de flexión calculadas con losa totalmente fisurada.

Los valores del área (A), inercia de flexión (I_{flex}) e inercia de torsión (I_{tors}) están homogeneizadas al acero, es decir, los módulos de rigidez son $E_s A$, $E_s I_{\text{flex}}$ y $E_s I_{\text{tors}}$.

Con los datos descritos anteriormente se han considerado cinco modelos de elementos finitos, que a lo largo de este informe se denominarán *Modelo* 1, *Modelo* 2, *Modelo* 3, *Modelo* 4 y *Modelo* 5, cuyas características son las siguientes:

Tramo	A	$I_{\rm flex}$	$I_{\rm flex,\ fisurada}$	J_p	$I_{\rm tors}$	$I_{\rm tors, abierta}$	ρ
(m)	(m^2)	(m^4)	(m^4)	(m^4)	(m^4)	(m^4)	(Kg/m^3)
0,0-3,0	12,40	0,867	0,867	184,41	0,22	0,10	$2693,\!8$
3,0-5,0	12,40	0,878	0,878	184,41	0,22	0,10	2693,8
5,0-8,0	12,40	0,888	0,888	184,41	0,22	0,10	2693,8
8,0-15,0	12,37	0,839	0,839	182,97	0,22	0,10	2700,1
15,0-18,0	12,37	0,851	0,851	182,97	0,22	0,10	2700,1
18,0-20,0	12,39	0,885	0,885	183,79	0,22	0,10	2696,5
20,0-25,0	12,40	0,897	0,897	184,41	0,22	0,10	$2693,\!8$
25,0-28,0	12,66	0,899	0,452	185,82	0,33	0,10	2706,9
28,0-30,0	13,36	1,002	0,645	192,27	0,50	0,10	2710,9
30,0-33,0	13,83	0,987	0,828	198,97	0,57	0,10	2696,1
33,0-35,0	14,33	1,115	1,015	206,62	0,64	0,10	2678,0

Cuadro 1: Vano de 35 m. Variación de las propiedades geométricas de la sección.

Tramo	A	$I_{\rm flex}$	$I_{\rm flex, \ fisurada}$	J_p	$I_{\rm tors}$	$I_{\rm tors, abierta}$	ρ
(m)	(m^2)	(m^4)	(m^4)	(m^4)	(m^4)	(m^4)	(Kg/m^3)
0,0-3,0	14,36	1,119	1,015	207,18	0,64	0,10	2676,6
3,0-5,0	13,92	1,017	0,828	200,25	0,58	0,10	2693,3
5,0-8,0	13,51	0,979	0,645	$194,\!35$	0,52	0,10	2706,3
$^{8,0-10,0}$	13,11	0,955	$0,\!455$	189,34	0,46	0,10	2716,1
10,0-13,0	12,67	0,900	0,900	185,82	0,33	0,10	2706,9
13,0-20,0	12,40	0,900	0,900	184,41	0,22	0,10	2693,8
20,0-23,0	12,38	0,882	0,882	$183,\!69$	0,22	0,10	2696,9
23,0-25,0	12,37	0,853	0,853	182,97	0,22	0,10	2700,1
25,0-30,0	12,37	0,839	0,839	$182,\!97$	0,22	0,10	2700,1
30,0-33,0	12,38	0,864	0,864	$183,\!69$	0,22	0,10	2696,9
33,0-35,0	12,40	0,885	0,885	184,41	0,22	0,10	2693,8
35,0-38,0	12,40	0,876	0,876	184,41	0,22	0,10	2693,8
38,0-40,0	12,40	0,866	0,866	184,41	0,22	0,10	2693,8

Cuadro 2: Vano de 40 m. Variación de las propiedades geométricas de la sección.

Tramo	A	$I_{\rm flex}$	$I_{\rm flex,\ fisurada}$	J_p	$I_{\rm tors}$	$I_{\rm tors, abierta}$	ρ
(m)	(m^2)	(m^4)	(m^4)	(m^4)	(m^4)	(m^4)	$({\rm Kg/m^3})$
0,0-3,0	14,36	1,106	1,015	207,58	0,64	0,10	2674,6
3,0-5,0	13,90	0,979	0,828	200,77	0,58	0,10	2690,3
5,0-8,0	13,46	0,794	0,645	194,70	0,51	0,10	2703,5
8,0-10,0	13,03	0,866	0,455	188,73	0,45	0,10	2716,2
10,0-13,0	12,61	0,884	0,884	185,54	0,31	0,10	2704,3
13,0-23,0	12,40	0,900	0,900	184,40	0,22	0,10	2693,8
23,0-27,0	12,40	0,896	0,896	184,41	0,22	0,10	2693,8
27,0-37,0	12,40	0,900	0,900	184,40	0,22	0,10	2693,8
37,0-40,0	12,61	0,884	0,884	185,54	0,31	0,10	2704,3
40,0-42,0	13,03	0,866	$0,\!455$	188,73	0,45	0,10	2716,2
42,0-45,0	13,46	0,794	$0,\!645$	194,70	0,51	0,10	2703,5
45,0-47,0	13,90	0,979	0,828	200,77	0,58	0,10	2690,3
47,0-50,0	14,36	1,106	1,015	207,58	0,64	0,10	2674,6

Cuadro 3: Vano de 50 m. Variación de las propiedades geométricas de la sección.

Modelo 1.

Vanos empotrados a torsión en los apoyos. Inercia a torsión obtenida con prelosas fisuradas. Inercia a flexión obtenida considerando fisuración con "tension-stiffening" en zona de pilas. En este modelo se consideran como fracción de amortiguamiento crítico el especificado en la instrucción IAPF [4]

Modelo 2.

Con este modelo se pretende analizar la influencia del amortiguamiento. Para ello se considera un modelo idéntico al anterior pero se considera una fracción de amortiguamiento crítico $\xi = 1,0\%$.

Modelo 3.

Con este modelo se analiza la influencia de la rigidez a torsión de los apoyos del tablero en las pilas del viaducto. Se consideran muelles de torsión (actúan según el grado de libertad correspondiente al giro de torsión) en los apoyos. La rigidez de estos muelles se ha obtenido a partir de la rigidez al giro de las pilas considerándolas como ménsulas.

Al igual que en los modelos anteriores se ha considerado la inercia a torsión del tablero obtenida con prelosas fisuradas, e inercias a flexión calculadas considerando fisuración con "tension-stiffening" en zona de pilas. Se considera como fracción de amortiguamiento crítico la de la instrucción [4]: $\xi = 0.5\%$

Modelo 4.

En este caso se analiza la influencia que tiene en el comportamiento dinámico del viaducto la variación de la inercia a flexión. En este caso se considera que la losa del cajón está fisurada en la zona de momentos flectores negativos, disminuyendo la inercia en la zona de las pilas (fisurando sin considerar "tension-stiffening").

Se consideran empotramientos a torsión en los apoyos del tablero y la inercia a torsión también se calcula con prelosas fisuradas. El amortiguamiento es $\xi = 0.5 \%$.

Modelo 5.

En este modelo se consideran las secciones abiertas a efectos de comportamiento torsional, disminuyendo el valor de la inercia de torsión en todo el viaducto. Se mantiene la fracción de amortiguamiento crítico $\xi = 0.5 \%$ e inercias de flexión calculadas considerando fisuración con "tension-stiffening".

4.1.1. Cálculo de la rigidez a torsión de los apoyos

En una de las hipótesis consideradas, para sustituir los empotramientos a torsión por muelle rotacionales en los apoyos, ha sido necesario evaluar la rigidez a torsión de las pilas. Para ello se ha realizado un modelo de elementos finitos de una pila de 70 metros de altura con sección variable, y cuyas inercias a flexión se detallan en el cuadro 4

Altura (m.)	0	10	20	30	40	50	60	70
Inercia $(m^4.)$	61.757	58.579	46.679	44.056	32.807	30.778	28.749	26.720

1	ור		4	<i>T</i> ·	1	a · /	1	1	• 1	· ,	1.
	1190	\mathbf{r}	/I •	Inorrine	do	Horion	do	Inc	milae	interme	onne
~	Juau	uо	т		uc		uc	uus	puuo		uuus.
						./					

Considerando que el hormigón de las pilas es H-40 y de acuerdo con la instrucción [3], el módulo elástico es:

$$E_{0j} = 10000 \sqrt[3]{f_{cm}} = 3,6342 \cdot 10^4 \text{ MPa.}$$
 (1)

considerando la pila empotrada en un extremo y con un momento $M = 10^6$ N · m aplicado en el extremo libre, se obtiene un giro en este punto de valor $\theta = 5,0848 \cdot 10^{-5}$ rad. Por consiguiente, la rigidez a torsión considerada es:

$$k_{\text{tors}} = \frac{10^{6}}{5,0848 \cdot 10^{-5}} = 1,967 \cdot 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m/rad}$$
 (2)

Para comprobar que el funcionamiento de estos muelles es correcto, se han realizado dos verificaciones:

1. Integración en el tiempo de un sistema de un grado de libertad que consta de una masa rotacional y muelle rotacional, con condiciones iniciales de un giro inicial unidad con la masa en reposo. La curva correspondiente al giro frente al tiempo se muestra en la figura 1. 2. Comparación de los resultados obtenidos para los modos y frecuencias propias considerando empotramiento a torsión en los apoyos, y tomando una constante que hace que el muelle tenga una rigidez prácticamente infinita.

Se puede ver, comparando los cuadros 5 y 6, que la rigidez de las pilas es suficientemente alta y por tanto su influencia dinámica en los modos de torsión poco importante: la frecuencia disminuye un 10% pasando de 2,57 Hz. a 2,27 Hz.

4.2. Análisis modal de la estructura.

Las cálculos dinámicos se han realizado de acuerdo con la metodología descrita en el Apéndice B, de la instrucción IAPF [4], mediante integración directa en el tiempo de los modos de oscilación de la estructura.

El cálculo de los modos de oscilación se ha realizado con el programa de elementos finitos FEAP [5], desarrollado en la Universidad de California por el profesor R.L. Taylor, empleando el modelo de elementos finitos descrito en el apartado anterior. Con FEAP se han calculado los modos de oscilación significativos, cuya frecuencia no es mayor de 20 Hz, y las correspondientes frecuencias propias.

De este análisis se ha concluido que, de acuerdo con la instrucción IAPF [4], para los *Modelos* 1 y 2 es necesario adoptar en el cálculo los 72 primeros modos de oscilación, ya que dispuestos en orden de menor a mayor frecuencia el modo 73 ya tiene una frecuencia $f_{28} = 21,79$ Hz. Para el *Modelo* 3 los modos que se necesitan son 76, y para el *Modelo* 4 también 72. El *Modelo* 5 al tener unas inercias de torsión relativamente bajas (un 50% menores que las correspondientes a secciones cerradas) tiene 116 frecuencias inferiores a 20 Hz.

Los valores de las frecuencias se muestran en los cuadros $5, 6, 7 \ge 8$, donde se ha colocado (F) si el modo es de flexión ≥ 7 (T) si el modo es de torsión.

Las deformadas correspondientes a los modos de flexión se muestran en la figura 2 para los *modelos* 1, 2 y 3, y en la figura 3 los del *modelo* 4.



Figura 1: Verificación del muelle de torsión. Respuesta de un sistema de 1G.D.L

MODO	f (Hz.)	MODO	f (Hz.)	MODO	f (Hz.)	MODO	f (Hz.)
1 (F)	1,57	2 (F)	1,82	3 (F)	2,18	4(T)	2,52
5 (T)	2,52	6 (T)	2,52	7 (T)	2,52	8 (T)	2,52
9 (F)	2,62	10 (T)	2,81	11 (F)	3,08	12 (T)	$3,\!17$
13 (F)	3,48	14 (F)	4,04	15 (T)	4,81	16 (T)	4,81
17 (T)	4,81	18 (T)	4,81	19(T)	4,81	20 (T)	$5,\!44$
21 (F)	$6,\!10$	22 (T)	6,21	23 (F)	6,73	24 (T)	$6,\!85$
25 (T)	$6,\!85$	26 (T)	$6,\!85$	27 (T)	$6,\!85$	28 (T)	$6,\!85$
29 (F)	7,50	30 (T)	7,94	31 (F)	8,34	32 (T)	8,96
33 (T)	8,96	34 (T)	8,96	35 (T)	8,96	36(T)	8,96
37 (T)	9,10	38 (F)	9,12	39~(F)	$10,\!6$	40 (T)	10,7
41 (T)	11,3	42 (T)	11,3	43 (T)	$11,\!3$	44 (T)	11,3
45 (T)	11,3	46 (T)	12,1	47 (F)	12,7	48 (F)	$13,\!6$
49(T)	13,7	50 (T)	14,0	51 (T)	14,0	52 (T)	14,0
53 (T)	14,0	54 (T)	14,0	55 (F)	14,7	56 (T)	$15,\!6$
57 (F)	15,8	58 (T)	16,5	59 (T)	16,5	60 (T)	16,5
$\overline{61}$ (T)	16,5	62 (T)	16,5	63 (T)	16,7	$\overline{64}$ (F)	17,0
65 (F)	17,9	66 (T)	19,1	67 (T)	19,1	68 (T)	19,1
69 (T)	19,1	70 (T)	19,1	71 (T)	19,3	72 (T)	19,8

Cuadro 5: Modelos 1 y 2. Frecuencias propias del viaducto.

MODO	f (Hz.)	MODO	f (Hz.)	MODO	f (Hz.)	MODO	f (Hz.)
1 (F)	1,57	2 (F)	1,82	3 (F)	2,18	4(T)	2,27
5 (T)	2,31	6 (T)	2,37	7 (T)	2,44	8 (T)	2,49
9 (F)	2,62	10 (T)	2,74	11 (T)	3,04	12 (F)	$3,\!08$
13 (F)	3,48	14 (F)	4,04	15 (T)	4,17	16 (T)	4,27
17 (T)	4,41	18 (T)	4,57	19(T)	4,72	20 (T)	$5,\!17$
21 (T)	5,71	22 (T)	$5,\!91$	23 (F)	6,10	24 (T)	6,11
25 (T)	6,33	26 (T)	$6,\!54$	27 (T)	6,72	28 (F)	6,73
29 (T)	7,49	30 (F)	7,50	31 (T)	7,84	32 (T)	8,02
33 (T)	8,25	34~(F)	8,34	35 (T)	8,49	36 (T)	8,70
37 (T)	8,85	38 (F)	9,12	39(T)	10,0	40 (T)	10,1
41 (T)	10,3	42 (T)	$10,\!6$	43~(F)	10,6	44 (T)	10,8
45 (T)	11,0	46 (T)	11,5	47 (T)	12,3	48(T)	12,5
49(T)	12,7	50 (F)	12,7	51 (T)	13,0	52 (T)	13,2
53 (T)	13,4	54~(F)	$13,\!6$	55 (T)	14,2	56 (T)	14,4
57 (T)	14,7	58 (F)	14,7	59 (T)	15,0	60 (T)	15,3
61 (T)	$15,\!6$	62 (T)	$15,\!8$	63 (F)	15,8	64 (T)	16,5
65 (T)	16,8	$\overline{66}$ (F)	17,0	67 (T)	17,1	68 (T)	17,4
$\overline{69}$ (T)	17,7	70 (F)	17,9	71 (T)	18,0	72 (T)	18,3
73 (T)	18,8	74 (T)	19,1	75 (T)	19,4	76 (T)	19,8

Cuadro 6: Modelo 3. Frecuencias propias del viaducto.

MODO	f (Hz.)						
1 (F)	1,52	2 (F)	1,74	3 (F)	2,08	4 (F)	2,49
5 (T)	2,52	6 (T)	2,52	7 (T)	2,52	8 (T)	2,52
9 (T)	2,52	10 (T)	2,82	11 (F)	2,94	12 (T)	$3,\!15$
13 (F)	3,34	14 (F)	3,90	15 (T)	4,79	16 (T)	4,79
17 (T)	4,79	18 (T)	4,79	19(T)	4,79	20 (T)	$5,\!42$
21 (F)	$5,\!64$	22 (T)	6,14	23 (F)	6,26	24 (T)	$6,\!80$
25 (T)	$6,\!80$	26 (T)	6,80	27 (T)	6,80	28 (T)	$6,\!80$
29 (F)	7,03	30 (T)	7,87	31 (F)	$7,\!88$	32 (F)	8,72
33 (T)	8,84	34 (T)	8,84	35 (T)	8,84	36(T)	8,84
37 (T)	8,84	38 (T)	8,95	39~(F)	10,1	40 (T)	10,5
41 (T)	11,1	42 (T)	11,1	43 (T)	11,1	44 (T)	11,1
45 (T)	11,1	46 (F)	$11,\!6$	47 (T)	$11,\!8$	48 (F)	12,5
49(T)	13,2	50 (T)	13,5	51 (T)	$13,\!5$	52 (T)	$13,\!5$
53 (T)	$13,\!5$	54 (T)	$13,\!5$	55 (F)	$13,\!6$	56 (F)	14,8
57 (T)	14,9	58 (T)	$15,\!8$	59(T)	$15,\!8$	60 (T)	$15,\!8$
61 (T)	15,8	62 (T)	15,8	63 (F)	15,9	64(T)	15,9
65 (F)	16,8	66 (T)	17,9	67 (T)	18,1	68 (T)	18,1
69 (T)	18,1	70 (T)	18,1	71 (T)	18,1	72 (T)	18,6

Cuadro 7: Modelo 4. Frecuencias propias del viaducto.

MODO	f (Hz.)	MODO	f (Hz.)	MODO	f (Hz.)	MODO	f (Hz.)
1 (T)	1,27	2 (T)	1,27	3 (T)	1,27	4 (T)	1,27
5(T)	1,27	6 (F)	1,57	7 (T)	1,59	8 (T)	1,82
9~(F)	1,82	10 (F)	2,18	11 (T)	2,52	12 (T)	2,52
13 (T)	2,52	14 (T)	2,52	15 (T)	2,52	16 (F)	2,62
17 (F)	3,08	18 (T)	3,16	19 (F)	3,48	20 (T)	3,62
21 (T)	3,78	22 (T)	3,78	23 (T)	3,78	24 (T)	3,78
25 (T)	3,78	26 (F)	4,04	27 (T)	4,74	28 (T)	5,03
29(T)	5,03	30 (T)	5,03	31 (T)	5,03	32 (T)	5,03
33 (T)	5,44	34~(F)	6,10	35 (T)	6,30	36 (T)	$6,\!30$
37 (T)	6,30	38 (T)	6,30	39(T)	6,30	40 (T)	6,34
41 (F)	6,73	42 (T)	7,26	43~(F)	7,50	44 (T)	$7,\!58$
45 (T)	7,58	46 (T)	7,58	47 (T)	7,58	48(T)	$7,\!58$
49(T)	7,94	50 (F)	8,33	51 (T)	8,86	52 (T)	8,86
53 (T)	8,86	54 (T)	8,86	55 (T)	8,86	56 (T)	9,11
57 (F)	9,11	58 (T)	9,56	59 (T)	10,1	60 (T)	10,1
61 (T)	10,1	62 (T)	10,1	63 (T)	10,1	64 (F)	$10,\!6$
65 (T)	10,9	66 (T)	11,1	67 (T)	11,4	68 (T)	11,4
69 (T)	11,4	70 (T)	11,4	71 (T)	11,4	72~(F)	12,7
73 (T)	12,7	74 (T)	12,7	75 (T)	12,7	76 (T)	12,7
77 (T)	12,7	78 (T)	12,8	79 (T)	12,8	80 (F)	$13,\!6$
81 (T)	14,0	82 (T)	14,0	83 (T)	14,0	84(T)	14,0
85 (T)	14,0	86 (T)	14,5	87~(F)	14,7	88(T)	14,7
89 (T)	15,4	90 (T)	15,4	91 (T)	15,4	92 (T)	15,4
93 (T)	15,4	94~(F)	15,8	95 (T)	16,2	96 (T)	16,7
97 (T)	16,7	98(T)	16,7	99 (T)	16,7	100 (T)	16,7
101 (T)	16,7	102 (F)	17,0	103 (T)	17,9	104 (F)	17,9
105 (T)	18,1	106 (T)	18,1	107 (T)	18,1	108 (T)	18,1
109 (T)	18,1	110 (T)	18,6	111 (T)	19,5	112 (T)	19,5
113 (T)	19,5	$1\overline{14}$ (T)	19,5	$1\overline{15}$ (T)	19,5	$1\overline{16}$ (T)	19,6

Cuadro 8: Modelo 5. Frecuencias propias del viaducto.



Figura 2: Modelos 1, 2, 3 y 5. Deformada de los modos de flexión del viaducto con frecuencia inferior a 20 Hz.



Figura 3: Modelo 4. Deformada de los modos de flexión del viaducto con frecuencia inferior a 20 Hz.

4.3. Flecha estática del tren tipo

Una de las hipótesis de partida del cálculo dinámico es la flecha estática que se produce en el centro de cada uno de los vanos del viaducto, cuando se considera la hipótesis de carga correspondiente al *tren tipo* (tren UIC 71, IAPF apartado 2.3.2.1 [4]).

Esta flecha se ha calculado cargando el vano cuya flecha máxima se quiere evaluar con las cargas puntuales del carro $P_{\rm UIC} = 250$ kN, así como los vanos alternos que contribuyen a aumentar la flecha del vano considerado, con la sobrecarga repartida 80 kN/m. La flecha así obtenida se ha multiplicado por 2 para considerar dos trenes en cada una de las dos vías y por el coeficiente de clasificación $\alpha = 1,21$. Los resultados obtenidos en el centro de cada uno de los siete vanos se muestran en los cuadros 9, 10.

VANO	$\delta_{\mathrm{est}}^{\mathrm{tipo}}$ (mm.)
1 (35 m.)	22,68
2 (50 m.)	50,89
3 (50 m.)	$55,\!42$
4 (50 m.)	57,11
5 (50 m.)	56,39
6 (50 m.)	52,27
7 (40 m.)	34,85

Cuadro 9: Modelos 1, 2, 3 y 5. Flecha estática en el centro de cada vano para dos trenes UIC con coeficiente de clasificación $\alpha = 1,21$

VANO	$\delta_{\rm est}^{\rm tipo}$ (mm.)
1 (35 m.)	23,92
2 (50 m.)	55,04
3 (50 m.)	59,16
4 (50 m.)	60,91
5 (50 m.)	60,04
6 (50 m.)	56,27
7 (40 m.)	36,56

Cuadro 10: Modelo 4. Flecha estática en el centro de cada vano para dos trenes UIC con coeficiente de clasificación $\alpha = 1,21$

4.4. Flecha estática de los trenes reales

Otro de los valores que intervienen en el cálculo del coeficiente de impacto real [4] es la flecha estática de los trenes reales. Esta flecha se ha obtenido con los valores máximos en el centro de cada vano que resultan de la circulación de los trenes reales de alta velocidad a una velocidad de 10 km/h. Se han empleado los modelos de elementos finitos descrito en el apartado 4.1 y los trenes reales definidos en el apéndice C de la instrucción IAPF [4]:

- 1. AVE
- 2. ETR-Y
- 3. EUROSTAR 373/1
- 4. ICE2
- 5. TALGO AV
- 6. THALYS
- 7. VIRGIN

Los valores máximos así obtenidos considerando únicamente efectos de flexión se muestran en el cuadro 11 para los Modelos 1, 2, 3 y 5, y en el cuadro 12 para el Modelo 4.

VANO	$\delta_{ m AVE}$	$\delta_{ m ETR}$	$\delta_{ m EUR}$	$\delta_{ m ICE}$	δ_{TAL}	δ_{THA}	$\delta_{ m VIR}$
	(mm.)	(mm.)	(mm.)	(mm.)	(mm.)	(mm.)	(mm.)
1 (35 m.)	2,43	$2,\!65$	2,61	2,75	2,42	2,58	2,30
2 (50 m.)	4,59	4,88	5,04	5,08	4,87	4,95	4,27
3 (50 m.)	4,42	4,69	4,88	4,93	4,81	4,78	3,99
4 (50 m.)	4,46	4,72	4,91	4,96	4,84	4,82	4,03
5 (50 m.)	4,43	4,70	4,89	4,93	4,87	4,80	3,99
6 (50 m.)	4,45	4,66	4,87	4,91	4,81	4,78	4,04
7 (40 m.)	3,77	4,08	4,05	4,20	3,81	3,99	3,66

Cuadro 11: Modelos 1, 2, 3 y 5. Flecha estática de flexión en el centro de cada vano para los trenes reales.

Los obtenidos considerando únicamente torsión se recogen en el cuadro 13 para los *Modelos* 1, 2 y 4. El cuadro 14 recoge los valores de la flecha en el centro de la vía para el *Modelo* 4, con apoyos elásticos de torsión, y en el cuadro 15 para el *Modelo* 5 de secciones abiertas.

VANO	$\delta_{ m AVE}$	$\delta_{\rm ETR}$	$\delta_{ m EUR}$	$\delta_{ m ICE}$	δ_{TAL}	$\delta_{ m THA}$	$\delta_{ m VIR}$
	(mm.)	(mm.)	(mm.)	(mm.)	(mm.)	(mm.)	(mm.)
1 (35 m.)	2,57	2,81	2,76	2,91	2,56	2,72	2,41
2 (50 m.)	4,99	5,26	5,48	$5,\!48$	$5,\!28$	$5,\!38$	$4,\!68$
3 (50 m.)	4,77	5,03	5,26	5,28	$5,\!17$	$5,\!15$	4,31
4 (50 m.)	4,80	5,05	5,29	5,31	5,21	$5,\!19$	$4,\!35$
5 (50 m.)	4,77	5,03	5,26	$5,\!28$	$5,\!23$	$5,\!16$	$4,\!31$
6 (50 m.)	4,86	5,06	5,32	5,32	5,24	$5,\!22$	$4,\!45$
7 (40 m.)	3,97	4,29	4,26	4,42	4,02	4,20	3,85

Cuadro 12: Modelo 4. Flecha estática de flexión en el centro de cada vano para los trenes reales.

VANO	$\delta_{ m AVE}$	$\delta_{ m ETR}$	$\delta_{ m EUR}$	$\delta_{ m ICE}$	δ_{TAL}	δ_{THA}	$\delta_{ m VIR}$
	(mm.)	(mm.)	(mm.)	(mm.)	(mm.)	(mm.)	(mm.)
35 m.	1,17	1,24	1,29	1,29	1,17	1,26	1,21
50 m.	1,72	1,78	$1,\!85$	1,84	1,77	1,82	1,77
40 m.	1,36	1,47	1,48	$1,\!52$	1,40	1,45	1,37

Cuadro 13: Modelos 1, 2 y 4. Flecha estática de torsión en el eje de vía del centro de vano para los trenes reales.

VANO	δ_{AVE}	$\delta_{ m ETR}$	$\delta_{ m EUR}$	$\delta_{ m ICE}$	δ_{TAL}	$\delta_{ m THA}$	$\delta_{ m VIR}$
	(mm.)	(mm.)	(mm.)	(mm.)	(mm.)	(mm.)	(mm.)
1 (35 m.)	1,37	1,39	1,40	1,43	1,33	1,47	1,41
2 (50 m.)	2,05	2,00	2,09	$2,\!05$	2,09	2,16	2,15
3 (50 m.)	2,07	2,00	2,09	2,06	2,10	2,17	2,17
4 (50 m.)	2,07	2,00	2,09	2,06	2,10	$2,\!17$	2,17
5 (50 m.)	2,07	2,00	2,09	2,06	2,10	$2,\!17$	$2,\!17$
6 (50 m.)	2,05	2,01	2,08	2,07	2,10	2,16	2,15
7 (40 m.)	1,56	1,64	$1,\!65$	$1,\!68$	1,61	$1,\!68$	1,60

Cuadro 14: Modelo 3. Flecha estática de torsión en eje de vía y centros de vano, para los trenes reales.

VANO	$\delta_{ m AVE}$	δ_{ETR}	$\delta_{ m EUR}$	$\delta_{ m ICE}$	δ_{TAL}	δ_{THA}	$\delta_{ m VIR}$
	(mm.)	(mm.)	(mm.)	(mm.)	(mm.)	(mm.)	(mm.)
35 m.	3,33	3,59	3,62	3,72	3,34	$3,\!56$	3,32
50 m.	6,43	6,15	6,40	6,31	$6,\!67$	6,50	$6,\!15$
40 m.	4,16	4,46	4,47	$4,\!59$	4,36	4,40	4,04

Cuadro 15: Modelo 5. Flecha estática de torsión en eje de vía y centros de vano, para los trenes reales.

5. Integración directa en el tiempo de los modos de oscilación

En este apartado se presentan los gráficos de las envolventes de flechas y los factores de amplificación dinámica obtenidos con la integración en el tiempo de los modos de oscilación, para cada uno de los cinco modelos considerados. Esta integración se ha realizado con una versión modificada del programa FEAP [5]. Se consideran las acciones correspondientes al paso sobre la estructura, de los siguientes trenes reales de alta velocidad:

- 1. AVE
- 2. ETR-Y
- 3. EUROSTAR 373/1
- 4. ICE2
- 5. TALGO AV
- 6. THALYS
- 7. VIRGIN

Las fracciones de amortiguamiento crítico se han introducido en forma de amortiguamiento de Rayleigh. Para cada tren se han realizado los análisis correspondientes a considerar velocidades que van desde 120 km/h hasta 420 km/h, en intervalos de 5 km/h.

5.1. Modelo 1. Fracción de amortiguamiento crítico $\xi = 0.5 \%$

En las figuras 4, 5, 10, 11, 16 y 17 se muestran las envolventes de las flechas dinámicas, en el eje de la vía, de los centros de los vanos de 35 m., 50 m. y 40 m. En estas figuras se ha discriminado las contribuciones de la flexión y de la torsión. Asimismo, en las figuras 18, 21 y 24 se muestran los factores de amplificación dinámica de cada tren obtenidos como el cociente de la flecha dinámica máxima y la flecha estática (cuadros 11 y 13) máxima de los trenes reales.

Es conveniente aclarar que las curvas que consideran simultáneamente "flexión y torsión" no se obtienen como suma de la curva de flexión y la curva de torsión. Cada punto de las curvas que consideran "sólo flexión" corresponde al valor máximo de la historia de desplazamientos por flexión para la correspondiente velocidad de circulación. Cada punto de las curvas que consideran "sólo torsión" corresponde al valor máximo de la historia de desplazamientos por torsión para la correspondiente velocidad de circulación. Finalmente cada punto de las curvas que consideran "flexión y torsión" corresponde al valor máximo de la historia de desplazamientos por flexión y torsión simultánea, también para la velocidad de circulación que le corresponda al punto.

En las curvas obtenidas como resultado de los cálculos dinámicos, no se observa ningún efecto resonante de importancia.



VANO 1. Envolvente de flechas en centro de vano (flexión)





Figura 4: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 1.º de 35 m. Envolvente de desplazamientos máximos.



Figura 5: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 1.º de 35 m. Envolvente de desplazamientos máximos considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 2. Envolvente de flechas en centro de vano (flexión)

VANO 2. Envolvente de flechas en centro de vano (torsión)



Figura 6: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 2.º de 50 m. Envolvente de desplazamientos máximos.



Figura 7: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 2.º de 50 m. Envolvente de desplazamientos máximos considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 3. Envolvente de flechas en centro de vano (flexión)





Figura 8: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 3.º de 50 m. Envolvente de desplazamientos máximos



Figura 9: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 3.º de 50 m. Envolvente de desplazamientos máximos considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 4. Envolvente de flechas en centro de vano (flexión)





Figura 10: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano central de 50 m. Envolvente de desplazamientos máximos.



Figura 11: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano central de 50 m. Envolvente de desplazamientos máximos considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 5. Envolvente de flechas en centro de vano (flexión)

VANO 5. Envolvente de flechas en centro de vano (torsión)



Figura 12: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 5.º de 50 m. Envolvente de desplazamientos máximos



Figura 13: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 5.º de 50 m. Envolvente de desplazamientos máximos considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 6. Envolvente de flechas en centro de vano (torsión)



Figura 14: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 6.º de 50 m. Envolvente de desplazamientos máximos



Figura 15: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 6.º de 50 m. Envolvente de desplazamientos máximos considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 7. Envolvente de flechas en centro de vano (flexión)





Figura 16: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 7.º de 40 m. Envolvente de desplazamientos máximos.



Figura 17: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 7.º de 40 m. Envolvente de desplazamientos máximos considerando simultáneamente flexión y torsión.


VANO 1. Factor de amplificación (flexión)



Figura 18: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 1.º de 35 m. Factores de amplificación dinámica.



VANO 2. Factor de amplificación (flexión)



Figura 19: Modelo 1 ($\xi = 0.5$ %). Vano 2.º de 50 m. Factores de amplificación dinámica.







Figura 20: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 3.º de 50 m. Factores de amplificación dinámica.



VANO 4. Factor de amplificación (flexión)



Figura 21: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano central de 50 m. Factores de amplificación dinámica.







Figura 22: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 5.º de 50 m. Factores de amplificación dinámica.







Figura 23: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 6.º de 50 m. Factores de amplificación dinámica.



VANO 7. Factor de amplificación (flexión y torsión)



Figura 24: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 7.º de 40 m. Factores de amplificación dinámica.

5.2. Modelo 2. Fracción de amortiguamiento crítico $\xi = 1.0 \%$

En las figuras 25, 26, 27, 28, 29 y 30 se muestran las envolventes de las flechas dinámicas, en el eje de la vía, de los centros de los vanos de 35 m., 50 m. y 40 m, para una fracción del amortiguamiento crítico $\xi = 1,0\%$. En estas figuras también se ha discriminado las contribuciones de la flexión y de la torsión. En las figuras 31, 32 y 33 se muestran los factores de amplificación dinámica de cada tren obtenidos, al igual que en el apartado anterior, como el cociente de la flecha dinámica máxima y la flecha estática (cuadros 11 y 13) máxima de los trenes reales.

En este apartado también es pertinente la aclaración de que las curvas que consideran simultáneamente "flexión y torsión" no se obtienen como suma de la curva de flexión y la curva de torsión. La metodología seguida es la misma que se ha detallado en el apartado anterior.



VANO 1. Envolvente de flechas en centro de vano (flexión)





Figura 25: Modelo 2 ($\xi = 1 \%$). Vano de 35 m. Envolvente de desplazamientos máximos.



Figura 26: Modelo 2 ($\xi = 1 \%$). Vano de 35 m. Envolvente de desplazamientos máximos considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 4. Envolvente de flechas en centro de vano (flexión)





Figura 27: Modelo 2 ($\xi = 1\%$). Vano central de 50 m. Envolvente de desplazamientos máximos.



Figura 28: Modelo 2 ($\xi = 1\%$). Vano central de 50 m. Envolvente de desplazamientos máximos considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 7. Envolvente de flechas en centro de vano (flexión)





Figura 29: Modelo 2 ($\xi = 1 \%$). Vano de 40 m. Envolvente de desplazamientos máximos.



Figura 30: Modelo 2 ($\xi = 1 \%$). Vano de 40 m. Envolvente de desplazamientos máximos considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 1. Factor de amplificación (flexión)



Figura 31: Modelo 2 ($\xi = 1\%$). Vano de 35 m. Factores de amplificación dinámica.







Figura 32: Modelo 2 ($\xi = 1\%$). Vano central de 50 m. Factores de amplificación dinámica.



VANO 7. Factor de amplificación (flexión)



Figura 33: Modelo 2 ($\xi = 1\%$). Vano de 40 m. Factores de amplificación dinámica.

5.3. Modelo 3. Apoyos elásticos a torsión.

En las figuras 34, 35 y 36 se muestran las envolventes de las flechas dinámicas, en el eje de la vía, de los centros de los vanos de 35 m., 50 m. y 40 m, para el *Modelo* 3, en el que se han considerado muelles torsionales en los apoyos. El cálculo de la rigidez de los muelles se ha explicado en el apartado 4.1.1. En este caso la fracción del amortiguamiento crítico es del 0,5%, de acuerdo con la instrucción [4]. Dado que los resultados considerando únicamente los efectos de flexión son idénticos a los descritos en el apartado 5.1, en este apartado se muestran únicamente los resultados correspondientes a los efectos de torsión y a los efectos de flexión-torsión conjuntamente.

En las figuras 37 y 38 se muestran los factores de amplificación dinámica de cada tren obtenidos, al igual que en apartado anteriores, como el cociente de la flecha dinámica máxima y la flecha estática (cuadros 11 y 13) máxima de los trenes reales. Al igual que en los apartados anteriores también aplica la aclaración de que las curvas que consideran simultáneamente "flexión y torsión" no se obtienen como suma de la curva de flexión y la curva de torsión. La metodología seguida es la detallada en el apartado 5.1.

La conclusión más importante que puede sacarse al comparar estos resultados con los obtenidos al considerar empotramientos a torsión (apartado 5.1) es que las flechas aumentan en este caso de una manera apenas sensible, ya que las pilas proporcionan al tablero una elevada rigidez a torsión en los apoyos.



VANO 1. Envolvente de flechas en centro de vano (flexión y torsión) 0.025AVE ETR-Y 0.02 EUROSTAR 373/1 ICE2 TALGO AV 0.015f (m) THALYS VIRGIN 0.010.0050 100 150200 250300 350 400 450 $v (\rm km/h)$

Figura 34: Modelo 3. Vano de 35 m. Envolvente de desplazamientos máximos considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 4. Envolvente de flechas en centro de vano (flexión y torsión) 0.025 0.02 0.02 0.02 0.02 0.02 0.02 0.02 0.02 0.02 0.0150.01



Figura 35: Modelo 3. Vano central de 50 m. Envolvente de desplazamientos máximos considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 7. Envolvente de flechas en centro de vano (flexión y torsión) 0.025AVE ETR-Y 0.02 EUROSTAR 373/1 CE2 TALGO AV 0.015f(m)THALYS VIRGIN Tren UIC 0.010.0050 100 150200 250300 350 400 450 $v (\rm km/h)$

Figura 36: Modelo 3. Vano de 40 m. Envolvente de desplazamientos máximos considerando simultáneamente flexión y torsión.





Figura 37: Modelo 3. Vanos de 35 y 50 m. Factores de amplificación dinámica.



Figura 38: Modelo 3. Vano de 40 m. Factores de amplificación dinámica.

5.4. Modelo 4. Inercias de flexión para sección fisurada.

En las figuras 39, 40 y 41 se muestran las envolventes de las flechas dinámicas, en el eje de la vía, de los centros de los vanos de 35 m., 50 m. y 40 m, para el *Modelo* 4, en el que se han considerado en las zonas de momentos negativos, inercias de flexión correspondientes a secciones totalmente fisuradas. En este caso la fracción del amortiguamiento crítico es del 0,5 %, de acuerdo con la instrucción [4]. Dado que los resultados considerando únicamente los efectos de torsión son idénticos a los descritos en el apartado 5.1, en este apartado se muestran únicamente los resultados correspondientes a los efectos de flexión y a los efectos de flexión-torsión conjuntamente.

En las figuras 42, 43 y 44 se muestran los factores de amplificación dinámica de cada tren obtenidos, al igual que en apartado anteriores, como el cociente de la flecha dinámica máxima y la flecha estática (cuadros 12 y 13) máxima de los trenes reales.

Al igual que en los apartados anteriores también aplica la aclaración de que las curvas que consideran simultáneamente "flexión y torsión" no se obtienen como suma de la curva de flexión y la curva de torsión. La metodología seguida es la detallada en el apartado 5.1.

A efectos de conocer la sensibilidad del viaducto a la rigidez en flexión, los resultados obtenidos en este apartado deben de ser comparados con los descritos en el apartado 5.1. En el vano por el que entra el tren los valores son similares en los dos casos. En el vano central se observan valores bastante más altos para los trenes ICE2 y TALGO, a velocidades en torno a los 400 km/h. Sin embargo estos valores siguen siendo inferiores a los calculados con el tren tipo UIC de la instrucción IAPF [4]. En el vano extremo por el que sale el tren, los resultados vuelven a ser muy similares.





Figura 39: Modelo 4. Vano de 35 m. Envolvente de desplazamientos máximos considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 4. Envolvente de flechas en centro de vano (flexión y torsión) 0.025AVE ETR-Y 0.02 EUROSTAR 373/1 TALGO AV 0.015f(m)THAI0.010.0050 100 150200 250300 350400 450 $v (\rm km/h)$

Figura 40: Modelo 4. Vano central de 50 m. Envolvente de desplazamientos máximos considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 7. Envolvente de flechas en centro de vano (flexión y torsión) 0.025AVE ETR-Y 0.02 EUROSTAR 373/1 ICE? TALGO AV 0.015THALY f(m)VIRGIN 0.010.005 0 100 150200 250300 350400 450 $v (\rm km/h)$

Figura 41: Modelo 4. Vano de 40 m. Envolvente de desplazamientos máximos considerando simultáneamente flexión y torsión.





Figura 42: Modelo 4. Vano de 35 m. Factores de amplificación dinámica.







Figura 43: Modelo 4. Vano central de 50 m. Factores de amplificación dinámica.







Figura 44: Modelo 4. Vanos de 40 m. Factores de amplificación dinámica.

5.5. Modelo 5. Secciones abiertas

En las figuras 45, 46 y 47 se muestran las envolventes de las flechas dinámicas, en el eje de la vía, de los centros de los vanos de 35 m., 50 m. y 40 m, para el *Modelo* 5, en el que se han considerado las secciones abiertas a efectos del cálculo del momento de inercia de torsión. En este caso la fracción del amortiguamiento crítico es del 0,5 %, de acuerdo con la instrucción [4]. Dado que los resultados considerando únicamente los efectos de flexión son idénticos a los descritos en el apartado 5.1, en este apartado se muestran únicamente los resultados correspondientes a los efectos de torsión y a los efectos de flexión-torsión conjuntamente.

En las figuras 48 y 49 se muestran los factores de amplificación dinámica de cada tren obtenidos, al igual que en apartado anteriores, como el cociente de la flecha dinámica máxima y la flecha estática (cuadros 11 y 13) máxima de los trenes reales. Al igual que en los apartados anteriores también aplica la aclaración de que las curvas que consideran simultáneamente "flexión y torsión" no se obtienen como suma de la curva de flexión y la curva de torsión. La metodología seguida es la detallada en el apartado 5.1.

Al comparar estos resultados con los obtenidos con secciones cerradas (apartado 5.1) se observa que el comportamiento de la estructura es radicalmente distinto. El aumento de las flechas debido a la componente de torsión es muy significativo, observándose la aparición de picos resonantes en los que el aumento es casi de un orden de magnitud. Este fenómeno se presenta tanto en los vanos extremos como en el vano central, superándose la flecha de flexión del tren de la UIC.



VANO 1. Envolvente de flechas en centro de vano (flexión y torsión) 0.025 AVE ETR-Y 0.02 EUROSTAR 373/1 TALGO AV 0.015f (m) THAI 0.010.0050 100 150200 250300 350 400 450 $v (\rm km/h)$

Figura 45: Modelo 5. Vano de 35 m. Envolvente de desplazamientos máximos considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 4. Envolvente de flechas en centro de vano (flexión y torsión) 0.025 AVE ETR 0.02**UROSTAR** 0.015f (m) HAŁŊ VIRGIN Tren UIC 0.010.0050 100 150200 250300 350 400 450 $v (\rm km/h)$

Figura 46: Modelo 5. Vano central de 50 m. Envolvente de desplazamientos máximos considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 7. Envolvente de flechas en centro de vano (flexión y torsión) 0.025 AVE ETR-Y 0.02EUROSTAR 373/1 LGO A 0.015f (m) 0.010.0050 100 150200 250300 350 400 450 $v (\rm km/h)$

Figura 47: Modelo 5. Vano de 40 m. Envolvente de desplazamientos máximos considerando simultáneamente flexión y torsión.





Figura 48: Modelo 5. Vanos de 35 y 50 m. Factores de amplificación dinámica.



Figura 49: Modelo 5. Vano de 40 m. Factores de amplificación dinámica.
6. Criterios de comprobación de desplazamientos. Coeficiente de impacto Φ

La validación del comportamiento dinámico de la estructura se ha realizado conforme a lo especificado en el apéndice B.2 de la IAPF-2000 [4].

La norma española prescribe en su artículo 2.3.3.1 la obligatoriedad de realizar un cálculo dinámico completo específico para estructuras que se encuentren en líneas de velocidad de proyecto superior a los 220 km/h. En este cálculo, que deberá seguir las indicaciones contenidas en el apéndice B de la cita instrucción, se valorarán los efectos dinámicos producidos por los trenes reales de alta velocidad.

Los resultados obtenidos con el cálculo servirán de base para la determinación del coeficiente de impacto debido a los trenes reales de alta velocidad (Φ). Este valor se calculará en el centro de cada uno de los siete vanos del viaducto y se comparará con el coeficiente de impacto (Φ_2) obtenido de la aplicación del artículo 2.3.3.2 [4] para velocidades inferiores a 220 km/h. A efectos de dimensionamiento de la estructura, se adoptará el mayor de los dos.

6.1. Coeficiente de impacto Φ_2

Para esta estructura la longitud determinante L_{Φ} se obtiene para el caso 5.2 del Cuadro 2.4 de la citada instrucción. A partir de la luz media:

$$L_m = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^{7} L_i = 46,43 \text{ m.}$$
(3)

resulta como longitud determinante:

$$L_{\Phi} = 1.5L_m = 69.65 \text{ m.} \tag{4}$$

y el coeficiente de impacto se obtiene de la expresión (2.1) de la instrucción [4]:

$$\Phi_2 = \frac{1.44}{\sqrt{L_{\Phi}} - 0.2} + 0.82 = 0.998 \qquad \text{para } v < 220 \text{ km/h}$$
(5)

tomándose $\Phi_2 = 1$. Puesto que este valor es el adoptado a efectos de proyecto, la comprobación en desplazamientos de los cálculos dinámicos se reducirá a verificar que el coeficiente de impacto real calculado con los trenes de alta velocidad cumple la siguiente desigualdad:

$$\Phi \le 1.0 \tag{6}$$

6.2. Coeficiente de impacto debido a los trenes reales Φ

Este coeficiente se calcula como el cociente entre el máximo desplazamiento dinámico de un tren real y el correspondiente a la envolvente del tren estático tipo (UIC 71) de la instrucción (apartado 2.3.3.2 [4]), en el punto medio de cada uno de los siete vanos de que consta el viaducto. La proporcionalidad entre esfuerzos y desplazamientos permite emplearlo como coeficiente de mayoración de los esfuerzos calculados para el tren estático tipo (UIC 71).

Para calcular el coeficiente de impacto real se ha tomado el valor máximo de los coeficientes dinámicos que produce cada tren real sobre la estructura. El coeficiente de impacto debido a los trenes reales Φ viene definido por la siguiente ecuación:

$$\Phi_{real} = \frac{\delta_{din,ideal}^{real}}{\delta_{est}^{tipo}} + \frac{\delta_{est,ideal}^{real}}{\delta_{est}^{tipo}} \,0.5\,\varphi'' \tag{7}$$

donde:

- $\delta_{din,ideal}^{real}$ flecha dinámica máxima de la estructura producida por los trenes reales de alta velocidad, sobre carril sin irregularidades. De acuerdo con el apartado B.2.4 del apéndice B de la norma [4], la flecha dinámica calculada para un tren se ha multiplicado por $\sqrt{2}$, para tener en cuenta la circulación simultánea en las dos vías, combinándolos así mediante la raíz cuadrada de la suma de cuadrados.
 - δ_{est}^{tipo} flecha estática de la estructura producida por la acción de dos trenes de cargas tipo;
- $\delta_{est,ideal}^{real}$ flecha estática de la estructura producida por los trenes reales de alta velocidad. Esta flecha se ha obtenido considerando una velocidad de paso del tren suficientemente baja. En concreto, se ha considerado esta velocidad igual a 120 km/h. Si bien esta velocidad no se puede considerar excesivamente lenta, el resultado obtenido deja de lado de la seguridad ya que esta flecha es mayor que la calculada con velocidades menores.
 - φ'' coeficiente utilizado en la valoración de los efectos dinámicos producidos por las irregularidades del carril. Se define en el apéndice B.3.2 de la IAPF-2000 [4] mediante la expresión:

$$\varphi'' = a \left[0.56e^{-\frac{L_{\Phi}}{10}^2} + 0.5 \left(\frac{f_0 L_{\Phi}}{80} - 1 \right) e^{-\frac{L_{\Phi}}{20}^2} \right]$$

Sustituyendo los valores:

$$a = 1$$
 $L_{\Phi} = 69,65$

resulta para los *Modelos* 1, 2, 3 y 5 ($f_0 = 1,57$):

$$\varphi'' = 9,9 \cdot 10^{-7}$$

Para el Modelo 4 ($f_0 = 1,52$) resulta:

$$\varphi'' = 8,74 \cdot 10^{-7}$$

Estos valores tan pequeños del coeficiente de irregularidad son típicos de puentes de luces largas y frecuencias bajas.

En los apartados 6.3, 6.4, 6.5 y 6.6 se muestran as envolventes del coeficiente de impacto real en el centro de los vanos de 35 m., 50 m. y 40 m. para cada uno de los modelos considerados.

Esta envolvente se ha obtenido calculando para cada velocidad el coeficiente de impacto de cada uno de los seis trenes reales considerados, mediante la expresión (7) de la página 71.

Es importante destacar que en todos los vanos se obtienen valores de Φ menores que la unidad. El significado de este resultado es que la flecha calculada con el tren tipo de la UIC es mayor que la flecha dinámica de los trenes reales. En consecuencia, la adopción del valor $\Phi_2 = 1,0$ que se deduce en la expresión (5) de la página 70 para velocidades inferiores a 220 km/h resulta suficiente para valorar los efectos dinámicos.

6.3. Modelo 1. Fracción de amortiguamiento crítico $\xi=0.5\,\%$

En las figuras 50, 53 y 56 se muestran las envolventes del coeficiente de impacto para los trenes reales de la instrucción [4]. En este apartado se considera el *Modelo* 1 con una fracción de amortiguamiento crítico $\xi = 0.5 \%$. En todos los casos el coeficiente real de impacto Φ es inferior al coeficiente Φ_2 empleado para el dimensionamiento con velocidades inferiores a 220 km/h.



VANO 1. Coeficiente de impacto (flexión y torsión)



Figura 50: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 1.º de 50 m. Envolvente del coeficiente de impacto real.



VANO 2. Coeficiente de impacto (flexión y torsión)



Figura 51: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 2.º de 50 m. Envolvente del coeficiente de impacto real.





Figura 52: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 3.º de 50 m. Envolvente del coeficiente de impacto real.





Figura 53: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano central de 50 m. Envolvente del coeficiente de impacto real.





Figura 54: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 5.º de 50 m. Envolvente del coeficiente de impacto real.



VANO 6. Coeficiente de impacto (flexión y torsión) 1 AVE ETR-Y EUROSTAR 373/1 0.8 ICE2 TALGO AV 0.6 THALYS VIRGIN Ф 0.40.20 100 150200 250300350400450 $v (\rm km/h)$

Figura 55: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 6.º de 50 m. Envolvente del coeficiente de impacto real.



VANO 7. Coeficiente de impacto (flexión)



Figura 56: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 7.º de 40 m. Envolvente del coeficiente de impacto real.

6.4. Modelo 2. Fracción de amortiguamiento crítico $\xi = 0.01 \,\%$

En las figuras 57, 58 y 59 se muestran las envolventes del coeficiente de impacto para los trenes reales de la instrucción [4]. En este apartado se considera el *Modelo* 2, para el que se ha adoptado una fracción de amortiguamiento crítico $\xi = 1,0$ %. En todos los vanos la envolvente del coeficiente real de impacto Φ es inferior al coeficiente Φ_2 empleado para el dimensionamiento con velocidades inferiores a 220 km/h.





Figura 57: Modelo 2 ($\xi = 1\%$). Vano de 35 m. Envolvente del coeficiente de impacto real Φ .



1 AVE ETR-Y EUROSTAR 373/1 0.8 ICE2 TALGO AV 0.6 THALYS Ф VIRGIN 0.4

VANO 4. Coeficiente de impacto (flexión y torsión)



Figura 58: Modelo 2 ($\xi = 1\%$). Vano central de 50 m. Envolvente del coeficiente de impacto real Φ .



1 AVE ETR-Y EUROSTAR 373/1 0.8 ICE2 TALGO AV 0.6 THALYS VIRGIN 0.4

VANO 7. Coeficiente de impacto (flexión y torsión)



Figura 59: Modelo 2 ($\xi = 1 \%$). Vano de 40 m. Envolvente del coeficiente de impacto real Φ .

6.5. Modelo 3. Apoyos elásticos a torsión

En las figuras 60, 61 y 62 se muestran las envolventes del coeficiente de impacto para los trenes reales de la instrucción [4]. En este apartado se considera el *Modelo* 3, en el que se representa la elasticidad de los apoyos de torsión mediante muelles rotacionales. En todos los vanos la envolvente del coeficiente real de impacto Φ es inferior al coeficiente Φ_2 empleado para el dimensionamiento con velocidades inferiores a 220 km/h. No obstante, al comparar los resultados de este apartado con los obtenidos con empotramientos a torsión (apartado 6.3), se observa un ligero aumento para velocidades de 400 km/h en el vano por el que entra el tren. de





Figura 60: Modelo 3. Vano de 35 m. Envolvente del coeficiente de impacto real Φ .





Figura 61: Modelo 3. Vano central de 50 m. Envolvente del coeficiente de impacto real Φ .





Figura 62: Modelo 3. Vano de 40 m. Envolvente del coeficiente de impacto real Φ .

6.6. Modelo 4. Inercias de flexión fisuradas

En las figuras 63, 64 y 65 se muestran las envolventes del coeficiente de impacto para los trenes reales de la instrucción [4]. En este apartado se considera el *Modelo* 3 que considera las secciones totalmente fisuradas a efectos de flexión en la zona de pilas.

Como ya se comentó en el apartado 5.4, en este caso la influencia de la fisuración en flexión se hace patente en el vano central para velocidades en torno a los 400 km/h, para los trenes ICE2 y TALGO. Sin embargo en todos los vanos, incluido el central, la envolvente del coeficiente real de impacto Φ es inferior al coeficiente Φ_2 empleado para el dimensionamiento con velocidades inferiores a 220 km/h.



VANO 1. Coeficiente de impacto (flexión y torsión)



Figura 63: Modelo 4 ($\xi = 0.5\%$). Vano de 35 m. Envolvente del coeficiente de impacto real.





Figura 64: Modelo 4 ($\xi = 0.5\%$). Vano central de 50 m. Envolvente del coeficiente de impacto real.



VANO 7. Coeficiente de impacto (flexión)



Figura 65: Modelo 4 ($\xi = 0.5\%$). Vano de 40 m. Envolvente del coeficiente de impacto real.

6.7. Modelo 5. Secciones abiertas

En las figuras 66, 67 y 68 se muestran las envolventes del coeficiente de impacto para los trenes reales de la instrucción [4]. En este apartado se considera el *Modelo* 5, en el que se calcula la inercia de torsión considerando secciones abiertas.

Es de destacar el aumento importante del coeficiente de impacto debido a la disminución de la inercia de torsión, tanto en los vanos extremos como en el vano central. Este aumento es especialmente importante en el vano extremo por el que entra el tren. No obstante en todos los vanos la envolvente del coeficiente real de impacto Φ es inferior al coeficiente Φ_2 empleado para el dimensionamiento con velocidades inferiores a 220 km/h.





Figura 66: Modelo 5. Vano de 35 m. Envolvente del coeficiente de impacto real Φ .



VANO 4. Coeficiente de impacto (flexión y torsión)



Figura 67: Modelo 5. Vano central de 50 m. Envolvente del coeficiente de impacto real Φ .





Figura 68: Modelo 5. Vano de 40 m. Envolvente del coeficiente de impacto real Φ .

7. Criterios de comprobación de aceleraciones

Para garantizar la seguridad del tráfico ferroviario al paso de los puentes, así como un mínimo confort para los pasajeros, en este apartado se comprueba si las aceleraciones máximas calculadas, mayoradas por el coeficiente asociado a las irregularidades del carril $(1 + 0.5\varphi'')$ no exceden los valores especificados en el apartado 4.2.1.1.1 de la IAPF [4],

Esta limitación establece que la aceleración vertical máxima en la estructura (a_{max}) cumple:

$$a_{max} < 0.35 g \tag{8}$$

donde g es la aceleración de la gravedad.

Los efectos de aceleración debida a las irregularidades del carril, se valorarán en el caso en que deban ser consideradas, mediante la aplicación del coeficiente $(1 + 0.5 \varphi'')$ a la aceleración vertical máxima obtenida del cálculo en la estructura ideal con los trenes reales, de acuerdo a la recomendación efectuada en [1].

En el caso en que estas aceleraciones correspondan a modos de frecuencia superior a 20 Hz., según lo indicado en la IAPF [4], apartado 4.2.1.1., no será necesario incluir estas aceleraciones.

Con objeto de hacer las comprobaciones referentes a la limitación en aceleraciones, las figuras que van desde la 97 hasta la 120 muestran las envolventes de aceleraciones máximas, en el eje de la vía, del centro de vano frente a las velocidades de paso de los trenes reales considerados.

La misma aclaración que se ha realizado al final del apartado 5, para las envolventes de flechas, aplica aquí para las aceleraciones.

Del análisis de estas figuras se concluye que el requisito expresado en (8) se cumple sobradamente.

7.1. Modelo 1. Fracción de amortiguamiento crítico $\xi = 0.5 \%$

Las figuras 69 hasta 82 muestran las envolventes de las aceleraciones positivas en los centros de los vanos extremos (de 35 m. y 40 m.), y del vano central (50 m.), calculadas con el *Modelo* 1 y $\xi = 0.5 \%$. Asimismo, las figuras 83 hasta 96 muestran las correspondientes envolventes de aceleraciones negativas. Se concluye que el valor de las aceleraciones es más bajo que el límite de 3,5 m/s² que impone la instrucción [4]



VANO 1. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (torsión)



Figura 69: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 1.º de 35 m. Envolvente de aceleraciones positivas.



VANO 1. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión)

Figura 70: Modelo 1 ($\xi = 0,5\%$). Vano 1.º de 35 m. Envolvente de aceleraciones positivas considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 2. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (torsión)



Figura 71: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 2.º de 50 m. Envolvente de aceleraciones positivas.



Figura 72: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 2.º de 50 m. Envolvente de aceleraciones positivas considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 3. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (torsión)



Figura 73: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 3.º de 50 m. Envolvente de aceleraciones positivas.



Figura 74: Modelo 1 ($\xi = 0,5\%$). Vano 3.º de 50 m. Envolvente de aceleraciones positivas considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 4. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (torsión)



Figura 75: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano central de 50 m. Envolvente de aceleraciones positivas.



Figura 76: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano central de 50 m. Envolvente de aceleraciones positivas considerando simultáneamente flexión y torsión.


VANO 5. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (torsión)



Figura 77: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 5.º de 50 m. Envolvente de aceleraciones positivas.



Figura 78: Modelo 1 ($\xi = 0,5\%$). Vano 5.º de 50 m. Envolvente de aceleraciones positivas considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 6. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (torsión)



Figura 79: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 6.º de 50 m. Envolvente de aceleraciones positivas.



Figura 80: Modelo 1 ($\xi = 0,5\%$). Vano 6.º de 50 m. Envolvente de aceleraciones positivas considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 7. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (torsión)



Figura 81: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 7.º de 40 m. Envolvente de aceleraciones positivas.



Figura 82: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 7.º de 40 m. Envolvente de acelera-

ciones positivas considerando simultáneamente flexión y torsión.





Figura 83: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 1.º de 35 m. Envolvente de aceleraciones negativas.



VANO 1. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión)

Figura 84: Modelo 1 ($\xi = 0,5\%$). Vano 1.º de 35 m. Envolvente de aceleraciones negativas considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 2. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (torsión) 0 AV -0.5 EUROSTAR 373/1 -1 ICE2 TALGO AV $a \ (m/s^2)$ -1.5 THALYS VIRGIN -2 -2.5-3 -3.5250100150200300350400450 $v \, (\rm km/h)$

Figura 85: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 2.º de 50 m. Envolvente de aceleraciones negativas.



VANO 2. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión)

Figura 86: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 2.º de 50 m. Envolvente de aceleraciones negativas considerando simultáneamente flexión y torsión.





Figura 87: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 3.º de 50 m. Envolvente de aceleraciones negativas.



VANO 3. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión)

Figura 88: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 3.º de 50 m. Envolvente de aceleraciones negativas considerando simultáneamente flexión y torsión.





Figura 89: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano central de 50 m. Envolvente de aceleraciones negativas.



VANO 4. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión)

Figura 90: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano central de 50 m. Envolvente de aceleraciones negativas considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 5. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (torsión)



Figura 91: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 5.º de 50 m. Envolvente de aceleraciones negativas.



VANO 5. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión)

Figura 92: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 5.º de 50 m. Envolvente de aceleraciones negativas considerando simultáneamente flexión y torsión.





Figura 93: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 6.º de 50 m. Envolvente de aceleraciones negativas.



VANO 6. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión)

Figura 94: Modelo 1 ($\xi = 0,5\%$). Vano 6.º de 50 m. Envolvente de aceleraciones negativas considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 7. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (torsión)



Figura 95: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 7.º de 40 m. Envolvente de aceleraciones negativas.



VANO 7. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión)

Figura 96: Modelo 1 ($\xi = 0.5\%$). Vano 7.º de 40 m. Envolvente de aceleraciones negativas considerando simultáneamente flexión y torsión.

7.2. Modelo 2. Fracción de amortiguamiento crítico $\xi = 1 \%$

Las figuras 97, 98, 99, 100, 101 y 102 muestran las envolventes de las aceleraciones positivas en los centros de los vanos extremos (de 35 m. y 40 m.), y del vano central (50 m.), calculadas en este apartado para el *Modelo* 1 con una fracción del amortiguamiento crítico $\xi = 1 \%$. Asimismo, las figuras 103, 104, 105, 106, 107 y 108 muestran las correspondientes envolventes de aceleraciones negativas. De esta curvas se concluye que el nivel de aceleraciones se mantiene por debajo del límite de 3,5 m/s² que impone la instrucción [4]



VANO 1. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (torsión)



Figura 97: Modelo 2 ($\xi = 1\%$). Vano de 35 m. Envolvente de aceleraciones positivas.



VANO 1. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión)

Figura 98: Modelo 2 ($\xi = 1\%$). Vano de 35 m. Envolvente de aceleraciones positivas considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 4. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (torsión)



Figura 99: Modelo 2 ($\xi = 1 \%$). Vano central de 50 m. Envolvente de aceleraciones positivas.



Figura 100: Modelo 2 ($\xi = 1 \%$). Vano central de 50 m. Envolvente de aceleraciones positivas considerando simultáneamente flexión y torsión.



VANO 7. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (torsión)



Figura 101: Modelo 2 ($\xi = 1\%$). Vano de 40 m. Envolvente de aceleraciones positivas.



Figura 102: Modelo 2 ($\xi = 1\%$). Vano de 40 m. Envolvente de aceleraciones positivas considerando simultáneamente flexión y torsión.





Figura 103: Modelo 2 ($\xi = 1\%$). Vano de 35 m. Envolvente de aceleraciones negativas.



VANO 1. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión)

Figura 104: Modelo 2 ($\xi = 1\%$). Vano de 35 m. Envolvente de aceleraciones negativas considerando simultáneamente flexión y torsión.





Figura 105: Modelo 2 ($\xi = 1 \%$). Vano central de 50 m. Envolvente de aceleraciones negativas.



VANO 4. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión)

Figura 106: Modelo 2 ($\xi = 1 \%$). Vano central de 50 m. Envolvente de aceleraciones negativas considerando simultáneamente flexión y torsión.





Figura 107: Modelo 2 ($\xi = 1\%$). Vano de 40 m. Envolvente de aceleraciones negativas.



VANO 7. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión)

Figura 108: Modelo 2 ($\xi = 1\%$). Vano de 40 m. Envolvente de aceleraciones negativas considerando simultáneamente flexión y torsión.

7.3. Modelo 3. Apoyos elásticos a torsión

Las figuras 109, 110 y 111 muestran las envolventes de las aceleraciones positivas en los centros de los vanos extremos (de 35 m. y 40 m.), y del vano central (50 m.), calculadas en este apartado para el *Modelo* 3, en el que se ha considerado la rigidez a torsión de los apoyos mediante muelles rotacionales, Asimismo, las figuras 112, 113 y 114 muestran las correspondientes envolventes de aceleraciones negativas.

Sólo se muestran las componentes de torsión y de flexión y torsión conjunta, ya que las envolventes de flexión son las mismas que las mostradas para el *Modelo* 1 (apartado 7.1). Comparando las envolventes de aceleraciones con componentes de torsión de estos dos modelos se observa que tienen valores muy similares (si cabe, las aceleraciones del modelo con empotramientos son en algunos casos ligeramente superiores debido a que este tiene mayor rigidez que el modelo con muelles de torsión).

Finalmente, se concluye que el nivel de aceleraciones se mantiene por debajo del límite de 3.5 m/s^2 que impone la instrucción [4].



VANO 1. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión)



Figura 109: Modelo 3. Vano de 35 m. Envolvente de aceleraciones positivas.



VANO 4. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión)



Figura 110: Modelo 3. Vano central de 50 m. Envolvente de aceleraciones positivas.


VANO 7. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión)



Figura 111: Modelo 3. Vano de 40 m. Envolvente de aceleraciones positivas.



VANO 1. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión) 0 AVE -0.5 Þ **₹** -1 TALGO AV $a~({\rm m/s^2})$ -1.5THALY VIRGI -2 -2.5-3 -3.5 250300 100150200350 400 450 $v \, (\rm km/h)$

Figura 112: Modelo 3. Vano de 35 m. Envolvente de aceleraciones negativas.



VANO 4. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión) 0 AVE -0.5 TR-3737 EUROS -1 TALGO ÀV $a \ (m/s^2)$ THALYS -1.5VIRGIN -2 -2.5-3 -3.5 100150200250300 350400 450 $v \, (\rm km/h)$

Figura 113: Modelo 3. Vano central de 50 m. Envolvente de aceleraciones negativas.



VANO 7. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión) 0 AVE ETR-Y -0.5 -1 FALGO AV $a~({\rm m/s^2})$ THALYS -1.5VIRGIN -2 -2.5-3 -3.5 250300 100150200350400 450 $v \, (\rm km/h)$

Figura 114: Modelo 3. Vano de 40 m. Envolvente de aceleraciones negativas.

7.4. Modelo 4. Inercia en flexión totalmente fisurada

Las figuras 115, 116 y 117 muestran las envolventes de las aceleraciones positivas en los centros de los vanos extremos (de 35 m. y 40 m.), y del vano central (50 m.), calculadas con el *Modelo* 1 y $\xi = 0.5$ %. Asimismo, las figuras 118, 119 y 120 muestran las correspondientes envolventes de aceleraciones negativas. No se muestran las aceleraciones debidas únicamente al efecto de torsión por ser las mismas que las del *Modelo* 1 (apartado 7.1). Los valores obtenidos son sensiblemente iguales que los que se obtenían con el *Modelo* 1.

Se concluye que el valor de las aceleraciones es más bajo que el límite de $3,5 \text{ m/s}^2$ que impone la instrucción [4].



VANO 1. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión)



Figura 115: Modelo 4 ($\xi = 0.5\%$). Vano de 35 m. Envolvente de aceleraciones positivas.



VANO 4. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión)



Figura 116: Modelo 4 ($\xi = 0.5\%$). Vano central de 50 m. Envolvente de aceleraciones positivas.



VANO 7. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión)



Figura 117: Modelo 4 ($\xi = 0.5\%$). Vano de 40 m. Envolvente de aceleraciones positivas.



VANO 1. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión) 0 AVE -0.5 -1 ĢO AV $a \ (m/s^2)$ -1.5 THALYS VIRGIN -2 -2.5-3 -3.5 100150200250300 350400 450 $v \, (\rm km/h)$

Figura 118: Modelo 4 ($\xi = 0.5\%$). Vano de 35 m. Envolvente de aceleraciones negativas.



VANO 4. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión) 0 AVE -0.5TR-EUROSTAI -1 TALGO AV $a \ (m/s^2)$ THALYS -1.5VIRGIN -2 -2.5-3 -3.5 100150200250300 350400 450 $v \, (\rm km/h)$

Figura 119: Modelo 4 ($\xi = 0.5\%$). Vano central de 50 m. Envolvente de aceleraciones negativas.



VANO 7. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión) 0 AVE -0.5 TR-Y. -1 ÍÁLGO AV $a \ (m/s^2)$ THALYS -1.5VIRGIN -2 -2.5-3 -3.5 100150200250300 350400 450 $v \, (\rm km/h)$

Figura 120: Modelo 4 ($\xi = 0.5\%$). Vano de 40 m. Envolvente de aceleraciones negativas.

7.5. Modelo 5. Secciones abiertas

Las figuras 121, 122 y 123 muestran las envolventes de las aceleraciones positivas en los centros de los vanos extremos (de 35 m. y 40 m.), y del vano central (50 m.), calculadas en este apartado para el *Modelo* 5, en el que se ha considerado la inercia de torsión correspondiente a secciones abiertas. Asimismo, las figuras 124, 125 y 126 muestran las correspondientes envolventes de aceleraciones negativas.

Sólo se muestran las componentes de torsión y de flexión y torsión conjunta, ya que las envolventes de flexión son las mismas que las mostradas para el Modelo 1 (apartado 7.1).

La principal conclusión de las envolventes de aceleraciones máximas es que empleando secciones abiertas no se cumplen los requisitos exigidos en la instrucción IAPF [4], ya que se supera ampliamente el límite establecido en (8). Concretamente se alcanzan aceleraciones superiores a 0,35g en los siguientes casos:

- Vano extremo de entrada del tren. Para velocidades comprendidas entre 350 y 400 km/h, los trenes AVE, EUROSTAR y THALYS.
- Vano intermedio. Ningún tren cumple el requisito. Para algunos rangos de velocidad a partir de 350 km/h no lo verifican los trenes AVE, ETR-Y, EUROSTAR, ICE2, TALGO y THALYS. El tren VIRGIN presenta un pico en 320 km/h.
- Vano extremo de salida del tren. En rangos de velocidades superiores a 330 km/h. no verifican los trenes AVE, EUROSTAR, TALGO, THALYS y VIRGIN.



VANO 1. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (torsión)

VANO 1. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión)



Figura 121: Modelo 5. Vano de 35 m. Envolvente de aceleraciones positivas.



VANO 4. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (torsión)

VANO 4. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión)



Figura 122: Modelo 5. Vano central de 50 m. Envolvente de aceleraciones positivas.



VANO 7. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (torsión)

VANO 7. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión)



Figura 123: Modelo 5. Vano de 40 m. Envolvente de aceleraciones positivas.



VANO 1. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión) 0 AVĖ -1 V EURO -2 -3 GO А $a~({
m m/s^2})$ THAL-4 /IRGF -5 -6 -7 -8 300 100 150200250350400 450 $v (\rm km/h)$

Figura 124: Modelo 5. Vano de 35 m. Envolvente de aceleraciones negativas.



VANO 4. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión) 0 AVĖ -1 EUROSTAI -2 TALGO -3 $a \ (m/s^2)$ ŦĦ́ALY **ÝIRGII** -4 -5 -6 -7 -8 250300 100150200350400 450 $v (\rm km/h)$

Figura 125: Modelo 5. Vano central de 50 m. Envolvente de aceleraciones negativas.



VANO 7. Envolvente de aceleraciones en centro de vano (flexión y torsión) 0 574 AVĖ -1 ETR-Y EUROSI \overline{AR} -2 -3 $a~({
m m/s^2})$ VIR -4 (TT) -5 -6 1 -7 -8 300 100 150200250350400 450 $v \ (\rm km/h)$

Figura 126: Modelo 5. Vano de 40 m. Envolvente de aceleraciones negativas.

8. Conclusiones

Se ha realizado el análisis dinámico de un viaducto continuo de sección mixta según las indicaciones del apéndice B.2 de la IAPF-2000 [4], investigando además la influencia de distintos parámetros. Concretamente se ha cuantificado la importancia de considerar los siguientes factores:

- 1. La existencia de una fracción de amortiguamiento crítico del 0,5~% y del 1~%.
- 2. Suponer, a efectos de torsión, en los extremos de cada vano que el empotramiento es perfecto, o que existe una cierta rigidez proporcionada por las pilas intermedias.
- 3. La fisuración completa o la no fisuración de la losa a efectos de flexión, en la zona de momentos negativos (próxima a las pilas).
- 4. Que las secciones transversales están abiertas a efectos de torsión, si considerar la influencia de las prelosas inferiores en el cálculo de la inercia de torsión.

Asimismo se ha valorado mediante un modelo tridimensional de elementos finitos la influencia que tiene en el comportamiento a torsión de la estructura el hecho de que las prelosas de fondo sean discontinuas (apéndice 8), concluyéndose que la discontinuidad no influye de manera sensible.

En los cálculos se han considerado 61 valores de la velocidad (entre 120 y 420 km/h), 7 trenes reales, 72 modos de oscilación y 5 modelos tridimensionales de cálculo, con lo que resulta que se han realizado y procesado 153720 cálculos dinámicos individuales. En estos cálculos se ha considerado de manera acoplada los efectos de flexión y torsión.

Como resultados del análisis se han obtenido los desplazamientos y aceleraciones máximas, en función de la velocidad de paso de los trenes reales de alta velocidad. Para la determinación de estos valores se consideraron los posibles efectos dinámicos producidos por las irregularidades del carril.

De acuerdo con lo establecido en los apartados 6 y 7 de este informe, se han realizado las siguientes comprobaciones:

- 1. Si el valor del coeficiente dinámico de impacto producido por las composiciones reales de alta velocidad (Φ) es menor que el coeficiente de impacto ($\Phi_2 = 1,0$) empleado para el dimensionamiento en aplicación del artículo 2.3.3.2 de la IAPF-2000 [4], valido para velocidades v < 220km/h. Por tanto, el uso de este último valor de Φ_2 resulta envolvente de los esfuerzos dinámicos de alta velocidad.
- 2. Si los niveles de aceleraciones verticales máximas producidas por los trenes reales, permanecen por debajo del límite establecido para garantizar la seguridad del tráfico ferroviario y el confort de los pasajeros, según el artículo 4.2.1.1.1 de la IAPF [4].

De los resultados obtenidos se concluye:

- En todos los casos se verifica la comprobación primera correspondiente al coeficiente de impacto.
- En todos los casos excepto cuando la inercia de torsión corresponde a secciones abiertas se verifica la comprobación segunda referente a aceleraciones máximas.

Agradecimientos

Los autores agradecen la financiación para realizar este trabajo de IDEAM, MC2 y ACERALIA, y especialmente la financiación del Ministerio de Fomento de España, a través del proyecto "Análisis Dinámico de Estructuras Sometidas a Acciones de Trenes de Alta Velocidad" del programa "Acciones Estratégicas del Área Sectorial de Construcción Civil y Conservación del Patrimonio Histórico Cultural" del "Plan Nacional de Investigación Científica, Desarrollo e Innovación Tecnológica 2002-2003".

Referencias

- ERRI D214 RP 5: Ponts-rails pour vitesses > 200 km/h; Etude numérique de l'influence des irrégularités de voie dans les cas de résonance des ponts. Rapport technique. European Rail Research Institute (ERRI). Marzo de 1999.
- [2] ERRI D214 RP 9: Ponts-rails pour vitesses > 200 km/h; Rapport final.
 Partie A: Synthèse des résultats des travaux de recherche du D 214
 European Rail Research Institute (ERRI). Marzo de 1999.
- [3] Instrucción de hormigón estructural. Ministerio de Fomento. Secretaría General Técnica. 1999.
- [4] IAPF 2000. Instrucción de Acciones a considerar en el proyecto de Puentes de Ferrocarril. Ministerio de Fomento, 2001. Pendiente de Publicación.
- [5] FEAP v7.3 User's Manual. R.L.Taylor. Department of Civil and Environmenetal Engineering. University of California, Berkeley. http://www.ce.berkeley.edu/ rlt/feap/.
- [6] ABAQUS Theory, User's Manuals (Version 5.8). Hibbit, Karlsson and Sorensen. HKS, Inc.1998.
- [7] Construcción Mixta. Hormigón-acero, Julio Martínez Calzón y Jesus Ortiz Herrera. 1978.

A. Evaluación de la rigidez torsional del tablero de sección mixta

A.1. Objeto y Alcance

A.1.1. Objeto

El objeto de este cálculo es la evaluación del módulo de torsión uniforme de un tablero de sección mixta de un puente continuo para diferentes zonas del mismo, teniendo en cuenta:

- Zonas fisuradas:
 - losa superior en zonas de momentos flectores negativos (apoyos) y
 - prelosas inferiores en zona de momentos flectores positivos (centrales del vano)
- Efecto de la discontinuidad de las prelosas prefabricadas en parte inferior.

Considerando la simetría existente, este estudio se realiza en tres secciones representativas de la mitad de un vano del puente.

A.1.2. Alcance

Para poder explicar el efecto de la discontinuidad de las prelosas en el mecanismo resistente de la sección frente al momento torsor, se han diseñado modelos preliminares sencillos que se describirán a continuación. Por ello, el alcance de este trabajo puede definirse como sigue:

- 1. Descripción de los modelos preliminares de elementos finitos;
- 2. Resumen de resultados;
- 3. Conclusiones.

A.2. Descripción de los modelos de elementos finitos

Para todos los modelos, se ha considerado una sección cajón de espesores homogeneizados al acero. No se ha considerado el efecto de las alas.



Figura 127: Sección transversal cajón con espesores homogeneizados al acero

Para poder analizar el efecto de discontinuidad de las prelosas, se ha considerado en todos los casos un tramo de longitud (según la dirección de la luz del vano) igual a dos veces la mitad del ancho de una prelosa, o sea, 2,083 m de luz. La sección del cajón está discretizada con elementos lámina de cuatro nodos e integración reducida con control del "hourglass" (elemento del tipo S4R de ABAQUS [6]). En la discretización, se han empleado, tal y como se indica en la malla de la figura 128, 48 elementos cuadriláteros.

A.2.1. Hipótesis de partida

Se han considerado las siguientes hipótesis:

- Cada tramo se modeliza con elementos del tipo lámina, con las propiedades del acero (sección homogeneizada al acero). En el proceso de homogeneización los datos de partida para calcular el coeficiente de equivalencia "transversal"¹ n_c^* y el coeficiente de equivalencia² n_c son:
 - Las dos almas del cajón:
 - Módulo de elasticidad: $E_s = 2,1 \, 10^7 \, \text{t/m}^2$;
 - Coeficiente de Poisson: $\nu_s = 0,3$.
 - La losa:
 -
 $\circ\,$ Módulo de elasticidad: $E_c=2,98\,10^6\,\mathrm{t/m^2};$

¹En la hipótesis de fisuración del hormigón $n_c^* = \frac{G_s}{G_c} = \frac{E_s(1+\nu_c)}{E_c(1+\nu_s)}$ ²Si no hay fisuración del hormigón $n_c = \frac{E_s}{E_c}$



Figura 128: Vista tridimensional del modelo de elementos finitos y las condiciones de contorno (empotramiento)

- Coeficiente de Poisson: $\nu_c = 0,2$.
- Hormigón de fondo:
 - Módulo de elasticidad: $E_c = 3,09 \, 10^6 \, \text{t/m}^2$;
 - Coeficiente de Poisson: $\nu_c = 0,2$.
- Se considera una cara empotrada y otra libre, en la que se aplica el momento torsor.
- Al aplicar al centro de gravedad G de la sección (que pertenece a la cara libre) el momento torsor constante, en este caso $(M_t = 540 \text{ mt})^3$ se supone que las secciones transversales, dentro de su plano tienen un movimiento rígido. Asimismo, queda impedido el alabeo o movimiento en dirección longitudinal de las mismas.

Esto se consigue imponiendo una condición cinemática que obliga a la sección en la que se aplica el momento torsor a tener movimiento de

³Este valor viene del estudio que ha sido realizado por el equipo de Julio Martínez C.

sólido rígido (translación más giro sin distorsión). Por ello, se emplea la opción "*kinematic coupling," del ABAQUS [6].

A.2.2. Modelos

A continuación se presentan los modelos diseñados, las variables son las indicadas en la figura 127:

Modelo	a [m]	<i>b</i> [m]	$e_a \left[\mathbf{m} \right]$	$e_l \left[\mathbf{m} \right]$	$e_p \left[\mathbf{m} \right]$	Discontinuidad	Sección ^a
						prelosas	
1 ^b	5,980	3,125	0,020	0,0486	0,0010	no	А
2 ^{<i>c</i>}	5,980	3,125	0,020	0,0486	0,0191	no	А
3 ^d	5,980	3,125	0,020	0,0486	0,0010	si	А
4 ^e	5,965	3,060	0,025	0,0022	0,0398	no	В
5 ^{<i>f</i>}	5,965	3,060	0,025	0,0486	0,0398	no	В
6 ^{<i>g</i>}	5,965	3,060	0,025	0,0022	0,0398	si	В
7 ^{<i>h</i>}	5,965	2,935	0,035	0,0038	0,0797	-	С
8 ⁱ	5,965	2,935	0,035	0,0486	0,0797	-	С
9 ^j	6	3	0,015	0,00243	0,00106	-	

^{*a*}Las secciones tienen el siguiente significado:

- la sección A está en el centro del vano (fondo con prelosas prefabricadas);
- la sección B está a 15,625 m del centro del vano (fondo con prelosas prefabricadas);
- la sección C está en el apoyo (pila), o sea a 25 m del centro del vano (fondo hormigonado).

 b losa superior no fisurada, prelosa fisurada y continua;

- $^{c}\mathrm{losa}$ superior no fisurada, prelosa no fisurada y continua;
- $^d {\rm losa}$ superior no fisurada, prelosa fisurada y discontinua;
- $^{e}{\rm losa}$ superior fisurada, prelosa no fisurada y continua;
- ^flosa superior no fisurada, prelosa no fisurada y continua;
- g losa superior fisurada, prelosa no fisurada y discontinua;
- h losa superior fisurada, hormigón de fondo no fisurada;

^{*i*}losa superior no fisurada, hormigón de fondo no fisurada;

 j losa superior fisurada, prelosa fisurada y continua. Este modelo es un caso puramente ideal, que en realidad no existe. Sirve para contrastar con los cálculos realizados por el equipo de Julio Martínez Calzón.

Cuadro 16: Dimensiones consideradas en los modelos de elementos finitos y secciones

Los espesores tanto de la losa como de las prelosas se han considerado homogeneizados al acero en dos hipótesis distintas:

- Considerando la fisuración de la losa superior y/o fisuración de la prelosa;
- 2. Considerando que no se fisuran ni la losa ni tampoco la prelosa.

Se ha introducido la discontinuidad diseñando dos bloques de modelos de longitud 1,0415 m (mitad del ancho L = 2,083 m de una prelosa) cada uno.

Luego se ha obligado a los nodos contiguos a tener los mismos grados de libertad. En este proceso, se han dejado sueltos los 5 nodos contiguos de las dos prelosas consideradas en los modelos (ver figuras 129 y 130).



Figura 129: Vista de nodos en zona de discontinuidad. Estos nodos pertenecen al primer bloque del modelo.



Figura 130: Vista de nodos en zona de discontinuidad de prelosas. Estos nodos pertenecen al segundo bloque del modelo.

A.3. Resumen de resultados

A.3.1. Metodología

Se aplica un momento torsor M_t como entrada y el cálculo por elementos finitos permite obtener el ángulo máximo ϕ_{max} de giro. Conocido el giro ϕ_{max} , el torsor aplicado M_t , el módulo de deformación transversal del acero G_s y la la luz L del modelo se saca el módulo de torsión C_T como:

$$C_T = \frac{M_t L}{G_s \phi_{max}} \tag{9}$$

El módulo de torsión teórico se calculo mediante la fórmula conocida de la torsión uniforme [7]:

$$C_T = \frac{4\Omega^2}{\oint \frac{ds}{e}} \tag{10}$$

siendo:

- Ω el área de la sección cerrada;
- s la coordenada curvilínea a lo largo de la sección;
- e el espesor correspondiente a cada ds.



Figura 131: Vista tridimensional de la deformación del modelo de elementos finitos al aplicarle un momento torsor M_t y las condiciones de contorno (empotramiento). En rojo, la configuración inicial.

A.3.2. Resultados

A continuación vienen resumidos los valores obtenidos en los modelos presentados. Se recogen en el cuadro 17 los resultados obtenidos empleando tanto la fórmula de torsión uniforme como el método de elementos finitos.

Modelo	Resultado	Resultado.	discontinuidad	efecto discon-	
	teórico ^a	$MEF(ABAQUS)^{b}$	prelosas	tinuidad	
1	0,218	0,235	no		
2	1,866	1,944	no	$\frac{0,210}{0,235} = 0,89$	
3	0,218	0,210	si		
4	0,429	0,446	no		
5	2,576	2,745	no	$\frac{0,401}{0,446} = 0,90$	
6	0,429	0,401	si		
7	0,677	0,703	fondo	fondo	
8	3.356	3.539	hormigonado	hormigonado	
9	0.152	0.157			

^{*a*}Obtenido a partir de la fórmula (10)

^bObtenido a partir del resultado ϕ_{max} , aplicando la fórmula (9)

Cuadro 17: Resultados teóricos y del método de elementos finitos. Unidades en $[m^4]$

A.4. Conclusión

En una primera fase los modelos 3D de elementos finitos se les ha validado con resultados analíticos. Posteriormente se ha reproducido el efecto de la discontinuidad de las prelosas, observándose una cierta disminución del módulo de torsión, que se ha cuantificado aproximadamente en un 11%.