



Grupo de Mecánica Computacional

Universidad Politécnica de Madrid

**Análisis dinámico de
estructuras sometidas a
acciones de trenes de alta
velocidad**

Informe técnico

Entidad Financiadora: Ministerio de Fomento
Programa: Acciones Estratégicas del Área de Construcción Civil
y Conservación del Patrimonio Histórico Cultural
Plan Nacional de Investigación Científica, Desarrollo e Innovación
Tecnológica 2002-2003

Francisco Javier Riquelme Cepeda
Felipe Gabaldón Castillo

Madrid, Noviembre de 2005

Análisis dinámico de estructuras
sometidas a acciones de trenes
de alta velocidad

Trabajo de investigación
Universidad Politécnica de Madrid

Madrid, Septiembre de 2005

La composición del texto ha sido realizada usando (L^A)T_EX
y aplicaciones GNU/Linux

Francisco Javier Riquelme Cepeda
Ingeniero Civil Estructural

Felipe Gabaldón Castillo
Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
Grupo de Mecánica Computacional

Universidad Politécnica de Madrid
Profesor Aranguren s/n
Madrid 28040

Página web: <http://w3.mecanica.upm.es/~felipe/av/av.html>

Resumen

En este trabajo se ha hecho una revisión de las principales metodologías de análisis dinámico de estructuras sometidas a acciones de trenes de alta velocidad. Para modelizar las acciones de los trenes se han considerado modelos de cargas móviles puntuales y modelos que consideran la interacción vehículo–estructura.

Todos los modelos analizados en este trabajo se han implementado en el programa de elementos finitos IRIS, validándolos con ejemplo académicos de la literatura. Para integrar las ecuaciones del movimiento con modelos que no consideran la interacción, se ha utilizado la integración en el tiempo de los modos de oscilación. En los modelos con interacción las ecuaciones de la estructura se han integrado con esquemas basados tanto en la integración modal, como en la integración de todos los grados de libertad mediante el método de Newmark. Para el movimiento del vehículo se ha integrado el sistema completo de ecuaciones mediante el método de Newmark.

Los modelos implementados se han aplicado para analizar la respuesta dinámica de diversas estructuras, analizando con detalle la influencia en la misma de diversos factores: aparición de fenómenos resonantes y su relación con la interacción viaducto-vehículo, metodología de modelización de vehículo, tratamiento de las masas del vehículo, masa rotacional de la estructura, etc.

Se ha revisado los aspectos de la normativa vigente en España relativa a los puentes para trenes de alta velocidad, y se ha mostrado la aplicabilidad que tienen los modelos de cálculo desarrollados en este trabajo para verificar los requisitos establecidos en dicha normativa.

Para finalizar el trabajo se muestran dos ejemplos de aplicación correspondientes a estructuras reales para trenes de alta velocidad cuya tipología es singular. En estos análisis se utilizan, entre otras, las acciones correspondientes al tren AVE S103. Las acciones y modelos de interacción de este tren se han definido a partir de los planos y datos que, en el marco de este trabajo de investigación, han sido proporcionados por TALGO.

El último capítulo se dedica a las conclusiones del trabajo y a las líneas de investigación propuestas.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Estado del Arte	2
1.3. Objetivos	3
1.4. Contenido	3
2. Modelos de interacción vehículo-estructura	5
2.1. Modelización del viaducto	5
2.1.1. Modelos analíticos	5
2.1.2. Modelos numéricos	6
2.1.3. Ecuaciones dinámicas del viaducto	7
2.1.4. Análisis modal	8
2.2. Modelización del tren	10
2.2.1. Modelos de cargas puntuales	10
2.2.2. Modelos con interacción	10
2.2.3. Ecuaciones dinámicas del vehículo	14
2.3. Modelos de las irregularidades del carril	15
2.4. Metodologías de solución	16
2.4.1. Modelos de un eje que transita sobre una viga isostática	16
2.4.2. Ecuaciones del viaducto y del vehículo	17
2.4.3. Métodos de solución en problemas sin interacción	19
2.4.4. Métodos directos en problemas con interacción	21
2.4.5. Análisis modal del viaducto en problemas con interacción	25
2.4.6. Análisis modal del sistema vehículo-estructura en pro- blemas con interacción	31
2.4.7. Análisis de la interacción, desacoplando el viaducto y el vehículo en problemas con interacción	33
3. Análisis de la respuesta dinámica	37
3.1. Importancia de la interacción entre estructura y vehículo	37
3.2. Resonancia en viaductos	39

3.2.1.	Modelización del vehículo	40
3.2.2.	Efecto de la masa del vehículo en las frecuencias de la estructura	44
3.2.3.	Efecto del amortiguamiento en la respuesta	44
3.2.4.	Efecto de la masa rotacional	46
3.2.5.	Resonancia en torsión	47
4.	Normativa vigente en España	51
4.1.	Criterios a verificar del Estado Límite de Servicio (ELS) . . .	51
4.1.1.	Aceleración vertical del tablero	52
4.1.2.	Alabeo del tablero	52
4.1.3.	Giro del tablero en sus extremos (en vías con balasto) .	54
4.2.	Coefficiente de Impacto	55
4.3.	Métodos de cálculo disponibles para estructuras isostáticas . .	56
4.3.1.	Cálculo simplificado mediante la impronta dinámica del tren	56
4.3.2.	Integración directa en el tiempo con modelos de cargas móviles	59
4.3.3.	Integración directa en el tiempo con interacción vehículo-estructura	60
4.3.4.	Comparación entre los métodos simplificados y de integración en el tiempo de la norma	60
5.	Simulaciones	63
5.1.	Análisis de un viaducto arco	63
5.1.1.	Descripción del modelo de viaducto	63
5.1.2.	Metodología de análisis	64
5.1.3.	Modos y frecuencias	64
5.1.4.	Envoltentes con y sin interacción	64
5.2.	Análisis de un viaducto de tipo bow-string	65
5.2.1.	Descripción del modelo de viaducto	65
5.2.2.	Metodología de análisis	68
5.2.3.	Modos y frecuencias	68
5.2.4.	Detección de fenómenos de resonancia	69
5.2.5.	Envoltentes para modelos de trenes con y sin interacción	70
6.	Conclusiones	73
6.1.	Resumen	73
6.2.	Conclusiones	74
6.3.	Líneas futuras de investigación	75

Índice general	III
----------------	-----

A. Definición del tren AVE S103	77
--	-----------

B. Utilidad para cálculo de vigas	81
--	-----------

Nomenclatura

A	Área de la sección transversal de la viga
a_{max}	Aceleración máxima
\mathbf{C}^b	Matriz de amortiguamiento del viaducto
\mathbf{C}^e	Matriz de amortiguamiento elemental
\mathbf{C}^v	Matriz de amortiguamiento del vehículo
c	Coefficiente de amortiguamiento viscoso
E	Módulo de elasticidad
\mathbf{e}	Vector de irregularidades del carril
\mathbf{f}^b	Vector de fuerzas del viaducto
\mathbf{f}^e	Vector de fuerzas elemental
\mathbf{f}^v	Vector de fuerzas del vehículo
f	fuerza vertical por unidad de longitud
f_0	Primera frecuencia no amortiguada a flexión vertical
g	Aceleración de gravedad
I	Inercia a flexión vertical
\mathbf{K}^b	Matriz de rigidez del viaducto
\mathbf{K}^e	Matriz de rigidez elemental
\mathbf{K}^v	Matriz de rigidez del vehículo
L	Longitud total del tablero del viaducto o de la viga
\mathbf{M}^b	Matriz de masas del viaducto
\mathbf{M}^e	Matriz de masas elemental
\mathbf{M}^{rot}	Matriz de masas rotacional
\mathbf{M}^{tra}	Matriz de masas traslacional
\mathbf{M}^v	Matriz de masas del vehículo
M	Número de grados de libertad del vehículo menos los de contacto
M_i	i-ésima masa modal
m_b	Masa por unidad de longitud
N	Número de modos de vibrar
N^e	Número de elementos
N_i	i-ésima función de forma
$N_{i,x}$	Derivada respecto a x de la i-ésima función de forma
t	Tiempo
\mathbf{u}	Vector de desplazamientos nodales
$\ddot{\mathbf{u}}$	Vector de aceleraciones nodales
v	Velocidad del vehículo
w	Deflexión vertical de una viga
\mathbf{X}	Posición de un punto
\mathbf{x}^b	Vector de grados de libertad del viaducto
x_b	Desplazamiento vertical en el centro de una viga isostática
x	Coordenada del punto \mathbf{X} sobre el cual avanza el vehículo
λ_k	Espaciamiento característico de las cargas de un tren
ϕ_i	i-ésimo modo de vibrar
ρ	Densidad
ω_0	Primera frecuencia circular no amortiguada
ω_i	i-ésima frecuencia circular
$\mathbf{0}_{P \times Q}$	Matriz de ceros de orden $P \times Q$
$\mathbf{0}_P$	Vector de ceros de orden P

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

La construcción de nuevas infraestructuras de transporte constituye una de las principales inversiones de los últimos años en numerosos países europeos. En España la mayor parte de estas inversiones se ha dedicado a la proyección y construcción de nuevas líneas de ferrocarril de alta velocidad, ya que éstas se consideran una alternativa competitiva frente a otros modos de transporte para distancias medias.

Toda esta actividad ha conllevado un aumento del interés por los aspectos ingenieriles relacionados con el diseño de estructuras para los trenes de alta velocidad. Entre estos cabe destacar los efectos dinámicos asociados a las cargas móviles del tren, ya que, para velocidades superiores a 200 km/h y distancias características entre los ejes del tren de 13 a 25 m, pueden aparecer efectos resonantes que superen los requisitos estructurales de Estado Límite Último y Estado Límite de Servicio.

En la normativa Española se han recogido las recomendaciones producto de estudios en que se considera a los trenes como un conjunto de fuerzas constantes, bajo la premisa de que los efectos de estos se pueden considerar envolventes de los modelos que consideran al tren como una estructura formada por masas que vibran, sin embargo, existe evidencia de que esto no siempre es así, por lo que resulta interesante disponer de herramientas de cálculo eficientes que permitan usar modelos más sofisticados, obteniendo con esto resultados más fidedignos. Estos modelos también pueden ser utilizados para estudiar variables de confort del viaje, como las aceleraciones en el vagón, que afectarán a los pasajeros.

1.2. Estado del Arte

Hasta hace poco el estudio del paso de trenes sobre estructuras se había centrado en la modelización del tren como un conjunto de fuerzas móviles de magnitud constante. Este enfoque se ve reflejado en las normas, por ejemplo (MFOM, 2003; CEN, 2003), en algunos estudios, como los de (D214, 1999; Domínguez, 2001) o en libros como (Frýba, 1996). De estos estudios han surgido métodos que pretenden simplificar el cálculo de envolventes como es el caso del DER (Descomposición de la Excitación en la Resonancia), LIR (Línea de Influencia Residual) e IDP (Impronta Dinámica Proporcional), que son métodos para estructuras isostáticas caracterizados por no necesitar de una integración en el tiempo, obteniendo envolventes para barridos de velocidades.

Se ha mostrado que en ciertos casos la respuesta obtenida con modelos de cargas puntuales sobre vigas isostáticas es envolvente de la obtenida con modelos que incluyan la interacción entre el vehículo y la estructura (Goicolea et al., 2002), aunque existe evidencia (Gabaldón et al., 2005) de que esto no siempre es así.

En la literatura se pueden encontrar diversos enfoques para tratar la interacción estructura-vehículo, desde modelos simples (Dahlberg, 1984; Yang y Yau, 1997), en los que se trata a los trenes como un conjunto de masas independientes, hasta modelos sofisticados (Song et al., 2003; Xu et al., 2003; Xia et al., 2003; Xia y Zhang, 2005; Lou y Zeng, 2005), en los que se modela al vehículo de forma más realista. En ellos se resuelve el problema de la interacción usando métodos directos (Ju y Lin, 2003a), análisis modal del viaducto (Domínguez, 2001), análisis modal de todos los grados de libertad correspondientes a los nodos de la estructura y del vehículo (Tanabe y Yamada, 1987) o se resuelve la interacción mediante el equilibrio de dos cuerpos separados (Henchi et al., 1998; Bártolo, 2001; Ferreira, 2004).

Gran parte de los estudios está enfocado a la aparición de fenómenos resonantes (Yau, 2001; Ju y Lin, 2003b), que es un fenómeno que puede ocurrir en viaductos para trenes de alta velocidad y, que en el caso de viaductos cortos, la amplificación puede ser especialmente relevante (Museros et al., 2002). Existen también investigaciones sobre la influencia de las irregularidades del carril sobre la respuesta de la estructura (Frýba, 2001; Lou, 2005) y análisis de confort (Wu y Yang, 2003).

1.3. Objetivos

El objetivo del trabajo es el análisis de la respuesta de estructuras sometidas a las acciones de trenes de alta velocidad. Las cargas del tren se representan con modelos de cargas puntuales y con modelos más detallados para considerar la interacción vehículo-estructura. En estos últimos el tren se representa mediante un conjunto de masas, muelles y amortiguadores, considerando el movimiento del tren relativo a la estructura. Ésta se modela mediante el método de los elementos finitos.

Para analizar en detalle la importancia del efecto de interacción vehículo-estructura se han planteado los siguientes objetivos parciales:

1. La recopilación bibliográfica de los principales métodos de análisis de la interacción.
2. La implementación computacional de los métodos que presenten ventajas en cuanto a eficiencia de cálculo, sencillez de programación y otros factores como flexibilidad en la elección de modelos de trenes más o menos complejos y viaductos o análisis de frecuencias.
3. El análisis de los factores que influyen en la respuesta dinámica y valoración de su importancia: la interacción, modelización del tren, las masas del vehículo, el amortiguamiento, la masa rotacional.

Finalmente, se presentan dos tipos de aplicaciones de los modelos descritos en el trabajo:

1. Se revisa la normativa vigente en España (borrador de la IAPF), haciendo hincapié en la aplicación de los modelos de cálculo desarrollados para verificar los distintos requisitos de análisis dinámico de la Instrucción.
2. Se presentan análisis dinámicos de dos estructuras reales con tipología singular: un puente arco en 2D y un puente bow-string en 3D.

1.4. Contenido

Este trabajo se ha estructurado en cinco capítulos.

El primero de ellos es introductorio y da las motivaciones que han inspirado este tema, así como hace una pequeña revisión del estado del arte y presenta los objetivos y contenidos de la investigación.

En el segundo capítulo se hace una revisión detallada de las principales metodologías de análisis del fenómeno de la interacción entre el viaducto

y el tren. Para ello se estudian algunos modelos de vehículos, así como los principales aspectos de la modelización del viaducto.

En el tercero se estudian algunos de los factores que influyen en la respuesta dinámica de la estructura, incluyendo factores concernientes tanto al viaducto como al vehículo.

El segundo y tercer capítulo constituyen la médula de esta investigación, puesto que en ellos están contenidos las herramientas y criterios en los cuales se basarán los estudios realizados y las conclusiones obtenidas.

En el cuarto capítulo se da una referencia de los parámetros que pide controlar la norma española y los relaciona con los resultados que se pueden obtener mediante los métodos descritos en el capítulo segundo.

En el quinto y último capítulo se hace una aplicación de los modelos de cálculo al análisis de dos viaductos reales correspondientes a estructuras singulares. En estos análisis se obtienen resultados de interés para el diseño y se comparan los resultados obtenidos empleando las distintas metodologías descritas en este trabajo.

Capítulo 2

Modelos de interacción vehículo-estructura

En este capítulo se hace una revisión de los principales aspectos del modelización de viaductos y trenes. Se exponen los principales métodos de análisis encontrados en la literatura. Todos los métodos descritos se implementan en el ordenador y se validan comparando los resultados obtenidos con soluciones analíticas y de la literatura.

2.1. Modelización del viaducto

2.1.1. Modelos analíticos

Existen algunos casos sencillos como el de las vigas isostáticas, en los que es posible modelar el viaducto de forma analítica mediante vigas de Euler-Bernoulli. La ecuación gobernante es (Clough y Penzien, 1993; Frýba, 1996; Domínguez, 2001):

$$m_b(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + c(x) \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right] = f(x, t), \quad (2.1)$$

en donde E es el módulo de elasticidad de la viga, I es la inercia a flexión, m_b es la masa por unidad de longitud, c es el coeficiente de amortiguamiento viscoso y, $w(x, t)$ y $f(x, t)$ son la deflexión y la fuerza por unidad de longitud en el punto x y en el instante t , respectivamente.

Para el caso de una viga isostática, en que EI y m_b son constantes, se pueden encontrar analíticamente cada uno de los i -ésimos modos de vibrar ϕ_i y sus respectivas frecuencias circulares ω_i y masas modales M_i (Frýba, 1996):

$$\phi_i(x) = \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right), \quad (2.2)$$

$$M_i = m_b \int_L \phi_i^2(x) dx, \quad (2.3)$$

$$\omega_i = i^2 \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{m_b L^4}}. \quad (2.4)$$

En este caso es posible encontrar la solución analítica del problema (2.1). En el caso general, de una viga continua de múltiples vanos, no se conoce la forma analítica de los modos, ni la solución exacta.

2.1.2. Modelos numéricos

En modelos de viaductos cuya geometría sea más compleja que la de una viga biapoyada, se deberá recurrir a técnicas de discretización espacial que permitan obtener soluciones aproximadas.

En general, un modelo numérico del viaducto consiste en la semidiscretización de éste mediante puntos o subdominios, en los que se interpolarán las incógnitas, obteniéndose sistemas de ecuaciones locales que deberán ser ensamblados para obtener un sistema de ecuaciones global con todas las incógnitas del problema. Tal es el caso del método de los elementos finitos (Oñate, 1995; Bathe, 1996; Hughes, 2000; Zienkiewicz y Taylor, 2000) que será usado en este trabajo para modelar problemas que no se puedan resolver de forma analítica, usando para ello elementos de viga de Euler-Bernoulli de dos nodos y funciones de forma Hermíticas.

A estos sistemas de ecuaciones se les puede hacer un análisis modal (Bathe, 1996) con tantos modos como grados de libertad tenga el modelo, aunque se suele escoger un número de modos que sea mucho menor que el número total de grados de libertad del problema.

Masa rotacional en el modelo de viga de Euler-Bernoulli

A partir de la formulación débil del problema dinámico de la viga de Euler-Bernoulli (Hughes, 2000), el término inercial de una viga con densidad ρ constante en dicha forma débil es:

$$\rho \int_L \delta \mathbf{u} \cdot \ddot{\mathbf{u}} dx. \quad (2.5)$$

Los desplazamientos \mathbf{u} y aceleraciones $\ddot{\mathbf{u}}$ serán aproximados de la forma habitual en elementos finitos mediante funciones de forma N_i , obteniéndose la siguiente expresión para la matriz de masas:

$$\mathbf{M}_{ij} = \underbrace{\rho A \int_L N_i N_j dx}_{\mathbf{M}_{ij}^{tra}} + \underbrace{\rho I \int_L N_{i,x} N_{j,x} dx}_{\mathbf{M}_{ij}^{rot}}, \quad (2.6)$$

en la que se ha supuesto que la inercia I y el área A son constantes a lo largo de la viga. Usando funciones de forma hermíticas cúbicas, la expresión de la matriz de masa rotacional de una viga con movimientos en un plano será:

$$\mathbf{M}^{rot} = \rho I \begin{pmatrix} \frac{6}{5L} & -\frac{1}{2L} & -\frac{6}{5L} & \frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & \frac{1}{15} & \frac{1}{10} & \frac{30}{L} \\ -\frac{6}{5L} & \frac{1}{2L} & \frac{6}{5L} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & -\frac{30}{L} & -\frac{1}{10} & \frac{1}{15} \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

El primer y segundo grado de libertad corresponden al desplazamiento perpendicular al eje de la viga y al giro en el primer nodo, respectivamente, y el tercer y cuarto grado de libertad son los homólogos en el segundo nodo.

De esta forma, los términos de la matriz de masas \mathbf{M}_{ij} quedan compuestos por los términos convencionales provenientes de la matriz de masa traslacional \mathbf{M}^{tra} y los términos que se desprecian en algunos trabajos, correspondientes a la matriz de masa rotacional \mathbf{M}^{rot} .

Cabe destacar que, al incluir más masa en estos modelos de viga, los períodos de las estructuras analizadas serán más largos. Los términos de masa rotacional cobran mayor importancia en vigas cortas mientras que la de la masa traslacional disminuye ([Gabaldón et al., 2005](#)), hecho que se muestra en la figura 2.1, en la que se ha calculado la norma de las matrices de masas rotacional y traslacional usando $A = 1$, $I = 1$ y $\rho = 1$. La norma usada corresponde a la norma 2 de matrices, definida como el mayor valor propio de la matriz ($\|\cdot\| = \max\{\lambda_k\}$).

2.1.3. Ecuaciones dinámicas del viaducto

Con independencia del modelo utilizado, las ecuaciones de equilibrio de la estructura se pueden expresar de la siguiente manera:

$$\mathbf{M}^{\mathbf{b}} \ddot{\mathbf{x}}^{\mathbf{b}} + \mathbf{C}^{\mathbf{b}} \dot{\mathbf{x}}^{\mathbf{b}} + \mathbf{K}^{\mathbf{b}} \mathbf{x}^{\mathbf{b}} = \mathbf{f}^{\mathbf{b}}, \quad (2.8)$$

en donde el superíndice \mathbf{b} indica la relación con el viaducto (bridge en inglés).

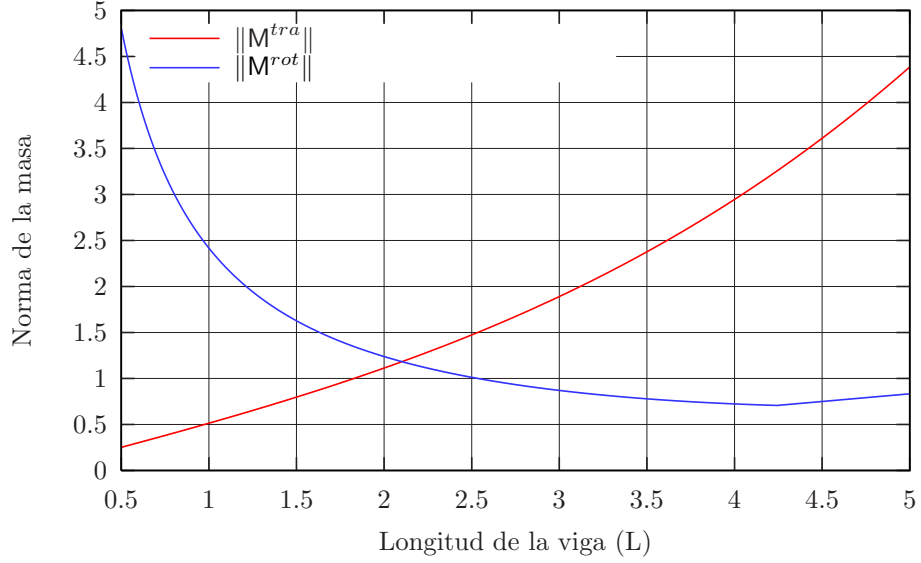


Figura 2.1: Comparación entre las normas de la matriz de masas rotacional y traslacional en una viga de Euler-Bernoulli a medida que varía la longitud de la viga L .

2.1.4. Análisis modal

Con objeto de introducir la notación utilizada a lo largo de este trabajo y poner en contexto la metodología empleada se describe a continuación el problema de autovalores asociado al sistema de ecuaciones (2.8).

Las ecuaciones de equilibrio del viaducto no amortiguado y sin fuerzas externas tienen la forma indicada a continuación:

$$\mathbf{M}^b \ddot{\mathbf{x}}^b + \mathbf{K}^b \mathbf{x}^b = \mathbf{0}. \quad (2.9)$$

Se puede asumir que la solución de este problema tendrá la forma: (Chopra, 1995):

$$\mathbf{x}^b(t) = \sum_{j=1}^N q_j(t) \boldsymbol{\phi}_j^b, \quad (2.10)$$

donde el vector $\boldsymbol{\phi}_j^b$ no cambia en el tiempo y el escalar $q_j(t)$ tendrá la siguiente forma:

$$q_j(t) = A_j \cos(\omega_j t) + B_j \sin(\omega_j t). \quad (2.11)$$

Reemplazando las expresiones (2.10) y (2.11) en la ecuación (2.9) se obtiene la siguiente relación para cada modo:

$$(-\omega_j^2 \mathbf{M}^b \phi_j^b + \mathbf{K}^b \phi_j^b) q_j(t) = \mathbf{0}. \quad (2.12)$$

Dado que en general $q_j(t) \neq 0$, se debe verificar:

$$(\mathbf{K}^b - \omega_j^2 \mathbf{M}^b) \phi_j^b = \mathbf{0}. \quad (2.13)$$

Para que la ecuación (2.13) tenga soluciones distintas de la trivial ($\phi_j^b = \mathbf{0}$) el determinante de la matriz de coeficientes debe ser nulo:

$$|\mathbf{K}^b - \omega_j^2 \mathbf{M}^b| = 0. \quad (2.14)$$

La ecuación (2.14) se conoce como ecuación característica y tiene N raíces reales y positivas para ω_j^2 debido a que \mathbf{M}^b y \mathbf{K}^b son matrices estructurales simétricas y \mathbf{M}^b es definida positiva y \mathbf{K}^b semidefinida positiva. Para cada valor de ω_j^2 habrá asociado un autovector o modo de vibrar ϕ_j^b .

Se puede demostrar que los modos son ortogonales (Chopra, 1995), con lo que si se reemplaza (2.10) en (2.9) y se premultiplica cada término de las sumatorias por ϕ_j^b se obtendrá un sistema de ecuaciones desacopladas de la forma:

$$\phi_j^{bT} \mathbf{M}^b \phi_j^b \ddot{q}_j(t) + \phi_j^{bT} \mathbf{K}^b \phi_j^b q_j(t) = \phi_j^{bT} \mathbf{f}^b, \quad (2.15)$$

en que $M_j = \phi_j^{bT} \mathbf{M}^b \phi_j^b$ es la masa modal, $K_j = \phi_j^{bT} \mathbf{K}^b \phi_j^b$ es la rigidez modal y $f_j = \phi_j^{bT} \mathbf{f}^b$ es la fuerza modal del j -ésimo modo. Si se normalizan los autovectores respecto a la matriz de masas, y se incluye amortiguamiento de forma similar que en un problema de un grado de libertad, el sistema de ecuaciones (2.8) se puede reescribir como el sistema de ecuaciones desacopladas siguiente (Chopra, 1995):

$$\ddot{q}_j(t) + 2\xi_j \omega_j \dot{q}_j(t) + \omega_j^2 q_j(t) = f_j, \quad j = 1 \dots N. \quad (2.16)$$

La importancia de este tipo de análisis es que permite reducir el número de incógnitas desde N hasta un número, normalmente, mucho menor, disminuyendo así los costos de cálculo.

2.2. Modelización del tren

2.2.1. Modelos de cargas puntuales

Estos modelos de trenes consideran la acción del vehículo sobre la estructura como un conjunto de fuerzas de magnitud constante que pasan sobre el viaducto, cada una en la posición de cada eje del tren. Estos modelos no tienen en cuenta a las fuerzas de inercia del vehículo ni los desplazamientos relativos entre el tablero y los vagones, por lo que no se podrá estudiar con detalle posibles efectos de resonancia entre el viaducto y el tren, ni variables de servicio como las aceleraciones en los vagones.

2.2.2. Modelos con interacción

En estos modelos se tiene en cuenta la masa del vehículo y sus fuerzas de inercia. A continuación se describen los principales modelos de interacción que serán utilizados en esta investigación.

Elemento de interacción simplificada

Este modelo considera que el tren es un conjunto de ejes independientes consistentes en sistemas masas-suspensión (ver figura 2.2), cada uno en la posición de una rueda.

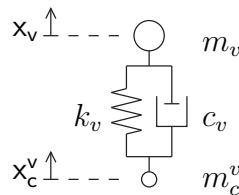


Figura 2.2: Elemento de interacción simplificada.

En la figura 2.2, x_v es el desplazamiento vertical absoluto de la masa suspendida, x_c^v es el desplazamiento vertical absoluto de la masa no suspendida, k_v y c_v son la rigidez y amortiguamiento equivalentes de un eje del tren, al que corresponde una masa m_c^v proveniente de las ruedas y el bogie y una masa m_v proveniente del vagón. A las masas m_c^v que están en contacto directo con el viaducto se les suele llamar masas no suspendidas y a las masas que descansan sobre el sistema de amortiguadores y muelles se les suele llamar masas suspendidas.

Las ecuaciones de equilibrio de este modelo son las siguientes:

$$\begin{aligned} m_v \ddot{x}_v + c_v (\dot{x}_v - \dot{x}_c^v) + k_v (x_v - x_c^v) &= 0, \\ m_c^v \ddot{x}_c^v - c_v (\dot{x}_v - \dot{x}_c^v) - k_v (x_v - x_c^v) &= 0. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Las ecuaciones (2.17) se pueden organizar en las siguientes matrices y vectores:

$$\mathbf{M}^v = \begin{pmatrix} m_v & 0 \\ 0 & m_c^v \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}^v = \begin{pmatrix} c_v & -c_v \\ -c_v & c_v \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K}^v = \begin{pmatrix} k_v & -k_v \\ -k_v & k_v \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

$$\mathbf{x}^v = \begin{Bmatrix} x_v \\ x_c^v \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{f}^v = \mathbf{0}_2. \quad (2.19)$$

Elemento vagón

En estos modelos se tiene en cuenta que los ejes interactúan entre sí mediante un bogie y un vagón o únicamente mediante un vagón, el cual se considera como una estructura rígida, caracterizada por su masa m_v e inercia I_v .

El primer modelo corresponde a un vagón que interactúa directamente con las masas de las ruedas mediante un único sistema de suspensión (Ver figura 2.3). Aunque este modelo logra que interactúen distintos ejes entre sí, no modela adecuadamente las masas suspendidas de los bogies.

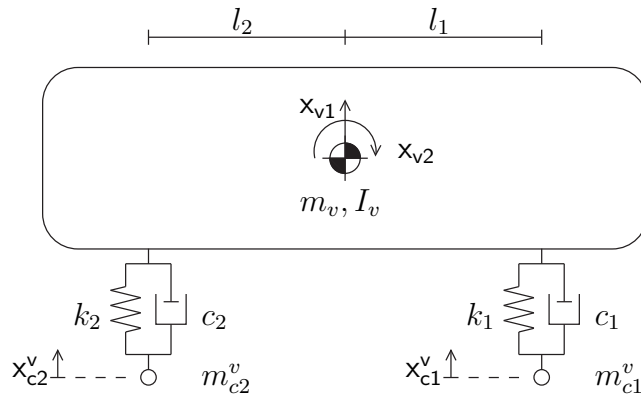


Figura 2.3: Elemento vagón tipo 1.

En la figura 2.3, x_{v1} es el desplazamiento vertical absoluto del centro de masas del vagón, x_{v2} es el giro del centro de masas del vagón y x_{c1}^v y x_{c2}^v son los desplazamientos verticales absolutos de las masas no suspendidas de cada uno

de los sistemas de suspensión. Cada eje i está distanciados horizontalmente l_i del centro de masas y consta de un muelle de rigidez k_i y un amortiguador de parámetro c_i .

Las ecuaciones de equilibrio de este modelo son las siguientes:

$$\begin{aligned}
& m_v \ddot{x}_{v1} + c_1(\dot{x}_{v1} - l_1 \dot{x}_{v2} - \dot{x}_{c1}^v) + c_2(\dot{x}_{v1} + l_2 \dot{x}_{v2} - \dot{x}_{c2}^v) \\
& \quad + k_1(x_{v1} - l_1 x_{v2} - x_{c1}^v) + k_2(x_{v1} + l_2 x_{v2} - x_{c2}^v) = 0, \\
& I_v \ddot{x}_{v2} - c_1 l_1 (\dot{x}_{v1} - l_1 \dot{x}_{v2} - \dot{x}_{c1}^v) + c_2 l_2 (\dot{x}_{v1} + l_2 \dot{x}_{v2} - \dot{x}_{c2}^v) \\
& \quad - k_1 l_1 (x_{v1} - l_1 x_{v2} - x_{c1}^v) + k_2 l_2 (x_{v1} + l_2 x_{v2} - x_{c2}^v) = 0, \\
& \quad m_{c1}^v \ddot{x}_{c1}^v - c_1 (\dot{x}_{v1} - l_1 \dot{x}_{v2} - \dot{x}_{c1}^v) \\
& \quad \quad - k_1 (x_{v1} - l_1 x_{v2} - x_{c1}^v) = 0, \\
& \quad m_{c2}^v \ddot{x}_{c2}^v - c_2 (\dot{x}_{v1} + l_2 \dot{x}_{v2} - \dot{x}_{c2}^v) \\
& \quad \quad - k_2 (x_{v1} + l_2 x_{v2} - x_{c2}^v) = 0.
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Las ecuaciones anteriores se pueden organizar en matrices y vectores de la siguiente forma:

$$\mathbf{M}^v = \begin{pmatrix} m_v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{c1}^v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{c2}^v \end{pmatrix}, \tag{2.21}$$

$$\mathbf{C}^v = \begin{pmatrix} c_1 + c_2 & -c_1 l_1 + c_2 l_2 & -c_1 & -c_2 \\ -c_1 l_1 + c_2 l_2 & c_1 l_1^2 + c_2 l_2^2 & c_1 l_1 & -c_2 l_2 \\ -c_1 & c_1 l_1 & c_1 & 0 \\ -c_2 & -c_2 l_2 & 0 & c_2 \end{pmatrix}, \tag{2.22}$$

$$\mathbf{K}^v = \begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_1 l_1 + k_2 l_2 & -k_1 & -k_2 \\ -k_1 l_1 + k_2 l_2 & k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2 & k_1 l_1 & -k_2 l_2 \\ -k_1 & k_1 l_1 & k_1 & 0 \\ -k_2 & -k_2 l_2 & 0 & k_2 \end{pmatrix}, \tag{2.23}$$

$$\mathbf{x}^v = \begin{Bmatrix} x_{v1} \\ x_{v2} \\ x_{c1}^v \\ x_{c2}^v \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{f}^v = \mathbf{0}_4. \tag{2.24}$$

El segundo tipo de elemento de vagón modela con mayor detalle cada uno de los bogies, de modo que se tendrá en cuenta que la masa total de éste corresponde a una parte que va directamente sobre los rieles y otra que va suspendida, además tiene en cuenta las características de la suspensión primaria y la secundaria de cada bogie (Ver figura 2.4).

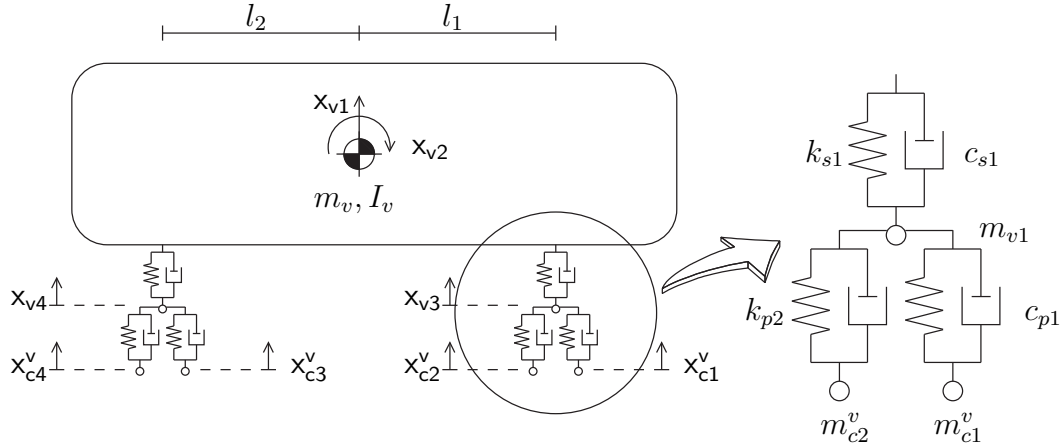


Figura 2.4: Elemento vagón tipo 2.

En la figura 2.4, x_{v1} y x_{v2} son el desplazamiento vertical y giro del centro de masas del vagón respectivamente, x_{v3} y x_{v4} son los desplazamientos verticales de las masas suspendidas de cada uno de los sistemas de suspensión y, x_{c1}^v , x_{c2}^v , x_{c3}^v y x_{c4}^v son los desplazamientos verticales de cada una de las masas no suspendidas de los sistemas de suspensión.

Las ecuaciones de equilibrio de este modelo son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 & m_v \ddot{x}_{v1} + c_{s1}(\dot{x}_{v1} - l_1 \dot{x}_{v2} - \dot{x}_{v3}) + c_{s2}(\dot{x}_{v1} + l_2 \dot{x}_{v2} - \dot{x}_{v4}) \\
 & \quad + k_{s1}(x_{v1} - l_1 x_{v2} - x_{v3}) + k_{s2}(x_{v1} + l_2 x_{v2} - x_{v4}) = 0, \\
 & I_v \ddot{x}_{v2} - c_{s1} l_1 (\dot{x}_{v1} - l_1 \dot{x}_{v2} - \dot{x}_{v3}) + c_{s2} l_2 (\dot{x}_{v1} + l_2 \dot{x}_{v2} - \dot{x}_{v4}) \\
 & \quad - k_{s1} l_1 (x_{v1} - l_1 x_{v2} - x_{v3}) + k_{s2} l_2 (x_{v1} + l_2 x_{v2} - x_{v4}) = 0, \\
 & m_{v1} \ddot{x}_{v3} - c_{s1}(\dot{x}_{v1} - l_1 \dot{x}_{v2} - \dot{x}_{v3}) - k_{s1}(x_{v1} - l_1 x_{v2} - x_{v3}) \\
 & + c_{p1}(\dot{x}_{v3} - \dot{x}_{c1}^v) + c_{p2}(\dot{x}_{v3} - \dot{x}_{c2}^v) + k_{p1}(x_{v3} - x_{c1}^v) + k_{p2}(x_{v3} - x_{c2}^v) = 0, \\
 & m_{v2} \ddot{x}_{v4} + c_{s2}(\dot{x}_{v4} - l_2 \dot{x}_{v2} - \dot{x}_{v1}) + k_{s2}(x_{v4} - l_2 x_{v2} - x_{v1}) \\
 & + c_{p3}(\dot{x}_{v4} - \dot{x}_{c3}^v) + c_{p4}(\dot{x}_{v4} - \dot{x}_{c4}^v) + k_{p3}(x_{v4} - x_{c3}^v) + k_{p4}(x_{v4} - x_{c4}^v) = 0, \\
 & m_{c1}^v \ddot{x}_{c1}^v + c_{p1}(\dot{x}_{c1}^v - \dot{x}_{v3}) + k_{p1}(x_{c1}^v - x_{v3}) = 0, \\
 & m_{c2}^v \ddot{x}_{c2}^v + c_{p2}(\dot{x}_{c2}^v - \dot{x}_{v3}) + k_{p2}(x_{c2}^v - x_{v3}) = 0, \\
 & m_{c3}^v \ddot{x}_{c3}^v + c_{p3}(\dot{x}_{c3}^v - \dot{x}_{v4}) + k_{p3}(x_{c3}^v - x_{v4}) = 0, \\
 & m_{c4}^v \ddot{x}_{c4}^v + c_{p4}(\dot{x}_{c4}^v - \dot{x}_{v4}) + k_{p4}(x_{c4}^v - x_{v4}) = 0.
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

Las ecuaciones anteriores se pueden organizar en matrices y vectores de

la siguiente forma:

$$\mathbf{M}^v = \begin{pmatrix} m_v & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_v & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{v1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{v2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{c1}^v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{c2}^v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{c3}^v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{c4}^v \end{pmatrix}, \quad (2.26)$$

$$\mathbf{C}^v = \begin{pmatrix} c_{s1} + c_{s2} & -c_{s1}l_1 + c_{s2}l_2 & -c_{s1} & -c_{s2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_{s1}l_1 + c_{s2}l_2 & c_{s1}l_1^2 + c_{s2}l_2^2 & c_{s1}l_1 & -c_{s2}l_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_{s1} & c_{s1}l_1 & c_{s1} + c_{p1} & 0 & -c_{p1} & -c_{p2} & 0 & 0 \\ -c_{s2} & -c_{s2}l_2 & 0 & c_{s2} + c_{p3} & 0 & 0 & -c_{p3} & -c_{p4} \\ 0 & 0 & -c_{p1} & 0 & c_{p1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_{p2} & 0 & 0 & c_{p2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_{p3} & 0 & 0 & c_{p3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_{p4} & 0 & 0 & 0 & c_{p4} \end{pmatrix}, \quad (2.27)$$

$$\mathbf{K}^v = \begin{pmatrix} k_{s1} + k_{s2} & -k_{s1}l_1 + k_{s2}l_2 & -k_{s1} & -k_{s2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_{s1}l_1 + k_{s2}l_2 & k_{s1}l_1^2 + k_{s2}l_2^2 & k_{s1}l_1 & -k_{s2}l_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_{s1} & k_{s1}l_1 & k_{s1} + k_{p1} & 0 & -k_{p1} & -k_{p2} & 0 & 0 \\ -k_{s2} & -k_{s2}l_2 & 0 & k_{s2} + k_{p3} & 0 & 0 & -k_{p3} & -k_{p4} \\ 0 & 0 & -k_{p1} & 0 & k_{p1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_{p2} & 0 & 0 & k_{p2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_{p3} & 0 & 0 & k_{p3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_{p4} & 0 & 0 & 0 & k_{p4} \end{pmatrix}, \quad (2.28)$$

$$\mathbf{x}^v = \{x_{v1} \ x_{v2} \ x_{v3} \ x_{v4} \ x_{c1}^v \ x_{c2}^v \ x_{c3}^v \ x_{c4}^v\}^T, \quad \mathbf{f}^v = \mathbf{0}_8. \quad (2.29)$$

2.2.3. Ecuaciones dinámicas del vehículo

Con independencia del modelo de interacción utilizado, las ecuaciones de equilibrio de los distintos modelos de vehículos conducen a la siguiente expresión:

$$\mathbf{M}^v \ddot{\mathbf{x}}^v + \mathbf{C}^v \dot{\mathbf{x}}^v + \mathbf{K}^v \mathbf{x}^v = \mathbf{f}^v, \quad (2.30)$$

en donde el superíndice v indica la relación con el vehículo (vehicle en inglés).

2.3. Modelos de las irregularidades del carril

Las irregularidades del carril pueden tener distinta naturaleza, como imperfecciones de los materiales, manufacturación de rieles y juntas, irregularidades del terreno, etc.

Dentro de las irregularidades se puede distinguir entre las irregularidades periódicas, aleatorias y las aisladas, dependiendo de la forma en que se presenten en la vía o de la forma en que se desee modelarlas. Los modelos periódicos y aleatorios sirven para representar la forma de las irregularidades a lo largo del carril y, los aislados para representar irregularidades puntuales, producto, por ejemplo, de una junta entre rieles consecutivos.

Irregularidades periódicas Las irregularidades periódicas pueden ser descritas mediante curvas (r) correspondientes a series de Fourier:

$$r(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx), \quad (2.31)$$

en donde a_0 , a_n y b_n son parámetros que dependerán de la frecuencia y de la amplitud de las irregularidades. Estos modelos están descritos por diversos autores (Frýba, 1996; Yau et al., 1999; Lei y Noda, 2002; Sheng et al., 2004; Bowe y T.Mullarkey, 2005).

Irregularidades aleatorias Este tipo de irregularidades se suelen caracterizar mediante funciones de densidad de potencia G_{rr} , que son la transformación integral de Fourier de la función de correlación R_{rr} del perfil de irregularidades $r(x)$, que mide la correlación entre dos valores de un proceso estocástico distanciados τ entre ellos:

$$G_{rr}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{rr}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau. \quad (2.32)$$

Ya que la frecuencia circular para una velocidad del vehículo v es $\omega = 2\pi v/l = v\Omega$, siendo l la longitud de la irregularidad, se podrá escribir $G_{rr} = G_{rr}(\Omega)$. Esta función suele expresarse con fórmulas empíricas que dependen de la vía estudiada. En (Frýba, 1996) se dan ejemplos de algunas de ellas según diversos estudios.

Irregularidades aisladas Existen diversas formas de representar estas irregularidades, desde simples cambios en la cota de la vía:

$$r(x) = \begin{cases} B, & x = x_0, \\ 0, & x \neq x_0, \end{cases} \quad (2.33)$$

hasta curvas suaves (Fryba, 1996):

$$\begin{aligned} r(x) &= B e^{-k|x|}, \\ r(x) &= \frac{B k x}{(1 + 4k^2 x^2)^{\frac{1}{2}}}, \\ r(x) &= B \sin(\pi k x), \end{aligned} \quad (2.34)$$

en que B , x_0 y k son parámetros que caracterizan las irregularidades.

Las curvas darán un perfil de irregularidades dependiendo de la posición sobre el carril x , sin embargo, debido a que generalmente se trabaja con discretizaciones del tablero, será más cómodo trabajar con vectores de irregularidades que dependan del tiempo, para lo cual se usará el hecho de que la posición depende del tiempo: $x = x(t)$, de modo que se puede escribir que el vector de irregularidades del carril depende del tiempo: $\mathbf{e} = \mathbf{e}(x(t)) = \mathbf{e}(t)$. Este vector tiene un tamaño igual al número de grados de libertad de contacto entre el viaducto y el tren.

2.4. Metodologías de solución

Se expondrán las principales metodologías empleadas en el estudio del paso de un vehículo por una estructura. Se usará para ello una notación unificada, en la cual se hará referencia a subvectores o submatrices que estén relacionadas únicamente con el viaducto mediante el subíndice $(\cdot)_b$, a los únicamente relacionados con el vehículo mediante $(\cdot)_v$ y a los que estén relacionados con los grados de libertad en común mediante $(\cdot)_c$. Cuando sea necesario, en los grados de libertad de contacto, especificar alguna correspondencia con el viaducto o el vehículo se usarán los superíndices $(\cdot)^b$ y $(\cdot)^v$ respectivamente.

2.4.1. Modelos de un eje que transita sobre una viga isostática

Un caso sencillo que servirá para comparar y validar los métodos que más adelante se expongan es el de un único eje transitando sobre una viga isostática, tal como se muestra en la figura 2.5:

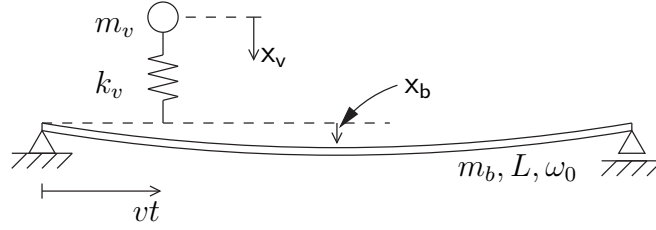


Figura 2.5: Vehículo transitando sobre una viga biapoyada.

En ella, el elemento de interacción simplificada consta de una masa suspendida m_v sobre un muelle de rigidez k_v transitando con una velocidad v sobre el viaducto, modelado como una viga de largo L , que tiene una masa por unidad de longitud m_b y frecuencia fundamental ω_0 . La variable x_b corresponde a la deflexión vertical en el centro de la viga y x_v corresponde al desplazamiento vertical de la masa suspendida del eje.

Cuando el eje se modele como una carga puntual, es decir, cuando no se considere la interacción del vehículo y la estructura, la ecuación gobernante será la siguiente:

$$\ddot{x}_b + \omega_0^2 x_b = -2 \frac{m_v g}{m_b L} \sin\left(\frac{\pi v t}{L}\right), \quad (2.35)$$

cuya solución estará dada por (Chopra, 1995):

$$x_b(t) = -2 \frac{m_v g}{m_b L} \frac{1}{(\omega_0^2 - (\pi v/L)^2)} \left(-\frac{\pi v}{\omega_0 L} \sin(\omega_0 t) + \sin\left(\frac{\pi v t}{L}\right) \right). \quad (2.36)$$

Cuando el eje se modele como un elemento de interacción simplificada (apartado 2.2.2) el sistema de ecuaciones que gobierne la solución será el siguiente:

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x}_b \\ \ddot{x}_v \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_0^2 + \frac{2k_v}{m_b L} \sin^2\left(\frac{\pi v t}{L}\right) & -\frac{2k_v}{m_b L} \sin\left(\frac{\pi v t}{L}\right) \\ -\frac{k_v}{m_v} \sin\left(\frac{\pi v t}{L}\right) & \frac{k_v}{m_v} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} x_b \\ x_v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2 \frac{m_v g}{m_b L} \sin\left(\frac{\pi v t}{L}\right) \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (2.37)$$

2.4.2. Ecuaciones del viaducto y del vehículo

En un problema general, en las ecuaciones del viaducto (2.8) se pueden distinguir los grados de libertad del viaducto que se comparten con los grados

de libertad del vehículo \mathbf{x}_c^b del resto de los grados de libertad \mathbf{x}_b :

$$\mathbf{x}^b = \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_b \\ \mathbf{x}_c^b \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{f}^b = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_b \\ \mathbf{f}_c^b \end{Bmatrix}, \quad (2.38)$$

con lo que las matrices del viaducto quedan subestructuradas de la siguiente forma:

$$\mathbf{M}^b = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{bb} & \mathbf{M}_{bc} \\ \mathbf{M}_{cb} & \mathbf{M}_{cc}^b \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}^b = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{bb} & \mathbf{C}_{bc} \\ \mathbf{C}_{cb} & \mathbf{C}_{cc}^b \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K}^b = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{bb} & \mathbf{K}_{bc} \\ \mathbf{K}_{cb} & \mathbf{K}_{cc}^b \end{pmatrix}. \quad (2.39)$$

Del mismo modo en las ecuaciones (2.30) es posible distinguir entre los grados de libertad del vehículo que estarán compartidos con los grados de libertad del viaducto \mathbf{x}_c^v y el resto de los grados de libertad \mathbf{x}_v de la siguiente manera:

$$\mathbf{x}^v = \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_v \\ \mathbf{x}_c^v \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{f}^v = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_v \\ \mathbf{f}_c^v \end{Bmatrix}, \quad (2.40)$$

con lo que las matrices quedarán subestructuradas de la siguiente forma:

$$\mathbf{M}^v = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{vv} & \mathbf{M}_{vc} \\ \mathbf{M}_{cv} & \mathbf{M}_{cc}^v \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}^v = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{vv} & \mathbf{C}_{vc} \\ \mathbf{C}_{cv} & \mathbf{C}_{cc}^v \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K}^v = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{vv} & \mathbf{K}_{vc} \\ \mathbf{K}_{cv} & \mathbf{K}_{cc}^v \end{pmatrix}. \quad (2.41)$$

El hecho de que el tren pase sobre el viaducto hace que la cantidad de ruedas que están en contacto con éste sean distintas en cada instante, por lo que el tamaño de los subvectores \mathbf{x}_c^v y \mathbf{x}_c^b y, en consecuencia, \mathbf{x}_v y \mathbf{x}_b sean, en general, variables.

Se puede lograr que las dimensiones de las submatrices y subvectores del vehículo sean constantes prolongando de manera ficticia la estructura con partes infinitamente rígidas tanto a la entrada como a la salida, de modo que el número de ruedas en contacto sea siempre el mismo (Tanabe y Yamada, 1987).

Dependiendo del autor, se puede considerar que los grados de libertad de contacto del viaducto son todos aquellos por los cuales pasará en algún instante el tren, de modo que esta lista de grados de libertad será única en todo el tiempo de solución del problema o, se puede considerar que son únicamente aquellos en los que en un instante determinado está el tren y, por lo tanto, para cada instante habrán distintos grados de libertad compartidos (Ju y Lin, 2003a).

Para entender lo anterior, supóngase que en un instante 1 el tren tiene contacto únicamente con el grado de libertad a del viaducto y que, en un

instante 2 el tren tiene contacto únicamente con el grado de libertad b del viaducto. Bajo el primer enfoque, la lista de grados de libertad en el instante 1 y 2 será $\{a, b\}$, en cambio, bajo el segundo enfoque, la lista de grados de libertad en el instante 1 será $\{a\}$ y en el 2 será $\{b\}$. Esto tiene interés ya que de las listas de grados de libertad de contacto depende la forma de subestructurar las matrices y vectores del viaducto y el vehículo, lo que se traducirá en mayores o menores costos computacionales.

2.4.3. Métodos de solución en problemas sin interacción

Estos métodos son ampliamente usados por la simplicidad de su implementación. Con ellos no se pueden obtener resultados en cuanto a los movimientos del tren ni transferencia de energía entre el viaducto y el vehículo.

El vehículo es reemplazado por un vector de fuerzas, de modo que la ecuación gobernante se puede escribir de la siguiente manera:

$$\mathbf{M}^b \ddot{\mathbf{x}}^b + \mathbf{C}^b \dot{\mathbf{x}}^b + \mathbf{K}^b \mathbf{x}^b = \mathbf{f}^b + \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_c^v \end{Bmatrix}, \quad (2.42)$$

en donde \mathbf{f}_c^v refleja la acción de todas las masas del vehículo a través de su peso sobre los puntos de contacto.

Estos sistemas se pueden resolver directamente con algún integrador numérico como el de Newmark o a través de un análisis modal (Bathe, 1996; Chopra, 1995).

En estos métodos no es posible reflejar el efecto de las irregularidades del carril puesto que estas actúan sobre la posición de las ruedas del vehículo.

Implementación

Se ha modelado el vehículo como una serie de fuerzas puntuales que transitan sobre el viaducto. Cada una de estas fuerzas debe distribuirse a los nodos adyacentes en función de la distancia recorrida sobre el elemento (ver figura 2.6), con lo que sobre cada nodo la fuerza variará con una historia como la de la figura 2.7, en que t_i es el instante de tiempo en el cual la fuerza pasa sobre el i -ésimo nodo, l_{i-1}/v es el tiempo que se demora en recorrer el elemento de longitud l_{i-1} anterior al nodo i y, l_i/v es el tiempo que se demora en recorrer el elemento de longitud l_i posterior al nodo i .

Se ha implementado esta metodología en el programa de elementos finitos IRIS (Romero, 2003) mediante el uso de historias de fuerza en cada grado de libertad que vienen dadas por el vehículo a estudiar. Se compararán los resultados obtenidos con los reportados en (Ju y Lin, 2003a), en los que se ha

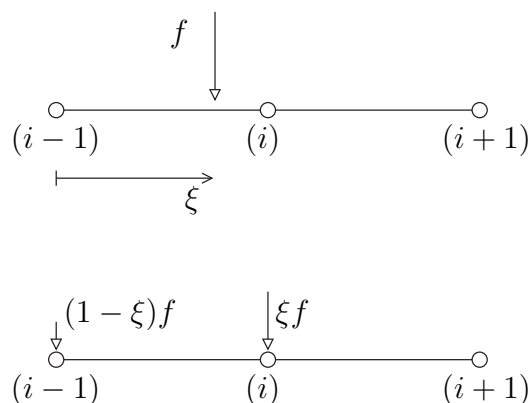


Figura 2.6: Distribución de una carga puntual en los nodos más cercanos

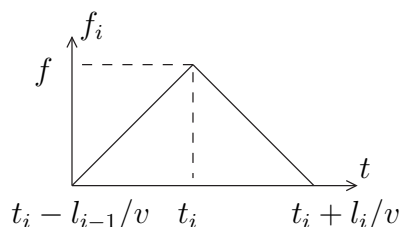


Figura 2.7: Variación de la fuerza en el i -ésimo nodo, f_i .

usado $E = 50$ MPa, $I = 0,12938$ m⁴, $m = 3210$ kg/m, $L = 27$ m, $k_v = 3$ MPa, $v = 100$ km/h y $m_v = 8000$ kg y se validarán con la solución analítica de la ecuación (2.36). Discretizando el viaducto mediante 20 elementos y haciendo un análisis modal con un único modo de vibrar, se obtienen los resultados de la figura 2.8.

En la figura 2.8 se observa cómo el método de cargas puntuales es una aproximación a la respuesta con interacción, aunque de mucho menor calidad que otros métodos que se mostrarán más adelante en este mismo capítulo, sin embargo, la solución calculada mediante la metodología descrita se ciñe a la solución analítica de la ecuación (2.36).

En la figura 2.9 y 2.10 se observa la respuesta real del viaducto sobre el río Tajo en la línea de alta velocidad Madrid-Sevilla al paso del tren AVE (composición simple) a una velocidad de 219 km/h, comparada con la respuesta obtenida mediante un modelo de cargas puntuales. Una referencia completa del estudio se puede consultar en (MFOM, 1996). En estas figuras se observa que los métodos de cargas puntuales pueden reproducir adecuadamente en ciertos casos el comportamiento real de la estructura.

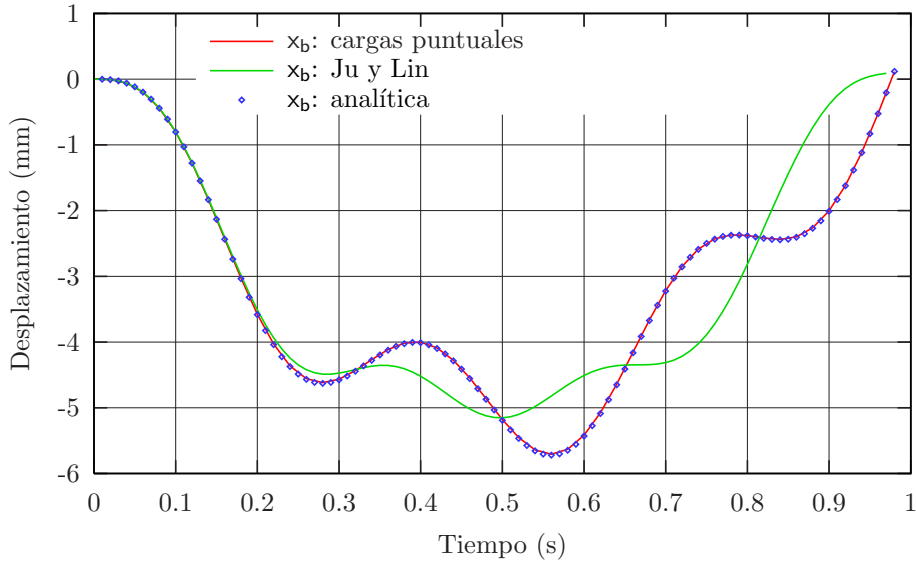


Figura 2.8: Validación del método de cargas puntuales sin interacción con la solución analítica y comparación de estos resultados con la respuesta obtenida con métodos con interacción. Desplazamiento vertical en el centro de vano de una viga de $L = 27$ m.

2.4.4. Métodos directos en problemas con interacción

En general, se podrán ensamblar las ecuaciones del viaducto (2.8) y del vehículo (2.30) mediante los grados de libertad en común:

$$\mathbf{x}_c = \mathbf{x}_c^b = \mathbf{x}_c^v, \quad (2.43)$$

obteniéndose un sistema de ecuaciones de la siguiente forma:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f}, \quad (2.44)$$

en donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{vv} & \mathbf{M}_{vc} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{cv} & \mathbf{M}_{cc}^v + \mathbf{M}_{cc}^b & \mathbf{M}_{cb} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{bc} & \mathbf{M}_{bb} \end{pmatrix}, \\ \mathbf{C} &= \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{vv} & \mathbf{C}_{vc} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{cv} & \mathbf{C}_{cc}^v + \mathbf{C}_{cc}^b & \mathbf{C}_{cb} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{bc} & \mathbf{C}_{bb} \end{pmatrix}, \\ \mathbf{K} &= \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{vv} & \mathbf{K}_{vc} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{cv} & \mathbf{K}_{cc}^v + \mathbf{K}_{cc}^b & \mathbf{K}_{cb} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{bc} & \mathbf{K}_{bb} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.45)$$

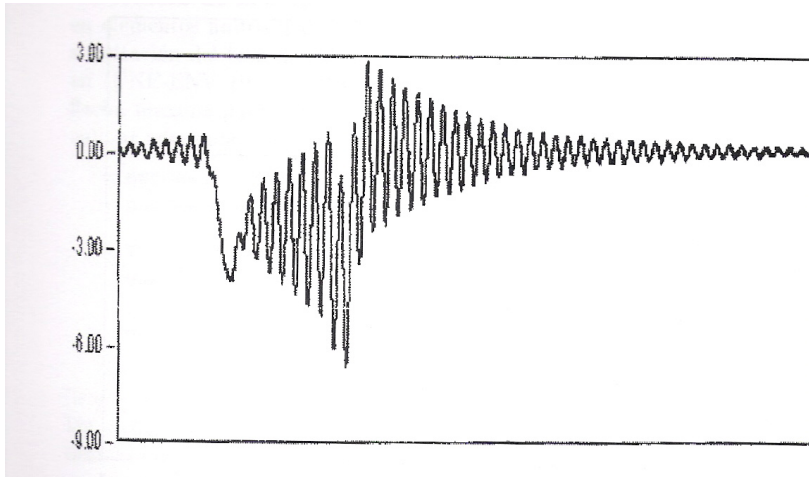


Figura 2.9: Desplazamientos verticales medidos. Centro de un vano del viaducto sobre el río Tajo.

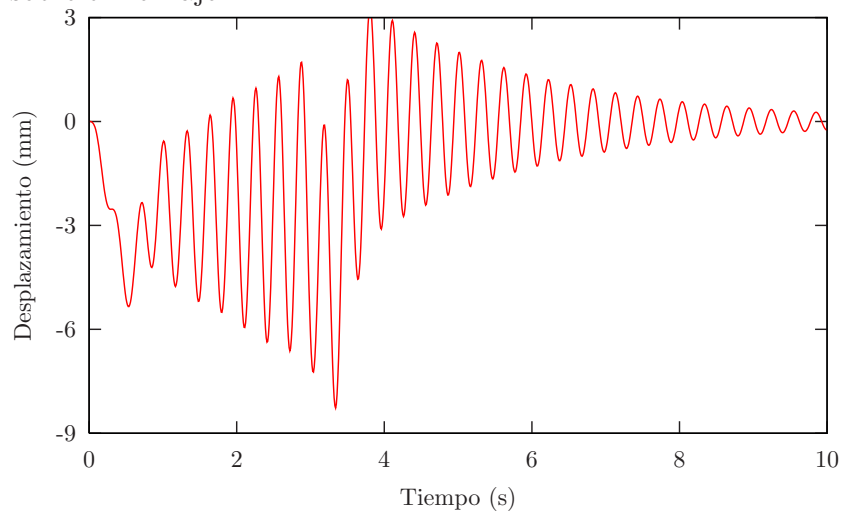


Figura 2.10: Desplazamientos verticales calculados mediante un método de cargas puntuales sin interacción. Centro de un vano del viaducto sobre el río Tajo.

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_v \\ \mathbf{x}_c \\ \mathbf{x}_b \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_v \\ \mathbf{f}_c^b + \mathbf{f}_c^v \\ \mathbf{f}_b \end{Bmatrix}. \quad (2.46)$$

Cuando se quieran incluir las irregularidades del carril en la formulación, deberá tenerse presente la relación (2.47), en que \mathbf{e} es un vector que contiene las irregularidades del carril en los puntos de contacto:

$$\mathbf{x}_c^b + \mathbf{e}(t) = \mathbf{x}_c^v, \quad (2.47)$$

con lo que el vector de incógnitas del sistema (2.44) queda modificado de la siguiente manera:

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_v \\ \mathbf{x}_c^b \\ \mathbf{x}_b \end{Bmatrix}, \quad (2.48)$$

y el vector de fuerzas:

$$\mathbf{f} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_v \\ \mathbf{f}_c^b + \mathbf{f}_c^v \\ \mathbf{f}_b \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \mathbf{M}_{vc} \ddot{\mathbf{e}} \\ \mathbf{M}_{cc}^v \ddot{\mathbf{e}} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \mathbf{C}_{vc} \dot{\mathbf{e}} \\ \mathbf{C}_{cc}^v \dot{\mathbf{e}} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \mathbf{K}_{vc} \mathbf{e} \\ \mathbf{K}_{cc}^v \mathbf{e} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}. \quad (2.49)$$

En el sistema (2.44) es necesario que existan los grados de libertad en común en los puntos de contacto entre el viaducto y el vehículo \mathbf{x}_c . Por lo que se deberá proveer al viaducto de un grado de libertad materializado con un nodo que cambie de posición en cada paso de tiempo para seguir el movimiento del vehículo. En este sentido, se han reportado métodos que utilizan elementos especiales que tienen esta capacidad (Ju y Lin, 2003a; Lou y Zeng, 2005; Lou, 2005).

En este planteamiento, las matrices que se obtienen cambian en el tiempo, por lo que deberá construirse en cada instante. Esta forma de resolver el sistema, con todos los grados de libertad puede llegar a ser muy costosa cuando los modelos del viaducto o del vehículo se han modelado con muchos grados de libertad.

No se podrá realizar un análisis modal bajo este enfoque, ya que las matrices del sistema cambian en cada instante a medida que la posición del tren sobre el viaducto cambia.

Implementación

Se ha implementado esta metodología con los elementos descritos en (Ju y Lin, 2003a), que incluyen un elemento de interacción simplificada en un

elemento de viga de Euler-Bernoulli convencional, usando funciones de forma Hermíticas para distribuir la acción de la masa suspendida en los nodos de los extremos (ver figura 2.11).

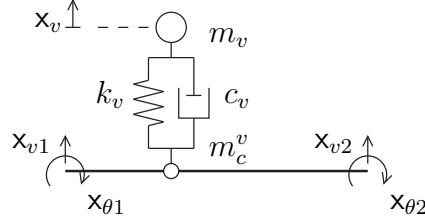


Figura 2.11: Elemento de viga de Euler-Bernoulli con interacción simplificada

Para hacer esta distribución se usará una matriz \mathbf{T} , cuyos elementos son las funciones de forma Hermíticas (Oñate, 1995):

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ N_{v1} & N_{\theta1} & 0 & N_{v2} & N_{\theta2} \end{pmatrix}, \quad (2.50)$$

obteniendo mediante las ecuaciones de equilibrio dinámico las matrices y el vector de fuerzas elementales que reflejan el efecto del elemento de interacción:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^e &= \mathbf{T}^T \begin{pmatrix} m_v & 0 \\ 0 & m_c^v \end{pmatrix} \mathbf{T}, \\ \mathbf{C}^e &= \mathbf{T}^T \begin{pmatrix} c_v & -c_v \\ -c_v & c_v \end{pmatrix} \mathbf{T}, \\ \mathbf{K}^e &= \mathbf{T}^T \begin{pmatrix} k_v & -k_v \\ -k_v & k_v \end{pmatrix} \mathbf{T}, \\ \mathbf{f}^e &= \mathbf{T}^T \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ g(m_v + m_c^v) \end{array} \right\}. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Estos matrices y vector deberán ser ensambladas con las matrices y vector elementales convencionales de la viga de Euler-Bernoulli.

Como ejemplo de validación, en la figura 2.12 se comparan los resultados numéricos obtenidos con esta metodología y la solución de las ecuaciones (2.37), usando los mismo datos del apartado 2.4.3 (Ju y Lin, 2003a). En ésta se observa que los resultados difieren producto de que en el análisis directo se han integrado todos los grados de libertad, equivalente a integrar todos los modos, en cambio, en la solución analítica se ha integrado únicamente un modo. El mayor inconveniente de estas metodologías corresponde justamente a que las integraciones se hacen sobre todos los grados de libertad,

lo que puede resultar muy costoso cuando el viaducto o el vehículo han sido discretizados con muchos grados de libertad.

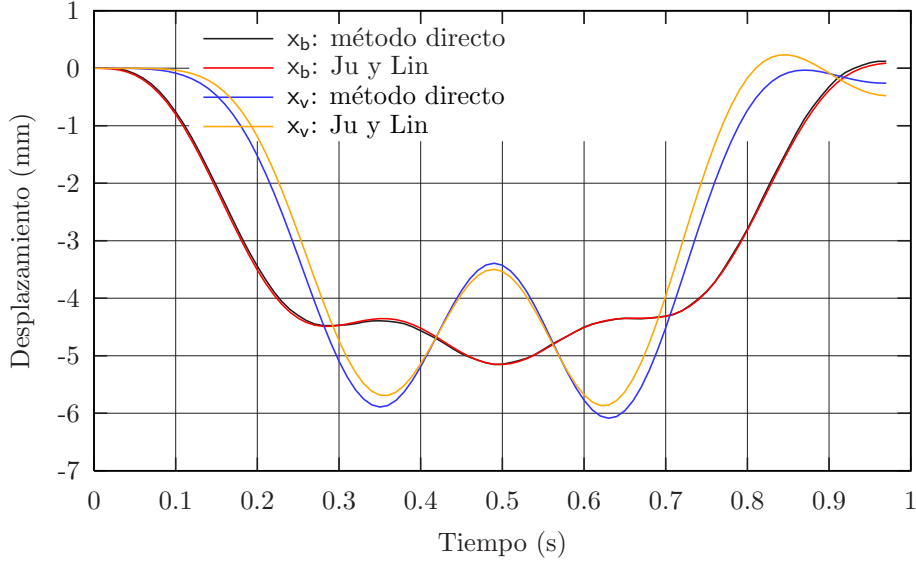


Figura 2.12: Validación de un método directo. Desplazamiento vertical en el centro de vano de una viga de $L = 27$ m y en la masa suspendida del vehículo.

2.4.5. Análisis modal del viaducto en problemas con interacción

Se muestra en esta sección una generalización de la metodología para elementos de interacción simplificada sin considerar las vibraciones de la masa no suspendida propuesta por (Domínguez, 2001).

Se hace un análisis modal del sistema de ecuaciones (2.8), obteniéndose un nuevo sistema de ecuaciones de la forma:

$$\ddot{q}_i + 2\xi_i\omega_i\dot{q}_i + \omega_i^2q_i = \begin{Bmatrix} \phi_{b_i} \\ \phi_{c_i} \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_b \\ \mathbf{f}_c \end{Bmatrix}, \quad i = 1 \dots N, \quad (2.52)$$

en donde N es el número de modos del análisis y las incógnitas del viaducto quedan expresadas de la siguiente manera:

$$\mathbf{x}_b(\mathbf{X}, t) = \sum_{j=1}^N q_j(t)\phi_{b_j}(\mathbf{X}), \quad (2.53)$$

$$\mathbf{x}_c^b(\mathbf{X}(t), t) = \sum_{j=1}^N q_j(t) \phi_{c_j}^b(\mathbf{X}(t)), \quad (2.54)$$

en donde los grados de libertad de contacto dependen de la posición de las ruedas del vehículo en el viaducto.

Si se descomponen las fuerzas en los grados de libertad de contacto en la estructura y en el vehículo se obtiene:

$$\mathbf{f}_c^b = \mathbf{f}_{c,\text{ext}}^b + \mathbf{f}_{c,\text{int}}, \quad (2.55)$$

$$\mathbf{f}_c^v = \mathbf{f}_{c,\text{ext}}^v - \mathbf{f}_{c,\text{int}}, \quad (2.56)$$

en donde, $\mathbf{f}_{c,\text{ext}}^b$ denota a las fuerzas externas en los grados de libertad de contacto del viaducto y del vehículo respectivamente y $\mathbf{f}_{c,\text{int}}$ indica las fuerzas de interacción entre el viaducto y el vehículo en los grados de libertad de contacto.

Si se sustituye (2.41), (2.40), (2.47) y (2.56) en (2.30) y se despeja $\mathbf{f}_{c,\text{int}}$, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones para las fuerzas de interacción:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{c,\text{int}} = & \mathbf{f}_{c,\text{ext}}^v - \mathbf{M}_{cc}^v \ddot{\mathbf{e}} - \mathbf{C}_{cc}^v \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{K}_{cc}^v \mathbf{e} \\ & - \mathbf{M}_{cv} \ddot{\mathbf{x}}_v - \mathbf{M}_{cc}^v \ddot{\mathbf{x}}_c^b - \mathbf{C}_{cv} \dot{\mathbf{x}}_v - \mathbf{C}_{cc}^v \dot{\mathbf{x}}_c^b - \mathbf{K}_{cv} \mathbf{x}_v - \mathbf{K}_{cc}^v \mathbf{x}_c^b, \end{aligned} \quad (2.57)$$

y el siguiente sistema de ecuaciones para el vehículo:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{vv} \ddot{\mathbf{x}}_v + \mathbf{C}_{vv} \dot{\mathbf{x}}_v + \mathbf{K}_{vv} \mathbf{x}_v + \mathbf{M}_{vc} \ddot{\mathbf{x}}_c^b + \mathbf{C}_{vc} \dot{\mathbf{x}}_c^b + \mathbf{K}_{vc} \mathbf{x}_c^b \\ = \mathbf{f}_v - \mathbf{M}_{vc} \ddot{\mathbf{e}} - \mathbf{C}_{vc} \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{K}_{vc} \mathbf{e}. \end{aligned} \quad (2.58)$$

Es necesario obtener la expresión de los grados de libertad de contacto en función de la descomposición modal que se ha hecho, para lo cual se asumirá que el vehículo pasa a una velocidad v constante sobre el viaducto:

$$x(t) = vt, \quad (2.59)$$

obteniéndose las expresiones:

$$\dot{\mathbf{x}}_c(\mathbf{X}(t), t) = \sum_{i=1}^N \left(\dot{q}_i(t) \phi_{c_i}^b(\mathbf{X}(t)) + v q_i(t) \phi_{c_i}^{b'}(\mathbf{X}(t)) \right), \quad (2.60)$$

$$\ddot{\mathbf{x}}_c(\mathbf{X}(t), t) = \sum_{i=1}^N \left(\ddot{q}_i(t) \phi_{c_i}^b(\mathbf{X}(t)) + 2v \dot{q}_i(t) \phi_{c_i}^{b'}(\mathbf{X}(t)) + v^2 q_i(t) \phi_{c_i}^{b''}(\mathbf{X}(t)) \right), \quad (2.61)$$

Se debe expresar la fuerza de interacción (2.57) en términos de las incógnitas modales usando (2.54), (2.60) y (2.61) y reemplazarla, usando (2.55), en (2.52). También se debe reemplazar los grados de libertad de contacto por su expresión modal en (2.58), con lo que se obtienen las ecuaciones que gobiernan el problema:

$$\begin{aligned}
 \ddot{q}_i + 2\xi_i\omega_i\dot{q}_i + \omega^2q_i &= \phi_{b_i}^T \mathbf{f}_b + \phi_{c_i}^{bT} (\mathbf{f}_{c,\text{ext}}^b + \mathbf{f}_{c,\text{ext}}^v) \\
 &\quad - \phi_{c_i}^{bT} (\mathbf{M}_{cc}^v \ddot{\mathbf{e}} - \mathbf{C}_{cc}^v \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{K}_{cc}^v \mathbf{e}) \\
 &\quad - \phi_{c_i}^{bT} (\mathbf{M}_{cv} \ddot{\mathbf{x}}_v + \mathbf{C}_{cv} \dot{\mathbf{x}}_v + \mathbf{K}_{cv} \mathbf{x}_v) \\
 &\quad - \phi_{c_i}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \sum_{j=1}^N \left(\ddot{q}_j \phi_{c_j}^b + 2v\dot{q}_j \phi_{c_j}^{b'} + v^2 q_j \phi_{c_j}^{b''} \right) \\
 &\quad - \phi_{c_i}^{bT} \mathbf{C}_{cc}^v \sum_{j=1}^N \left(\dot{q}_j \phi_{c_j}^b + v q_j \phi_{c_j}^{b'} \right) \\
 &\quad - \phi_{c_i}^{bT} \mathbf{K}_{cc}^v \sum_{j=1}^N \left(q_j \phi_{c_j}^b \right), \quad i = 1 \dots N,
 \end{aligned} \tag{2.62}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_{vv} \ddot{\mathbf{x}}_v + \mathbf{C}_{vv} \dot{\mathbf{x}}_v + \mathbf{K}_{vv} \mathbf{x}_v + \mathbf{M}_{vc} \sum_{j=1}^N \left(\ddot{q}_j \phi_{c_j}^b + 2v\dot{q}_j \phi_{c_j}^{b'} + v^2 q_j \phi_{c_j}^{b''} \right) \\
 + \mathbf{C}_{vc} \sum_{j=1}^N \left(\dot{q}_j \phi_{c_j}^b + v q_j \phi_{c_j}^{b'} \right) \\
 + \mathbf{K}_{vc} \sum_{j=1}^N \left(q_j \phi_{c_j}^b \right) \\
 = \mathbf{f}_v - \mathbf{M}_{vc} \ddot{\mathbf{e}} - \mathbf{C}_{vc} \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{K}_{vc} \mathbf{e}.
 \end{aligned} \tag{2.63}$$

El sistema de ecuaciones anterior se puede escribir de forma matricial de la siguiente manera:

$$\tilde{\mathbf{M}} \ddot{\tilde{\mathbf{x}}} + \tilde{\mathbf{C}} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \tilde{\mathbf{K}} \tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{f}}, \tag{2.64}$$

en donde:

$$\tilde{\mathbf{M}} = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_{N \times N} & \mathbf{0}_{N \times M} \\ \mathbf{0}_{M \times N} & \mathbf{0}_{M \times M} \end{pmatrix} + \tilde{\mathbf{M}}_1, \tag{2.65}$$

$$\tilde{\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2\xi_1\omega_1 & 0 & \dots & 0 & \mathbf{0}_{N \times M} \\ 0 & 2\xi_2\omega_2 & \dots & 0 & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & \dots & 2\xi_N\omega_N & \mathbf{0}_{M \times M} \\ & \mathbf{0}_{M \times N} & & & \end{pmatrix} + \tilde{\mathbf{C}}_1 + \tilde{\mathbf{C}}_2, \quad (2.66)$$

$$\tilde{\mathbf{K}} = \begin{pmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 & \mathbf{0}_{N \times M} \\ 0 & \omega_2^2 & \dots & 0 & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & \dots & \omega_N^2 & \\ & \mathbf{0}_{M \times N} & & & \mathbf{0}_{M \times M} \end{pmatrix} + \tilde{\mathbf{K}}_1 + \tilde{\mathbf{K}}_2 + \tilde{\mathbf{K}}_3, \quad (2.67)$$

siendo $\mathbf{1}_{N \times N}$ la matriz identidad de dimensión $N \times N$ y $\mathbf{0}_{P \times Q}$ la matriz nula de dimensión $P \times Q$ y:

$$\tilde{\mathbf{M}}_1 = \begin{pmatrix} \phi_{c1}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{c1}^b & \phi_{c1}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{c2}^b & \dots & \phi_{c1}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{cN}^b & \phi_{c1}^{bT} \mathbf{M}_{cv} \\ \phi_{c2}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{c1}^b & \phi_{c2}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{c2}^b & \dots & \phi_{c2}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{cN}^b & \phi_{c2}^{bT} \mathbf{M}_{cv} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \phi_{cN}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{c1}^b & \phi_{cN}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{c2}^b & \dots & \phi_{cN}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{cN}^b & \phi_{cN}^{bT} \mathbf{M}_{cv} \\ \mathbf{M}_{vc} \phi_{c1}^b & \mathbf{M}_{vc} \phi_{c2}^b & \dots & \mathbf{M}_{vc} \phi_{cN}^b & \mathbf{M}_{vv} \end{pmatrix}, \quad (2.68)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_1 = \begin{pmatrix} \phi_{c1}^{bT} \mathbf{C}_{cc}^v \phi_{c1}^b & \phi_{c1}^{bT} \mathbf{C}_{cc}^v \phi_{c2}^b & \dots & \phi_{c1}^{bT} \mathbf{C}_{cc}^v \phi_{cN}^b & \phi_{c1}^{bT} \mathbf{C}_{cv} \\ \phi_{c2}^{bT} \mathbf{C}_{cc}^v \phi_{c1}^b & \phi_{c2}^{bT} \mathbf{C}_{cc}^v \phi_{c2}^b & \dots & \phi_{c2}^{bT} \mathbf{C}_{cc}^v \phi_{cN}^b & \phi_{c2}^{bT} \mathbf{C}_{cv} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \phi_{cN}^{bT} \mathbf{C}_{cc}^v \phi_{c1}^b & \phi_{cN}^{bT} \mathbf{C}_{cc}^v \phi_{c2}^b & \dots & \phi_{cN}^{bT} \mathbf{C}_{cc}^v \phi_{cN}^b & \phi_{cN}^{bT} \mathbf{C}_{cv} \\ \mathbf{C}_{vc} \phi_{c1}^b & \mathbf{C}_{vc} \phi_{c2}^b & \dots & \mathbf{C}_{vc} \phi_{cN}^b & \mathbf{C}_{vv} \end{pmatrix}, \quad (2.69)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_2 = 2v \begin{pmatrix} \phi_{c1}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{c1}^{'b} & \phi_{c1}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{c2}^{'b} & \dots & \phi_{c1}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{cN}^{'b} & \mathbf{0} \\ \phi_{c2}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{c1}^{'b} & \phi_{c2}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{c2}^{'b} & \dots & \phi_{c2}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{cN}^{'b} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \phi_{cN}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{c1}^{'b} & \phi_{cN}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{c2}^{'b} & \dots & \phi_{cN}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{cN}^{'b} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{vc} \phi_{c1}^{'b} & \mathbf{M}_{vc} \phi_{c2}^{'b} & \dots & \mathbf{M}_{vc} \phi_{cN}^{'b} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad (2.70)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_1 = \begin{pmatrix} \phi_{c1}^{bT} \mathbf{K}_{cc}^v \phi_{c1}^b & \phi_{c1}^{bT} \mathbf{K}_{cc}^v \phi_{c2}^b & \cdots & \phi_{c1}^{bT} \mathbf{K}_{cc}^v \phi_{cN}^b & \phi_{c1}^{bT} \mathbf{K}_{cv} \\ \phi_{c2}^{bT} \mathbf{K}_{cc}^v \phi_{c1}^b & \phi_{c2}^{bT} \mathbf{K}_{cc}^v \phi_{c2}^b & \cdots & \phi_{c2}^{bT} \mathbf{K}_{cc}^v \phi_{cN}^b & \phi_{c2}^{bT} \mathbf{K}_{cv} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \phi_{cN}^{bT} \mathbf{K}_{cc}^v \phi_{c1}^b & \phi_{cN}^{bT} \mathbf{K}_{cc}^v \phi_{c2}^b & \cdots & \phi_{cN}^{bT} \mathbf{K}_{cc}^v \phi_{cN}^b & \phi_{cN}^{bT} \mathbf{K}_{cv} \\ \mathbf{K}_{vc} \phi_{c1}^b & \mathbf{K}_{vc} \phi_{c2}^b & \cdots & \mathbf{K}_{vc} \phi_{cN}^b & \mathbf{K}_{vv} \end{pmatrix}, \quad (2.71)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_2 = v \begin{pmatrix} \phi_{c1}^{bT} \mathbf{C}_{cc}^v \phi_{c1}^{/b} & \phi_{c1}^{bT} \mathbf{C}_{cc}^v \phi_{c2}^{/b} & \cdots & \phi_{c1}^{bT} \mathbf{C}_{cc}^v \phi_{cN}^{/b} & \mathbf{0} \\ \phi_{c2}^{bT} \mathbf{C}_{cc}^v \phi_{c1}^{/b} & \phi_{c2}^{bT} \mathbf{C}_{cc}^v \phi_{c2}^{/b} & \cdots & \phi_{c2}^{bT} \mathbf{C}_{cc}^v \phi_{cN}^{/b} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \phi_{cN}^{bT} \mathbf{C}_{cc}^v \phi_{c1}^{/b} & \phi_{cN}^{bT} \mathbf{C}_{cc}^v \phi_{c2}^{/b} & \cdots & \phi_{cN}^{bT} \mathbf{C}_{cc}^v \phi_{cN}^{/b} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{vc} \phi_{c1}^{/b} & \mathbf{C}_{vc} \phi_{c2}^{/b} & \cdots & \mathbf{C}_{vc} \phi_{cN}^{/b} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad (2.72)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_3 = v^2 \begin{pmatrix} \phi_{c1}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{c1}^{//b} & \phi_{c1}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{c2}^{//b} & \cdots & \phi_{c1}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{cN}^{//b} & \mathbf{0} \\ \phi_{c2}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{c1}^{//b} & \phi_{c2}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{c2}^{//b} & \cdots & \phi_{c2}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{cN}^{//b} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \phi_{cN}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{c1}^{//b} & \phi_{cN}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{c2}^{//b} & \cdots & \phi_{cN}^{bT} \mathbf{M}_{cc}^v \phi_{cN}^{//b} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{vc} \phi_{c1}^{//b} & \mathbf{M}_{vc} \phi_{c2}^{//b} & \cdots & \mathbf{M}_{vc} \phi_{cN}^{//b} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad (2.73)$$

$$\tilde{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_N \\ \mathbf{x}_v \end{pmatrix}, \quad (2.74)$$

$$\tilde{\mathbf{f}} = \begin{pmatrix} \phi_{b1} \mathbf{f}_b + \phi_{c1}^b (\mathbf{f}_{c,\text{ext}}^b + \mathbf{f}_{c,\text{ext}}^v - \mathbf{M}_{cc}^v \ddot{\mathbf{e}} - \mathbf{C}_{cc}^v \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{K}_{cc}^v \mathbf{e}) \\ \phi_{b2} \mathbf{f}_b + \phi_{c2}^b (\mathbf{f}_{c,\text{ext}}^b + \mathbf{f}_{c,\text{ext}}^v - \mathbf{M}_{cc}^v \ddot{\mathbf{e}} - \mathbf{C}_{cc}^v \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{K}_{cc}^v \mathbf{e}) \\ \vdots \\ \phi_{bN} \mathbf{f}_b + \phi_{cN}^b (\mathbf{f}_{c,\text{ext}}^b + \mathbf{f}_{c,\text{ext}}^v - \mathbf{M}_{cc}^v \ddot{\mathbf{e}} - \mathbf{C}_{cc}^v \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{K}_{cc}^v \mathbf{e}) \\ \mathbf{f}_v - \mathbf{M}_{vc} \ddot{\mathbf{e}} - \mathbf{C}_{vc} \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{K}_{vc} \mathbf{e} \end{pmatrix}. \quad (2.75)$$

Debido a que las matrices de (2.64) son llenas, las ecuaciones que se obtienen no están desacopladas, a pesar de que se ha hecho un análisis modal del viaducto. En el sistema anterior, las matrices $\tilde{\mathbf{C}}_2$, $\tilde{\mathbf{K}}_2$, $\tilde{\mathbf{K}}_3$ contienen términos con derivadas de primer y segundo orden de los modos ($\phi^{/b}$ y $\phi^{//b}$) además de

las masas no suspendidas en la matriz de masas \mathbf{M}_{cc}^V , los que algunos autores desprecian (Domínguez, 2001; Xia y Zhang, 2005).

Dependiendo del modelo de vehículo que se haga los términos de la matriz de masas que contienen \mathbf{M}_{cv} pueden hacerse cero, como es el caso de los modelos descritos en el apartado 2.2, lo que simplifica las expresiones anteriores.

Implementación

Esta metodología se ha implementado en el código de elementos finitos IRIS (Romero, 2003), para elementos de interacción simplificada mediante el integrador `ffcc`, que construye las matrices y vectores de la ecuación (2.64).

El fichero de entrada para este integrador debe indicar el nombre del integrador (`integrator=ffcc`), que se trata de una metodología implementada para problemas lineales (`stepsolver=linear`), el número de modos `nmodes`, el amortiguamiento modal para todos los modos `damping`, la velocidad a la que transita el tren `velocity`, los nodos correlativos de la estructura por los cuales pasa el tren, indicando el primero `from` y el último `to`, la dirección de la aceleración de gravedad `direction` y, el número identificador del tren `train` (AVE S103: 1, TALGO: 2, ICE2:3, EUROSTAR:4). Por ejemplo:

```
solver=direct
integrator=ffcc, stepsolver=linear, nmodes=90, damping=0.02,
velocity=120, from=600, to=680, direction=3,
train=1
```

Adicionalmente existe la opción de ingresar un tren de cargas con todos los elementos de interacción iguales, cuyo número identificador es el cero. Para esto es necesario indicar el número de ejes del tren `naxis`, la distancia entre ellos `distance`, la masa no suspendida `wheelmass`, la masa suspendida `vehicmass`, la rigidez del muelle `kspring` y, el amortiguamiento del muelle `cspring`. Por ejemplo:

```
solver=direct
integrator=ffcc, stepsolver=linear, nmodes=90, damping=0.02,
velocity=120, from=600, to=680, direction=3,
train=0, naxis=10, distance=15, wheelmass=1000.0,
vehicmass=13000.0, kspring=130000.0, cspring=20000.0
```

Se ha ejecutado el ejemplo de (Ju y Lin, 2003a), validando los resultados obtenidos con la solución analítica de (2.37). Los parámetros del problema

ejemplo son los mismos del apartado 2.4.3.

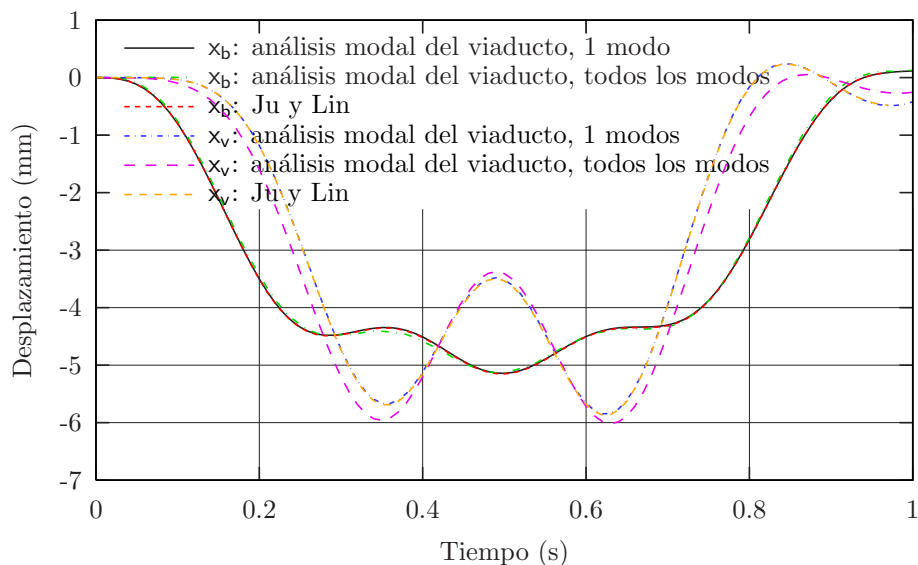


Figura 2.13: Validación de método directo con análisis modal del viaducto. Desplazamiento vertical en el centro de vano de una viga de $L = 27$ m y en la masa suspendida del vehículo.

En la figura 2.13 se observa que los resultados obtenidos son muy parecidos a la solución analítica disponible.

2.4.6. Análisis modal del sistema vehículo-estructura en problemas con interacción

También existe la posibilidad de hacer un análisis modal de la totalidad de los grados de libertad del sistema vehículo-estructura, es decir, los correspondientes al viaducto y los del vehículo que no estén en contacto con el viaducto (Tanabe y Yamada, 1987).

Asumiendo que los grados de libertad de la frontera de contacto del viaducto son todos por los cuales pasará el vehículo en algún momento, de modo que las submatrices de (2.39) y los subvectores de (2.38) no se redistribuyen con el paso del vehículo. Para representar la conectividad de los grados de libertad de contacto, se construye una matriz $\mathbf{A}(t)$, de modo que en el contacto se escribe:

$$\mathbf{x}_c^v = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}_c^b + \mathbf{e}(t), \quad (2.76)$$

en donde $\mathbf{e}(t)$ es un vector que representa las irregularidades de la vía en cada grado de libertad de \mathbf{x}_c^v .

De esta forma, se puede construir un nuevo vector de incógnitas para el vehículo:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{x}_v \\ \mathbf{x}_c^v \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}(t) \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_v \\ \mathbf{x}_c^b \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{e}(t) \end{Bmatrix}, \quad (2.77)$$

o en forma reducida:

$$\mathbf{x}^v = \mathbf{R}(t)\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{E}(t), \quad (2.78)$$

de modo que:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}^v &= \dot{\mathbf{R}}\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{R}\dot{\bar{\mathbf{x}}} + \dot{\mathbf{E}}, \\ \ddot{\mathbf{x}}^v &= \ddot{\mathbf{R}}\bar{\mathbf{x}} + 2\dot{\mathbf{R}}\dot{\bar{\mathbf{x}}} + \mathbf{R}\ddot{\bar{\mathbf{x}}} + \ddot{\mathbf{E}}. \end{aligned} \quad (2.79)$$

Reemplazando en (2.30) se obtiene el sistema:

$$\begin{aligned} (\mathbf{M}^v\mathbf{R})\ddot{\bar{\mathbf{x}}} + (2\mathbf{M}^v\dot{\mathbf{R}} + \mathbf{C}^v\mathbf{R})\dot{\bar{\mathbf{x}}} + (\mathbf{M}^v\ddot{\mathbf{R}} + \mathbf{C}^v\dot{\mathbf{R}} + \mathbf{K}^v\mathbf{R})\bar{\mathbf{x}} \\ = \mathbf{f}^v - \mathbf{M}^v\ddot{\mathbf{E}} - \mathbf{C}^v\dot{\mathbf{E}} - \mathbf{K}^v\mathbf{E}. \end{aligned} \quad (2.80)$$

Usando las submatrices de (2.39) y (2.41) y los subvectores de (2.38) y (2.40) y, acoplando las ecuaciones (2.8) y (2.80), se obtiene el sistema de ecuaciones:

$$(\mathbf{M}_0 + \mathbf{M}_n)\ddot{\mathbf{x}} + (\mathbf{C}_0 + \mathbf{C}_n)\dot{\mathbf{x}} + (\mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_n)\mathbf{x} = \bar{\mathbf{f}}, \quad (2.81)$$

en donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_0 &= \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{vv} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{cc}^b & \mathbf{M}_{cb} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{bc} & \mathbf{M}_{bb} \end{pmatrix}, \\ \mathbf{C}_0 &= \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{vv} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{cc}^b & \mathbf{C}_{cb} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{bc} & \mathbf{C}_{bb} \end{pmatrix}, \\ \mathbf{K}_0 &= \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{vv} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{cc}^b & \mathbf{K}_{cb} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{bc} & \mathbf{K}_{bb} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.82)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_n &= \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M}_{vc}\mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}^T\mathbf{M}_{cv} & \mathbf{A}^T\mathbf{M}_{cc}^v\mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \\
\mathbf{C}_n &= \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{C}_{vc}\mathbf{A} + 2\mathbf{M}_{vc}\dot{\mathbf{A}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}^T\mathbf{C}_{cv} & \mathbf{A}^T\mathbf{C}_{cc}^v\mathbf{A} + 2\mathbf{A}^T\mathbf{M}_{cc}^v\dot{\mathbf{A}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \\
\mathbf{K}_n &= \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{K}_{vc}\mathbf{A} + \mathbf{C}_{vc}\dot{\mathbf{A}} + \mathbf{M}_{vc}\ddot{\mathbf{A}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}^T\mathbf{K}_{cv} & \mathbf{A}^T\mathbf{K}_{cc}^v\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{C}_{cc}^v\dot{\mathbf{A}} + \mathbf{A}^T\mathbf{M}_{cc}^v\ddot{\mathbf{A}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \\
\bar{\mathbf{f}} &= \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{f}_v - \mathbf{M}_{vc}\ddot{\mathbf{e}} - \mathbf{C}_{vc}\dot{\mathbf{e}} - \mathbf{K}_{vc}\mathbf{e} \\ \mathbf{A}^T\mathbf{f}_c^v + \mathbf{f}_c^b - \mathbf{A}^T\mathbf{M}_{cc}^v\ddot{\mathbf{e}} - \mathbf{A}^T\mathbf{C}_{cc}^v\dot{\mathbf{e}} - \mathbf{A}^T\mathbf{K}_{cc}^v\mathbf{e} \\ \mathbf{f}_b \end{array} \right\}.
\end{aligned} \tag{2.83}$$

Se ha hecho la separación de las matrices en una parte que es constante en el tiempo (las que tienen subíndice 0) y una parte que cambia (las que tienen subíndice n), para acomodar la ecuación (2.81) de la manera indicada en (2.84) para hacer un análisis modal con las matrices del lado izquierdo:

$$\mathbf{M}_0\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}_0\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_0\mathbf{x} = \bar{\mathbf{f}} - \mathbf{M}_n\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}_n\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_n\mathbf{x}. \tag{2.84}$$

En (Wu y Yang, 2003) se implementa la metodología anterior para crear un elemento de viaducto que contiene un vehículo, el cual es ensamblado al resto de la estructura.

2.4.7. Análisis de la interacción, desacoplando el viaducto y el vehículo en problemas con interacción

Existe también la posibilidad de tratar la interacción del viaducto y del vehículo como dos problemas separados (Henchi et al., 1998) de los cuales se desconoce la fuerza resultante de su interacción, la que se obtendrá en virtud del principio de acción y reacción mediante iteraciones. Se puede resolver el problema de distintas formas (Park et al., 2004) dependiendo de los subdominios escogidos y de la forma de iterar sobre las incógnitas.

Resolviendo las ecuaciones del viaducto (2.8) con una fuerza de interacción $\mathbf{f}_{c,int}$ arbitraria en cada instante, se obtiene:

$$\mathbf{M}^b\ddot{\mathbf{x}}^b + \mathbf{C}^b\dot{\mathbf{x}}^b + \mathbf{K}^b\mathbf{x}^b = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{f}_b \\ \mathbf{f}_{c,ext}^b + \mathbf{f}_{c,int} \end{array} \right\}. \tag{2.85}$$

Despejando desde (2.58) para obtener las incógnitas del vehículo:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{vv}\ddot{\mathbf{x}}_v + \mathbf{C}_{vv}\dot{\mathbf{x}}_v + \mathbf{K}_{vv}\mathbf{x}_v \\ = \mathbf{f}_v - \mathbf{M}_{vc}\ddot{\mathbf{e}} - \mathbf{C}_{vc}\dot{\mathbf{e}} - \mathbf{K}_{vc}\mathbf{e} - \mathbf{M}_{vc}\ddot{\mathbf{x}}_c^b - \mathbf{C}_{vc}\dot{\mathbf{x}}_c^b - \mathbf{K}_{vc}\mathbf{x}_c^b. \end{aligned} \quad (2.86)$$

Se encuentra una nueva fuerza de interacción $\mathbf{f}_{c,int}$ mediante la ecuación (2.57).

El ciclo se debe repetir hasta que las diferencias entre fuerzas de interacción sucesivas sean suficientemente pequeñas. Las iteraciones necesarias suelen ser pocas (Henchi et al., 1998). Una vez completado un ciclo, se puede pasar al instante siguiente.

La ventaja de este planteamiento es que se puede hacer un análisis modal del viaducto de manera simple implementándolo en la ecuación (2.85).

Un esquema de este procedimiento se muestra en el cuadro siguiente:

Para cada instante de tiempo hacer:

1. Se da un valor de $\mathbf{f}_{c,int}$.
2. Se resuelve el sistema de ecuaciones del viaducto (2.85) (se puede hacer mediante un análisis modal), obteniéndose las incógnitas \mathbf{x}^b , entre las que están \mathbf{x}_c^b .
3. Se resuelve el sistema de ecuaciones (2.86), con lo que se tienen calculadas todas las incógnitas del problema.
4. Se calcula un nuevo valor de $\mathbf{f}_{c,int}$ mediante la expresión (2.57)
5. Se verifica si la diferencia entre la $\mathbf{f}_{c,int}$ recién calculada y la anterior es lo suficientemente pequeña:
 - a) Si lo es: se pasa al instante de tiempo siguiente.
 - b) Si no lo es: se vuelve al paso 1 de este listado.

Este método posee la ventaja de que permite hacer análisis de estructuras no lineales sin un coste adicional alto, puesto que las iteraciones que requiere pueden ser empleadas para resolver la no linealidad.

Implementación

Se ha implementado esta metodología para viaductos que se puedan modelar como vigas y trenes modelados mediante elementos de interacción simplificada y vagón tipo 1 y 2 (sección 2.2).

En los problemas resueltos, las iteraciones necesarias para satisfacer la tolerancia, fijada como una variación de 1 % en la norma de las fuerzas de interacción entre iteraciones sucesivas:

$$\frac{\|\mathbf{f}_{c,int}\|_{k+1} - \|\mathbf{f}_{c,int}\|_k}{\|\mathbf{f}_{c,int}\|_k} \leq 0,01, \quad (2.87)$$

fueron siempre menos que cuatro. La norma de vectores usadas corresponde a la raíz cuadrada de la sumatoria de los componentes ($\|\cdot\| = \sqrt{\sum_j f_{c,int_j}^2}$).

En las figuras 2.14 se han representado los resultados obtenidos mediante la integración de los sistemas de forma desacoplada y los obtenidos con la solución analítica de las ecuaciones (2.37) usando los parámetros de (Ju y Lin, 2003a): $E = 50$ MPa, $I = 0,12938$ m⁴, $m = 3210$ kg/m, $L = 27$ m, $k_v = 3$ MPa, $v = 100$ km/h y $m_v = 8000$ kg, discretizando el viaducto mediante $N = 20$ elementos y usando un paso de tiempo de $dt = 0,01$ s.

En las figuras 2.14 se observa que los resultados obtenidos usando una integración directa mediante Newmark se corresponden con los obtenidos con la integración de todos los modos y, los obtenidos con un sólo modo se corresponden con la solución analítica.

En (Bártolo, 2001) se pueden encontrar aplicaciones de esta metodología para el caso del puente real Salgueiro Maia sobre el río Tajo en Portugal, en que los vehículos estudiados son camiones de distintas tipologías y en (Ferreira, 2004) se pueden encontrar aplicaciones de esta metodología para el puente ferroviario de Alcácer do Sol sobre el río Sado en Portugal.

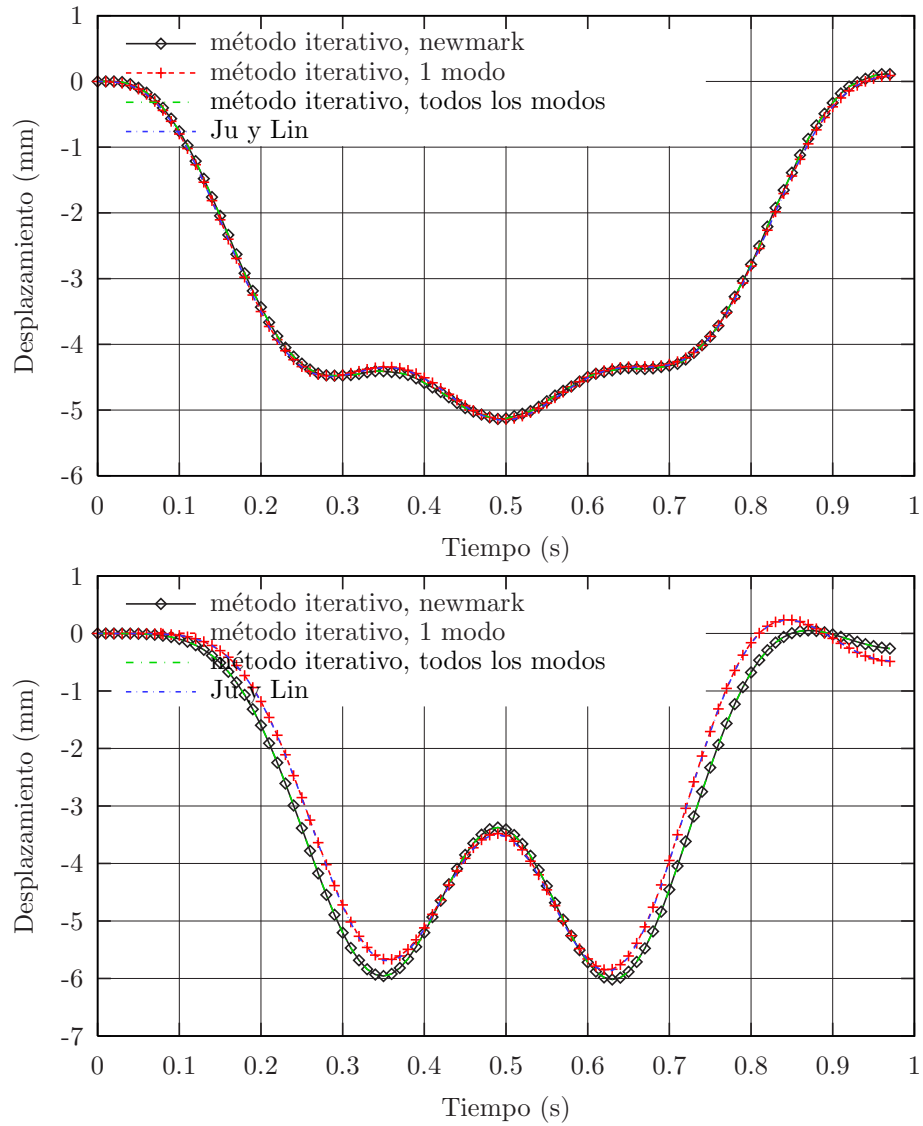


Figura 2.14: Validación de métodos desacoplados. Desplazamiento en el centro de vano de una viga de $L = 27$ m y en la masa suspendida del vehículo.

Capítulo 3

Análisis de la respuesta dinámica

En este capítulo se estudia la respuesta dinámica general de viaductos sometidos a las acciones de trenes de alta velocidad y se analizan los principales factores que influyen en la respuesta dinámica del mismo. Entre otros factores se destacan la interacción vehículo estructura, modelización del tren, las masas de los vehículos, el amortiguamiento y la masa rotacional.

3.1. Importancia de la interacción entre estructura y vehículo

Cuando el vehículo pasa sobre el viaducto, la respuesta dinámica puede ser considerada como la correspondiente a una única estructura formada de estos dos sistemas interactuando entre sí. Cuando se modela al vehículo como una serie de fuerzas puntuales que se mueven el efecto de las masas y sistemas de suspensión del vehículo no se consideran.

Para mostrar la importancia de la interacción entre el vehículo y la estructura se resolverá el caso sencillo de un vehículo modelado como un elemento de interacción simplificado y con cargas puntuales pasando sobre un viaducto modelado como una viga de Euler-Bernoulli biapoyada (ver figura 2.5). En los análisis se usará únicamente el primer modo de vibración.

Los parámetros que definen el elemento de interacción corresponden al primer eje del modelo del tren AVE S100 (MFOM, 2003): $k_v = 4,4$ MPa y $m_v = 13450$ kg. Se considera un barrido de velocidades de 30 a 450 km/h.

Las características del viaducto corresponden a uno del catálogo de puentes de referencia del comité ERRI D214, siendo $m_b = 15000$ kg/m, $L = 15$ m, $\omega_0 = 31,416$ rad/s.

En la figura 3.1 se representa la variación Δ del desplazamiento en el centro del viaducto en modelos con interacción x_b^{con} respecto de modelos sin interacción x_b^{sin} (ecuación 3.1).

$$\Delta = \frac{x_b^{con} - x_b^{sin}}{|x_b^{sin}|} \cdot 100 \%. \quad (3.1)$$

Se ve que, para velocidades bajas (≈ 120 m/s), la deflexión en el centro del vano es mayor en el modelo con interacción que en el sin interacción. Este hecho corrobora que los efectos de la masa del vehículo no son necesariamente despreciables, observándose, en este caso, aumentos de hasta más de un 5%.

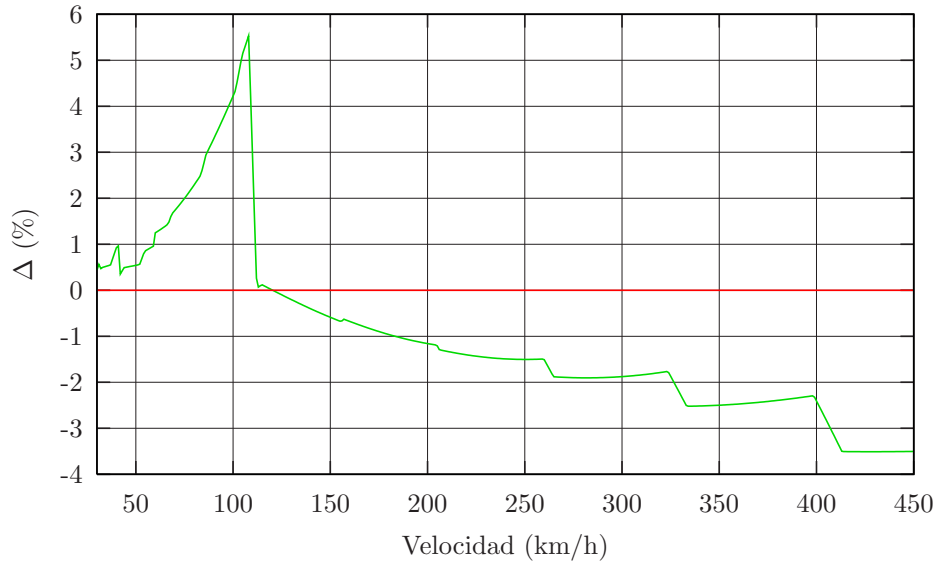


Figura 3.1: Variación de los desplazamientos verticales en una viga de $L = 15$ m usando elementos de interacción simplificada respecto a modelos de cargas puntuales. Variaciones con la velocidad.

Adicionalmente, cambios en las masas del vehículo, debidos, por ejemplo, a la cantidad de pasajeros y, cambios en el sistema de suspensión debido, por ejemplo, al paso del tiempo, pueden producir variaciones en el comportamiento del viaducto. En las dos superficies de la figura 3.2 se muestra la variación en la deflexión vertical de la viga x_b al modificar la masa m_v mediante un factor α_{m_v} y la rigidez k_v mediante un factor α_{k_v} , para dos velocidades $v = 90$ km/h y $v = 180$ km/h. En la superficie de la izquierda de la figura 3.2 se

ve que aumentos en la masa y disminuciones en la rigidez incrementan la respuesta Δ en modelos con interacción. En la superficie de la derecha, en cambio aumentos de la masa disminuyen la respuesta Δ .

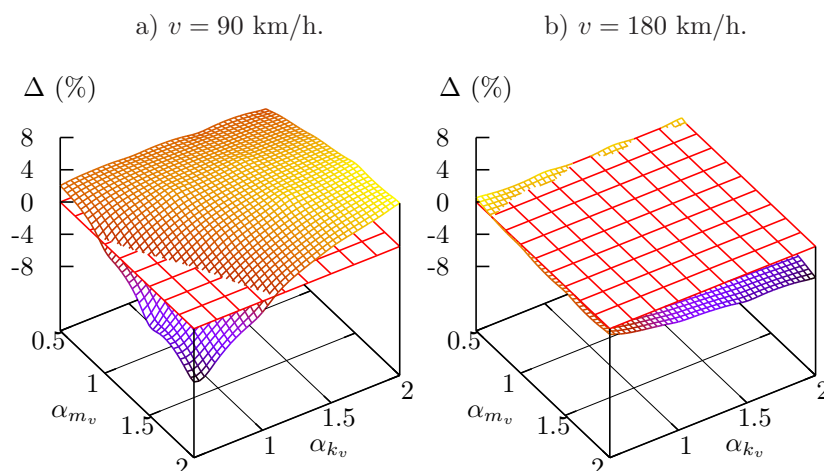


Figura 3.2: Variación de los desplazamientos verticales en una viga de $L = 15$ m usando elementos de interacción simplificada respecto a modelos de cargas puntuales. Variaciones con la masa y la rigidez. a) $v = 90$ km/h. b) $v = 180$ km/h.

El hecho de que los modelos sin interacción no sean suficientes para evaluar el efecto del paso de un vehículo sobre un viaducto y que ni siquiera sean envolventes de estos, hace necesario el uso de modelos más sofisticados que incluyan tanto las masas de los vehículos como el sistema de suspensión de estos. Esto será importante cuando se hagan estudios que estén enfocados al diseño, en los que se requerirá tener un valor de las variables que esté por el lado de la seguridad. Los principales aspectos de la normativa vigente en España serán abordados en el capítulo siguiente. Mientras, será importante recalcar que los modelos de cargas puntuales son sólo una aproximación de bajo coste computacional, pero que no está, necesariamente, por el lado de la seguridad.

3.2. Resonancia en viaductos

La resonancia de una estructura debido a unas fuerzas excitadoras puede producir grandes incrementos en los desplazamientos y aceleraciones de ésta, por lo que será importante tenerla en cuenta al hacer los análisis de viaductos sometidos a acciones de fuerzas periódicas como las provenientes de los ejes de un vehículo que están a ciertas distancias características.

Las distancias características de un tren son las distancias λ_k entre los ejes de éste. Cuando un vehículo se mueve sobre un viaducto a una velocidad constante v cada uno de los ejes pasará sobre un punto del viaducto con cierta frecuencia, dada por v/λ_k . Cuando la frecuencia del viaducto coincide con la frecuencia de los ejes o es un múltiplo entero de ésta, habrá riesgo de resonancia debido a las distancias λ_k (Fryba, 1996; Domínguez, 2001; Ju y Lin, 2003a):

$$i = \frac{f_0}{v/\lambda_k}. \quad (3.2)$$

Para ilustrar este fenómeno, se ha hecho pasar un vehículo modelado con diez elementos de interacción simplificada iguales, distanciados a $d_1 = 50$ m entre sí sobre un viaducto isostático. Los elementos de interacción están compuestos por una masa suspendida $m_v = 8000$ kg, rigidez de la suspensión $k_v = 3$ MPa, sin amortiguamiento ni masa no suspendida. El viaducto tiene masa $m_b = 30000$ kg/m, rigidez $EI = 280132900$ kNm² y longitud variable entre 35 m y 65 m, cambiando, de este modo, las frecuencias de éste. Además, se ha hecho un barrido de velocidades entre 90 km/h y 600 km/h, obteniendo los resultados que se muestran en las figuras de 3.3. En a) se muestran los desplazamientos y, en b) las aceleraciones frente a variaciones de la frecuencia del viaducto y la velocidad del vehículo.

Los efectos observados en las figuras 3.3 muestran la importancia de la resonancia en las estructuras. En ellas se observa un aumento de la respuesta dinámica en las líneas definidas por la ecuación (3.2). Aunque en este caso se ha estudiado el caso de una viga isostática, existe evidencia (Ju y Lin, 2003a) de que en estructuras más complejas, como puentes de arco, también este fenómeno es de importancia.

3.2.1. Modelización del vehículo

Se estudiará la influencia que tiene la metodología con que se modeliza el vehículo en los resultados obtenidos en el análisis dinámico del viaducto. Para esto, se analizará un puente obtenido del catálogo de viaductos isostáticos del comité ERRI con luz $L = 40$ m, $m_b = 30$ ton/m, $EI = 2,80132900 \cdot 10^8$ kNm² y frecuencia $f = 3$ Hz, al pasar sobre él dos coches del tren AVE S103 (apéndice A). Estos coches se modelarán con elementos de interacción simplificada (figura 2.2) y elementos de interacción vagón tipo 2 (figura 2.4). Los elementos de interacción simplificada tienen parámetros $m_v = 13425$ kg, $m_c^v = 0$, $k_v = 0,138158$ kN/mm y $c_v = 20$ kNs/m. Los de vagón tipo 2 tienen parámetros $m_v = 46995$ kg, $m_{v1} = m_{v2} = 3352,5$ kg, $c_{s1} = c_{s2} = 0$,

$k_{s1} = k_{s2} = 0,3 \text{ kN/mm}$, $c_{p1} = c_{p2} = c_{p3} = c_{p4} = 20 \text{ kNs/m}$, $k_{p1} = k_{p2} = k_{p3} = k_{p4} = 1,75 \text{ kN/mm}$.

Para calcular el momento de inercia del vagón I_v es necesario conocer la distribución de masas en cada vagón, la que en general será difícil de obtener. Para cuantificar la importancia de este parámetro en la respuesta del viaducto se ha hecho un barrido de momentos de inercias y velocidades para el viaducto en cuestión, obteniéndose los resultados que se muestran en la figura 3.4 en los que se observa que, con independencia de la velocidad, la magnitud de los momentos de inercia no influye en los desplazamientos verticales del centro del vano. Resultados similares se obtienen para las aceleraciones.

En la figura 3.4 se observa un pico en la envolvente de desplazamientos a una velocidad de 245 km/h, para la cual se muestra en la figura 3.5 las

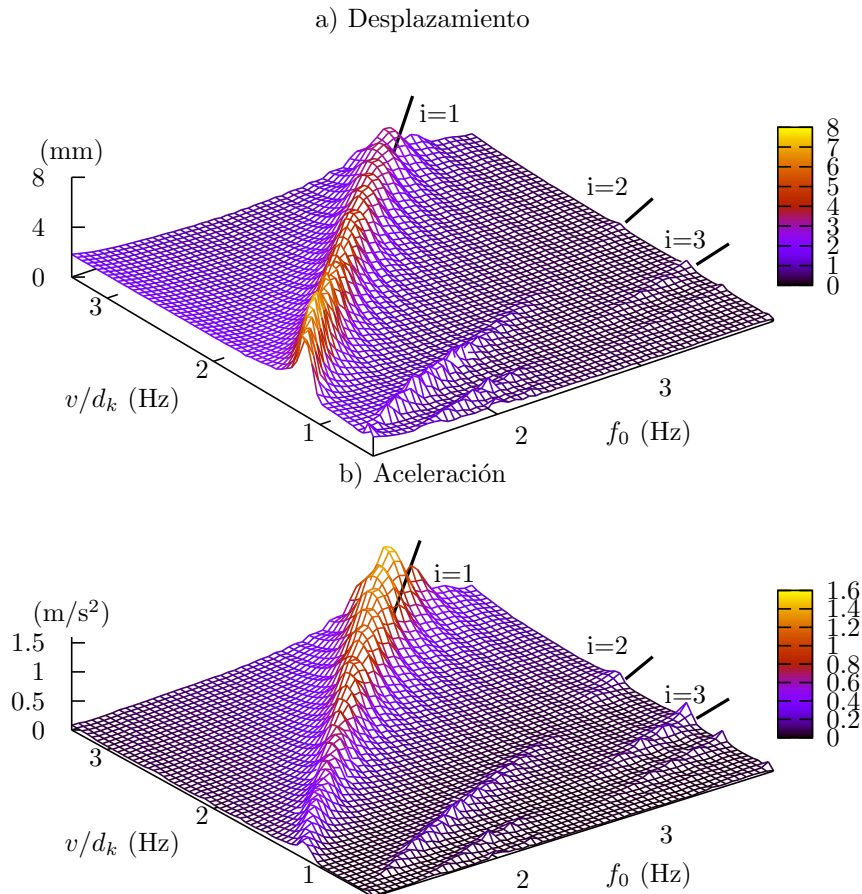


Figura 3.3: Resonancia en una viga isostática debida a distancias características del tren. Efecto en los desplazamientos y en las aceleraciones.

historias de tiempo del desplazamiento vertical en el centro del vano para tres valores concretos de momentos de inercia, corroborándose la poca influencia de I_v en los resultados obtenidos.

En las figuras de 3.6 se muestran las envolventes de desplazamientos y aceleraciones en el centro del vano del viaducto estudiado para los dos mo-

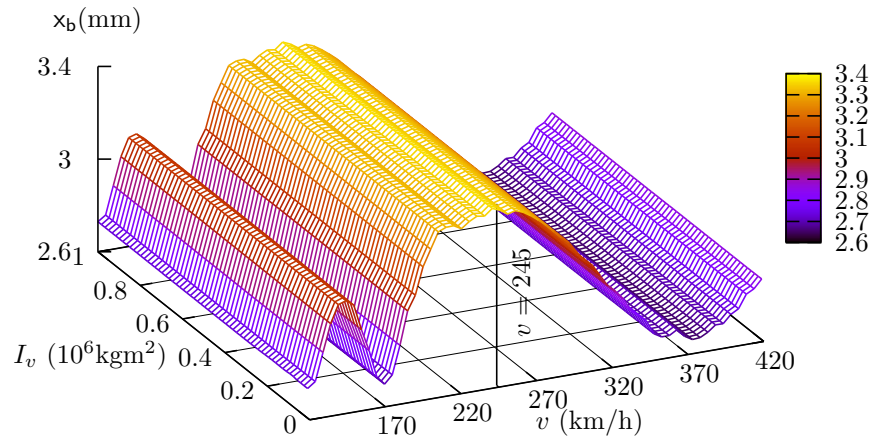


Figura 3.4: Influencia de la inercia I_v en la respuesta dinámica. Envolvente de desplazamientos verticales en el centro de vano de una viga de $L = 40$ m.

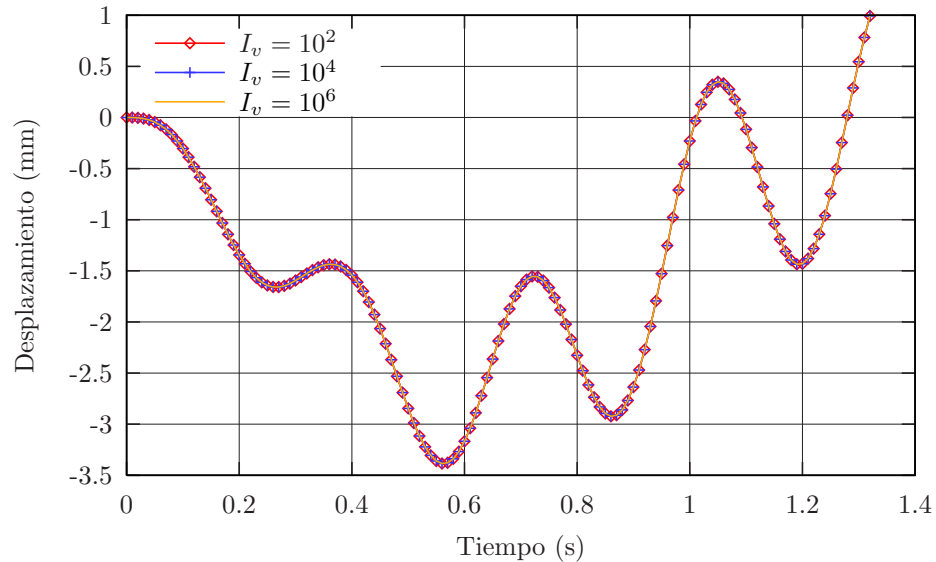


Figura 3.5: Influencia de la inercia I_v en la respuesta dinámica. Historia de desplazamientos verticales en el centro de vano de una viga de $L = 40$ m.

delos de trenes utilizados. En ellas se observa que los resultados en ambos modelos son muy parecidos, aunque el modelo de interacción vagón tipo 2 es capaz de recoger algunas vibraciones que el de interacción simplificada no, esto se debe a que en el primero hay mayor detalle en la modelización de las masas y rigideces y, por tanto, proporciona una respuesta de mayor riqueza.

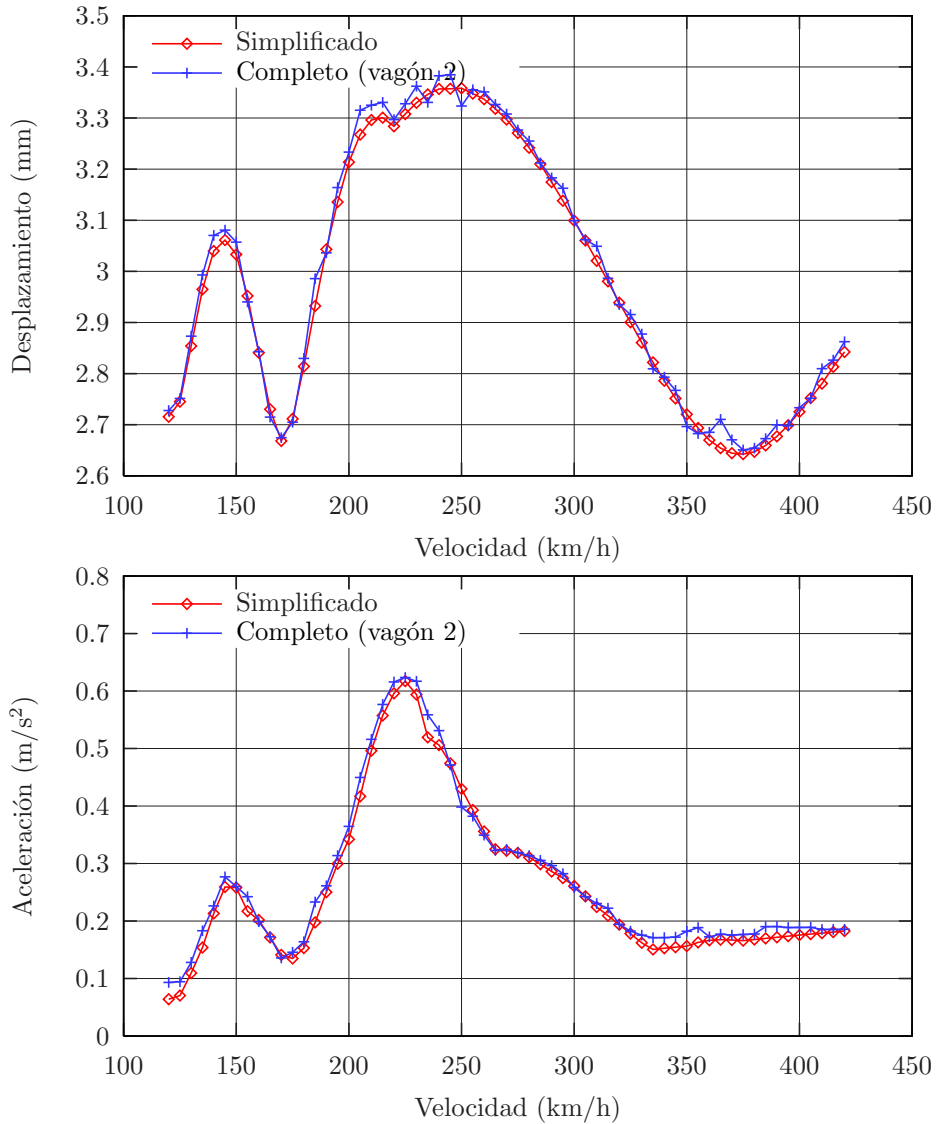


Figura 3.6: Elección del modelo de vehículo. Envolvente de desplazamientos y aceleraciones en el centro de vano de una viga de $L = 40$ m, con el tren a $v = 245$ km/h.

Con lo anterior se observa que el modelo de vehículo utilizado no es de-

terminante en los resultados en los casos estudiados, sin embargo, cuando se quieran obtener otro tipo de variables, por ejemplo, aceleraciones en el vagón para estudiar el confort del viaje, será necesario utilizar modelos completos de trenes.

3.2.2. Efecto de la masa del vehículo en las frecuencias de la estructura

Las frecuencias de la estructura completa, considerando el viaducto y el vehículo, dependen de la masa del tren. En general, al agregar una estructura adicional al viaducto, por ejemplo el tren, se agrega masa, la que podrá vibrar y por tanto generar unas fuerzas inerciales adicionales. Esta nueva estructura con más masa, tiene períodos más largos, lo que implica frecuencias menores, de modo que la velocidad de resonancia en (3.2) será menor. Debido a esto, el efecto de las fuerzas inerciales del vehículo sobre la estructura cobra importancia, pudiendo disminuir las velocidades de resonancia en varios km/h (Gabaldón et al., 2005).

Para mostrar estos efectos, se ha hecho pasar un tren de cargas compuesto por 20 elementos de interacción iguales distanciados a 20 m, con $m_c^v = 800$ kg, $m_v = 800$ kg y $k_v = 3$ MPa, sobre un viaducto del catálogo de puentes isostáticos del comité ERRI D214, de parámetros $L = 5$ m, $m_b = 7000$ kg/m, $EI = 453919$ kNm², de modo que la primera frecuencia es $f_0 = 16$ Hz. El vehículo se ha modelado de dos maneras distintas, la primera con elementos de interacción, la segunda sin considerar la interacción, es decir, con modelos de cargas puntuales.

Los resultados obtenidos se muestran en las figuras de 3.7. En ellas se ve que, para el rango de velocidades estudiadas, los picos de resonancia están en torno a lo predicho por la ecuación (3.2) para $i = 3, 4$ y 5 . Además, se aprecia una disminución de las velocidades de resonancia en los modelos con interacción respecto del modelo sin interacción, lo que se debe a lo explicado en los párrafos anteriores. Adicionalmente, en este ejemplo, se puede ver una disminución de la respuesta de los modelos con interacción.

3.2.3. Efecto del amortiguamiento en la respuesta

El amortiguamiento de la estructura será relevante al evaluar su respuesta, puesto que de él dependerá lo acusados que sean los efectos resonantes. Mientras más amortiguamiento tenga una estructura mayor será su capacidad de disipar energía y por tanto los efectos dinámicos serán menores. Esto se observa en las figuras 3.8, en las que se han hecho pasar dos vagones

portadores del tren AVE S103 (apéndice A) modelados con elementos de interacción simplificada sobre un viaducto isostático de $L = 40$ m de longitud obtenido del catálogo del comité ERRI. En ellas se observa el incremento de los desplazamientos y aceleraciones al disminuir la tasa de amortiguamiento ξ . Además, para los casos mostrados, estos efectos son más significativos en las aceleraciones (hasta $\approx 40\%$) que en los desplazamientos (hasta $\approx 5\%$).

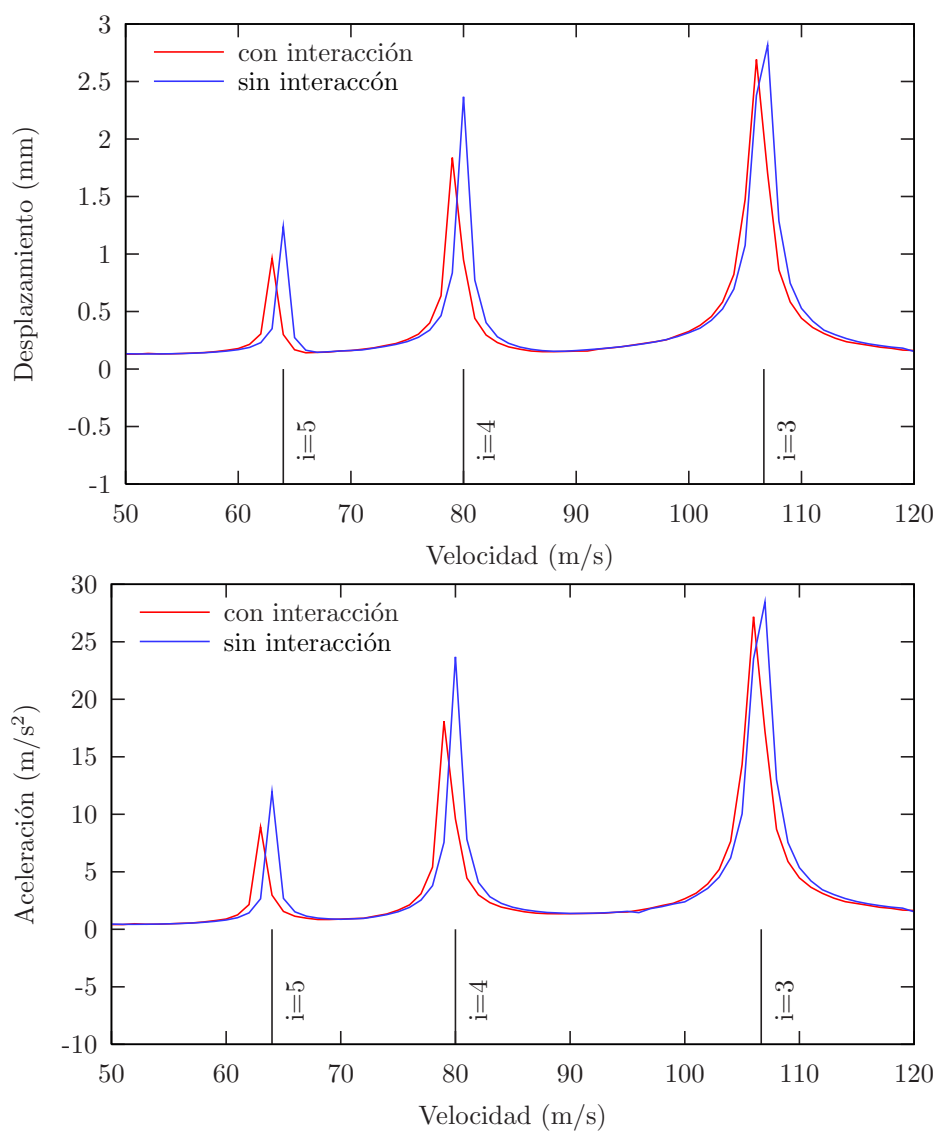


Figura 3.7: Efecto de las masas del vehículo en los desplazamientos y en las aceleraciones en una viga de $L = 5$ m.

3.2.4. Efecto de la masa rotacional

Se ha reportado (Gabaldón et al., 2005) que los términos correspondientes a la masa rotacional (sección 2.1.2) tienen gran importancia en viaductos de luces cortas. En las figuras de 3.9 se muestran los resultados obtenidos para un viaducto de 5 m de largo y frecuencia $f_0^{sin} = 16$ Hz cuando no se considera la masa rotacional para formar la matriz de masas y de $f_0^{con} = 13,5478$ Hz

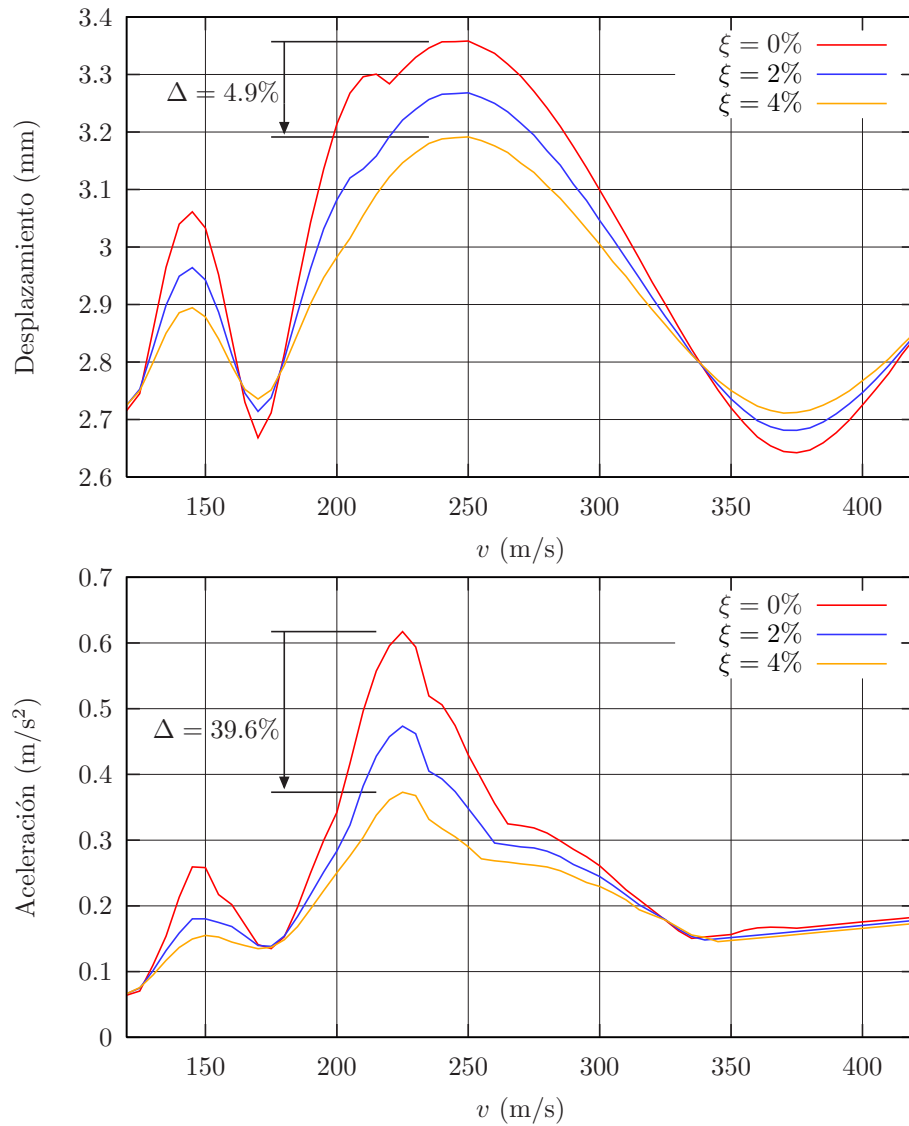


Figura 3.8: Efecto del amortiguamiento en los desplazamientos y en las aceleraciones de una viga isostática de $L = 40$ m.

cuando sí se considera, obtenido del catálogo de viaductos isostáticos del comité ERRI, sobre el cual se ha hecho pasar un modelo de cargas puntuales del tren AVE S103 (apéndice A), de longitud característica $\lambda_k = 24,775$ m.

Se observa que al incluir la masa rotacional en los análisis la frecuencia del viaducto disminuye en Δf_0 y con ella la velocidad a la cual se produce la resonancia (ecuación 3.2). Se observa que en los desplazamientos no se produce un cambio significativo de la magnitud de los picos, en cambio, en las aceleraciones también se produce una disminución de los picos. Se pueden ver más ejemplos del efecto de la masa rotacional en (Gabaldón et al., 2005).

3.2.5. Resonancia en torsión

Además de los fenómenos de resonancia antes estudiados, que hacen referencia a la respuesta vertical del viaducto, también existe la posibilidad de que el viaducto entre en resonancia en otros grados de libertad, como por ejemplo, los de torsión. En las figuras 3.10 se muestran los resultados obtenidos al pasar el tren AVE S103 (apéndice A) a 3 m del eje de una viga isostática de $L = 27$ m, $I_{xx} = I_{yy} = 0,12938$ m⁴, $J = 0,005$ m⁴, $E = 50$ MPa, $\rho = 3210$ kg/m³. La viga quedará solicitada por fuerzas verticales y momentos torsores. Los picos de resonancia en desplazamientos verticales se producen para la frecuencia correspondiente al primer modo de vibrar ($f_1 = 3,0589$ Hz) y, para los giros de torsión se produce para la frecuencia correspondiente al primer modo a torsión ($f_2 = 6,5647$ Hz). Las resonancias de distintos grados de libertad no se producen necesariamente para frecuencias iguales. Este fenómeno será de importancia en viaductos donde la línea de ferrocarril no esté sobre el eje de éste y se puedan producir torsiones importantes.

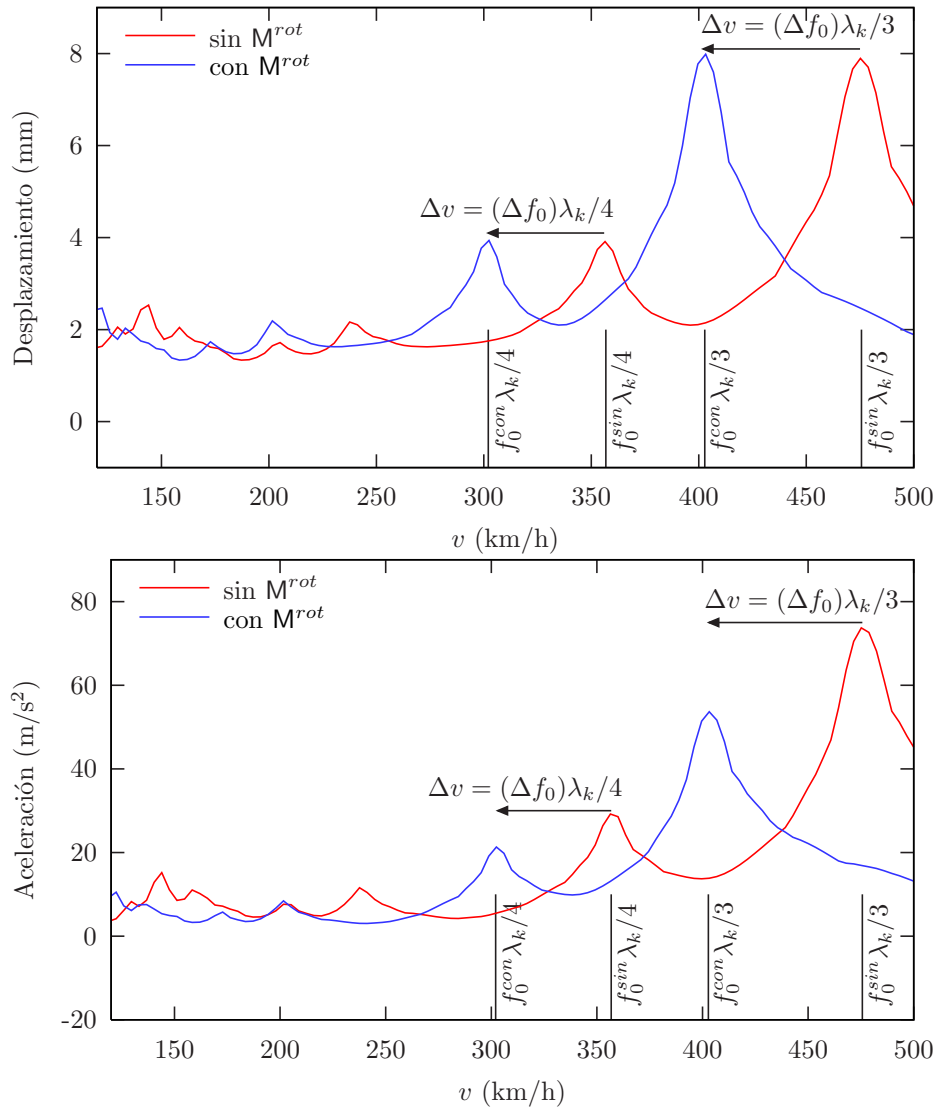


Figura 3.9: Efecto de la masa rotacional en los desplazamientos y aceleraciones de un viaducto de $L = 5$ m.

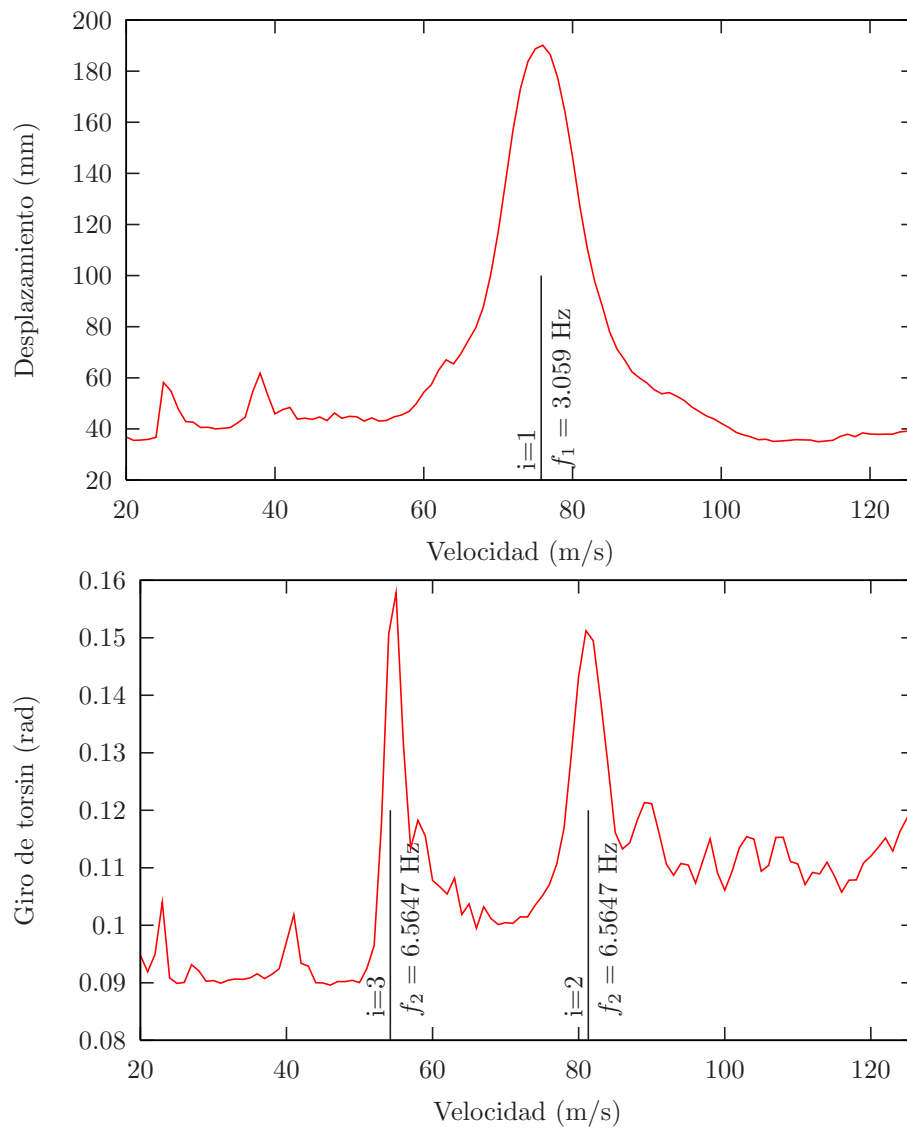


Figura 3.10: Comparación de las frecuencias de resonancia de desplazamientos verticales y giros de torsión en una viga de $L = 27$ m.

Capítulo 4

Normativa vigente en España

Los análisis dinámicos de viaductos sometidos a acciones de trenes de alta velocidad suelen estar enfocados al diseño de nuevas estructuras o a la verificación de estructuras ya existentes, por lo cual será importante tener en cuenta lo que dice la normativa al respecto. En este capítulo se detallan los aspectos de la normativa vigente en España relacionados con el análisis dinámico. Concretamente la “Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de ferrocarril” (IAPF) (MFOM, 2003) de la Secretaría de Estado de Infraestructura del Transporte del Ministerio de Fomento de Febrero de 2003.

Con ello se pretende poner de manifiesto la aplicabilidad que tienen los modelos de cálculo dinámico descritos en este trabajo en relación a los requisitos de la instrucción IAPF (MFOM, 2003). En los siguientes apartados se muestran resultados obtenidos en el viaducto sobre el Río Genil de la línea Córdoba-Málaga. Los detalles de los cálculos y de la definición de la estructura se describen en el informe (Gabaldón et al., 2004).

4.1. Criterios a verificar del Estado Límite de Servicio (ELS)

Los criterios que exige verificar la IAPF están pensados para asegurar el tráfico y la comodidad de los pasajeros. Los criterios son la aceleración vertical, el alabeo, el giro en apoyos del tablero, las deformaciones horizontales y las vibraciones transversales del tablero. En lo que concierne a esta investigación los principales efectos del paso de un tren sobre un viaducto son las

deformaciones y aceleraciones verticales, de modo que se hará énfasis en los criterios que a estos atañen.

4.1.1. Aceleración vertical del tablero

La aceleración vertical máxima a_{max} se verificará para velocidades mayores de 220 km/h o tipologías de puentes no convencionales. En el caso de líneas donde sea aplicable la interoperabilidad ferroviaria se utilizarán modelos de cargas HSLM, en otro caso se utilizarán modelos de cargas puntuales de trenes reales. Realizándose los cálculos con todos los modos de frecuencias menores de 30 Hz o del doble de la primera frecuencia propia (el mayor entre ambos) y con una vía cargada en la situación más desfavorable. Los límites establecidos son:

$$a_{max} \leq \begin{cases} 0,35g, & \text{en puentes de vía con balasto,} \\ 0,5g, & \text{en puentes de vía sin balasto.} \end{cases} \quad (4.1)$$

Debe tenerse en cuenta que al permitirse aceleraciones de hasta 0,5g se permite que las fuerzas verticales del vehículo se incrementen en hasta un 50 % respecto al peso de éste producto de las fuerzas de inercia. Esto será especialmente importante en viaductos largos de comportamiento semejante al de vigas isostáticas, puesto que los desplazamientos verticales estarán gobernados por un modo que es capaz de movilizar toda la estructura, incluyendo al tren, con aceleraciones en el mismo sentido.

Este aumento de las fuerzas verticales se obtiene naturalmente en modelos que incluyan interacción, sin embargo, en modelos que no lo hagan, estas fuerzas adicionales no son consideradas, pudiendo quedar el análisis por el lado de la inseguridad.

En la figura 4.1 se muestra la envolvente de aceleraciones en el centro de vano del viaducto definido en (Gabaldón et al., 2004) para los trenes reales y los trenes universales. El valor máximo del eje de ordenadas corresponde al límite establecido en la IAPF (MFOM, 2003) (3,5 m/s²).

4.1.2. Alabeo del tablero

El máximo alabeo t permitido entre dos secciones distantes entre sí una longitud de 3 m tendrá los límites de (4.2)

$$t \leq \begin{cases} 4,5\beta\text{mm}/3\text{m}, & V \leq 120\text{km/h}, \\ 3,0\beta\text{mm}/3\text{m}, & 120 < V \leq 220\text{km/h}, \\ 1,5\beta\text{mm}/3\text{m}, & V > 220\text{km/h}, \end{cases} \quad (4.2)$$

en donde $\beta = 1,78r^2/(r + 0,5)^2$, siendo r la distancia en metros entre puntos de apoyo en carril de las 2 ruedas de un eje, puede tomarse a r con un valor igual al ancho de la vía incrementado en 65 mm.

En la figura 4.2 se muestran las envolventes del alabeo del viaducto definido en (Gabaldón et al., 2004) para los trenes reales y los trenes universales. Los valores máximos del eje de las ordenadas corresponden al límite de la IAPF (MFOM, 2003).

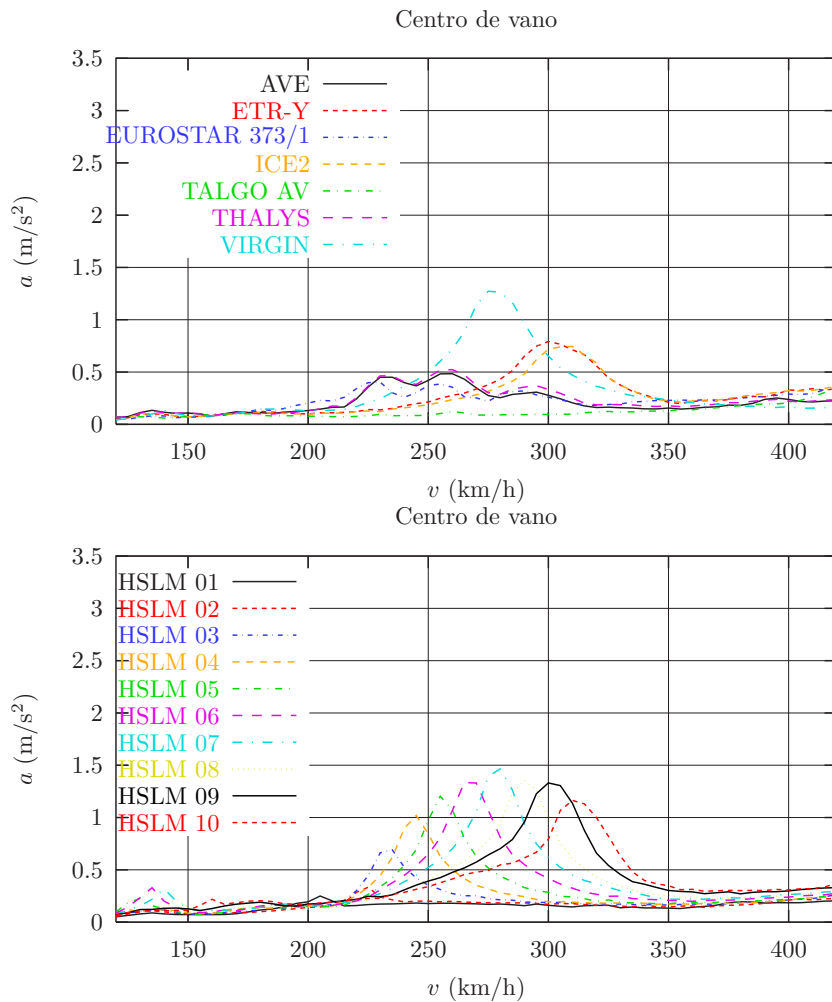


Figura 4.1: Aceleraciones en el centro del vano. Trenes Reales y Universales.

4.1.3. Giro del tablero en sus extremos (en vías con balasto)

Se define como θ al ángulo entre el tablero y la horizontal y, $\theta_1 + \theta_2$ a la suma de los ángulos entre el tablero y la horizontal de dos tableros consecutivos. Con esto, se exigen los siguientes límites:

En la transición entre el tablero y el estribo:

$$\theta \leq \begin{cases} 6,5 \cdot 10^{-3}, & \text{para puentes con vía única,} \\ 3,5 \cdot 10^{-3}, & \text{para puentes con más de una vía.} \end{cases} \quad (4.3)$$

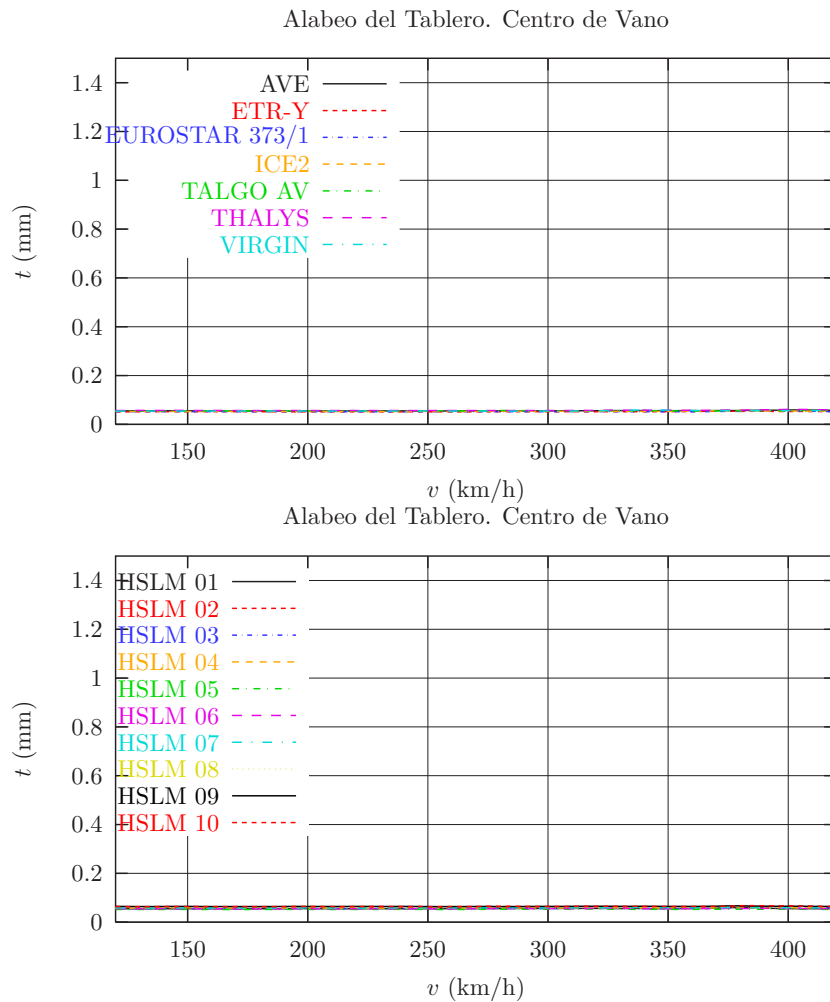


Figura 4.2: Envolturas del alabeo en el tablero. Trenes Reales y Universales.

Entre dos tablero consecutivos:

$$\theta_1 + \theta_2 \leq \begin{cases} 10 \cdot 10^{-3}, & \text{para puentes con vía única,} \\ 5 \cdot 10^{-3}, & \text{para puentes con más de una vía.} \end{cases} \quad (4.4)$$

En el caso de vía sin balasto en una de las zonas adyacentes al extremo:

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 \leq \begin{cases} 5 \cdot 10^{-3}, & \text{para puentes con vía única,} \\ 2,5 \cdot 10^{-3}, & \text{para puentes con más de una vía.} \end{cases} \quad (4.5)$$

En el caso de vía sin balasto a ambos lados del extremo, será necesario realizar un estudio específico.

A continuación se muestran las envolventes de giro en el apoyo de entrada 4.3 y de salida 4.4 del viaducto definido en (Gabaldón et al., 2004) para los trenes reales y los trenes universales. Los valores máximos del eje de las ordenadas corresponden al límite de la IAPF (MFOM, 2003).

4.2. Coeficiente de Impacto

El viaducto deberá ser proyectado y construido de manera que, con una seguridad aceptable, sea capaz de soportar todas las sollicitaciones a las que se vea expuesto durante su construcción y vida útil, cumpliendo la función para la que fue concebido. Una de estas sollicitaciones son los efectos dinámicos debidos al tráfico ferroviario, los que quedarán caracterizados mediante un coeficiente de impacto Φ (2.3.3 de (MFOM, 2003)) definido en la siguiente ecuación:

$$\Phi = \frac{\delta_{\text{din,real}}^{\text{ideal}}}{\delta_{\text{est,tipo}}} \cdot (1 + 0,5\varphi''), \quad (4.6)$$

donde $\delta_{\text{din,real}}^{\text{ideal}}$ es la flecha obtenida mediante el cálculo dinámico (sin considerar los efectos de las irregularidades del carril) para un determinado tren y una determinada velocidad. El término $\delta_{\text{est,tipo}}$ es la flecha debido al tren tipo de la U.I.C. definido en el apartado 2.3.2.1 de la IAPF 2003 (MFOM, 2003). Finalmente φ'' es el coeficiente con el que se consideran los efectos de las irregularidades del carril.

Las sollicitaciones dinámicas deberán ser calculadas mediante alguno de los métodos disponibles en la norma, de los cuales, los correspondientes a la alta velocidad son los que se describen en los apartados siguientes (apéndice B de la IAPF (MFOM, 2003)).

En la figura 4.5 se muestran las envolventes del coeficiente de impacto calculado en el centro del vano usando los valores del ejemplo de (Gabaldón et al., 2004) para trenes los reales y los universales.

4.3. Métodos de cálculo disponibles para estructuras isostáticas

4.3.1. Cálculo simplificado mediante la impronta dinámica del tren

No tiene limitaciones en cuanto a frecuencias ni masas mínimas, sin embargo, sólo es aplicable a puentes isostáticos. Se basa en el análisis de vibraciones libres después del paso de cada eje, usando expresiones analíticas para determinar una cota de la respuesta dinámica máxima. No requiere de

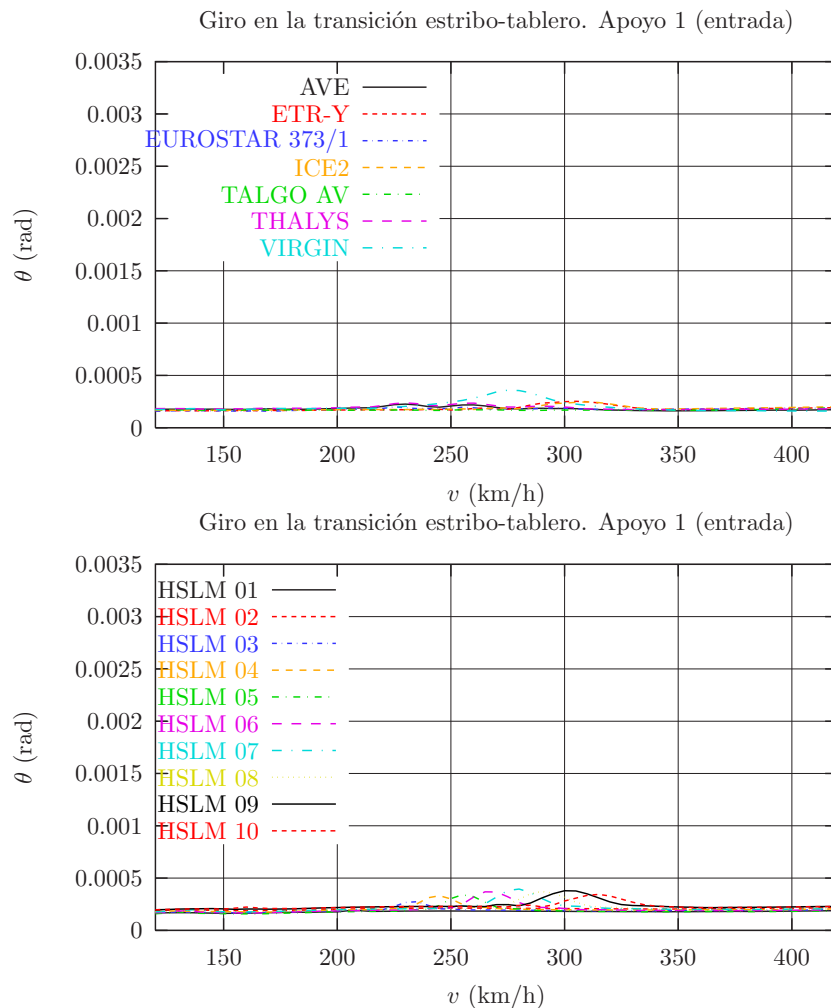


Figura 4.3: Envolventes del giro en el apoyo de entrada del viaducto. Trenes Reales y Universales.

una integración en el tiempo. Tiene en cuenta los posibles efectos de resonancia, aunque no la interacción vehículo-estructura (Domínguez, 2001). La respuesta dinámica quedará dada por 4.7:

$$\Gamma = C_t \cdot A(K) \cdot G(\lambda), \tag{4.7}$$

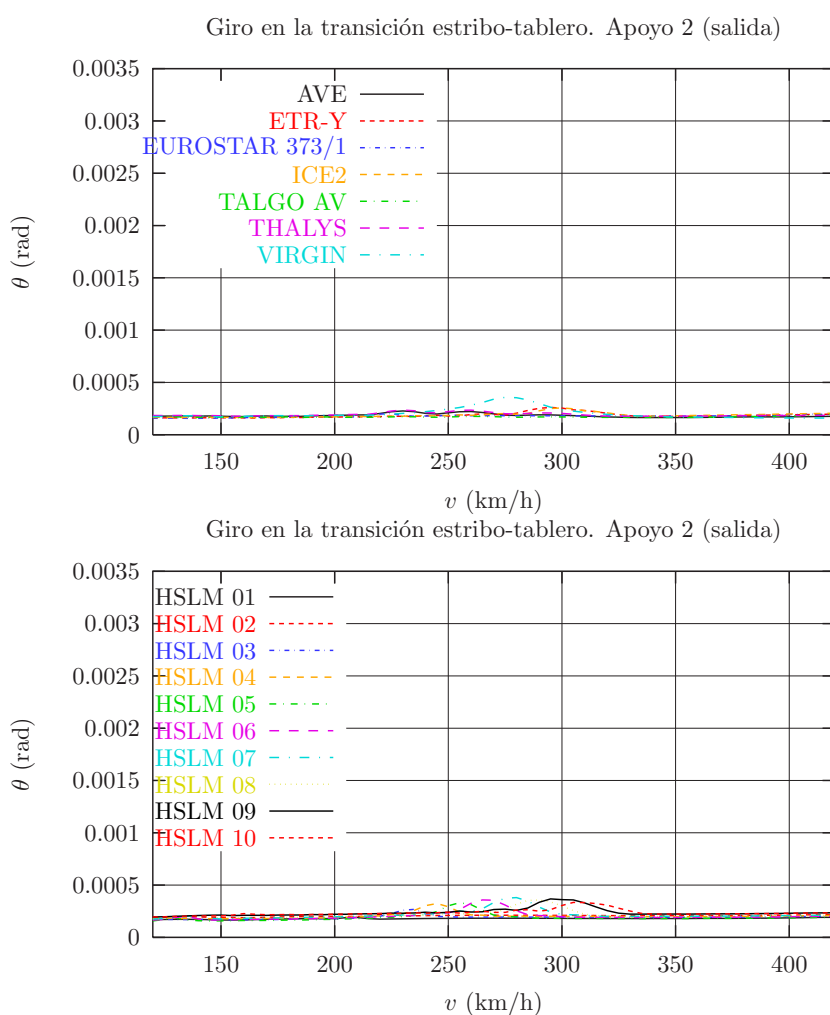


Figura 4.4: Envolventes del giro en el apoyo de salida del viaducto. Trenes Reales y Universales.

en donde:

$$C_t = \begin{cases} \frac{2}{M}, & \text{cuando se calculan aceleraciones,} \\ \frac{2}{(2\pi f_0)^2 M}, & \text{cuando se calculan desplazamientos,} \end{cases}$$

$$A(K) = \frac{K}{\sqrt{(1-K^2)^2 + 4K^2\xi^2}} \sqrt{e^{-2\xi\frac{\pi}{K}} + 1 + 2\cos\left(\frac{\pi}{K}\right) e^{-\xi\frac{\pi}{K}}},$$

$$G(\lambda) = \max_{k=1}^n \sqrt{\left[\sum_{i=1}^k F_i \cos(2\pi\delta_i) e^{-2\pi\xi\delta_i} \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^k F_i \sin(2\pi\delta_i) e^{-2\pi\xi\delta_i} \right]^2}, \quad (4.8)$$

En que M es la masa total del tablero, f_0 es la frecuencia natural funda-

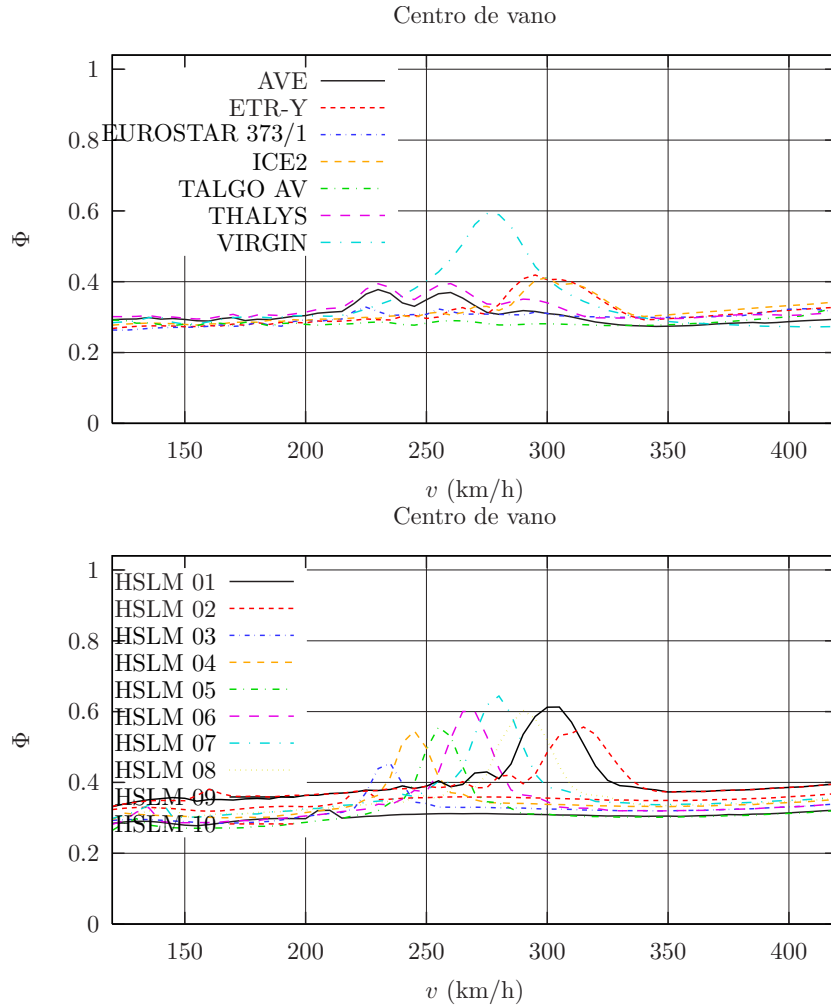


Figura 4.5: Envolventes del coeficiente de impacto. Trenes Reales y Universales.

mental del puente, ξ es la tasa de amortiguamiento estructural del puente, v es la velocidad del tren, $\lambda = v/f_0$ es la longitud de onda de la excitación y $K = \lambda/2L$ es un parámetro adimensional. $\delta_i = (x_k - x_i)/\lambda$, x_i es la distancia que del eje i al primer eje de la composición y k es un índice que indica la longitud del subtren (Domínguez, 2001; D214, 1999; MFOM, 2003). Cuando se calculen los desplazamientos, habrá que sumar los desplazamientos correspondientes a la respuesta estática.

En la figura 4.6 se muestran las improntas dinámicas de cuatro trenes europeos de alta velocidad comparadas con la envolvente de las improntas de los trenes universales, todas para un amortiguamiento del 2%. Se ha considerado que $f_0 = 5$ Hz para determinar la longitud de onda λ , lo que será de utilidad en un ejemplo posterior de 4.3.4.

En la figura 4.6 se observa que las improntas de los trenes universales son superiores a la de los trenes reales, excepto en una ventana para longitudes de onda pequeñas que, sin embargo, no son determinantes en cuanto a máximos en el barrido de velocidades realizado.

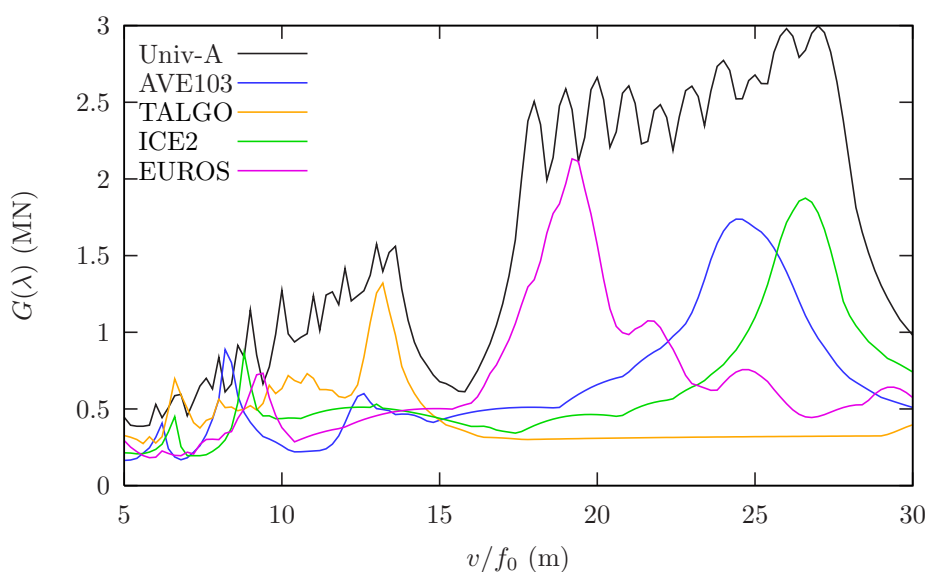


Figura 4.6: Improntas dinámicas de algunos trenes europeos de alta velocidad.

4.3.2. Integración directa en el tiempo con modelos de cargas móviles

Este es un método que no tiene limitaciones de validez en cuanto a frecuencias y masas mínimas y es aplicable a puentes isostáticos e hiperestáticos.

Se basa en la representación de los trenes como cargas móviles de magnitud constante, integrando en el tiempo el comportamiento dinámico de la estructura. No tiene en cuenta la interacción vehículo-estructura. Se puede hacer un análisis modal presuponiendo un comportamiento lineal de la estructura o una integración del modelo completo usando el método de los elementos finitos. Este método se corresponde con el descrito en el apartado 2.2.1 de este trabajo. Los valores característicos de las cargas por eje de los trenes están definidos en el apéndice C de la IAPF (MFOM, 2003).

4.3.3. Integración directa en el tiempo con interacción vehículo-estructura

Estos métodos no tienen limitación en cuanto a frecuencias y masas mínimas, ni a tipologías de puentes, sin embargo, su aplicación aún está sujeta a la aprobación de la autoridad competente.

En el apartado 2.4 del presente trabajo se detallan los principales métodos de análisis con interacción. En (Domínguez, 2001) se reportan algunos ejemplos en los que el uso de modelos con interacción produce una disminución de los desplazamientos y aceleraciones en resonancia de hasta un 30 %, sin embargo, en general, como se ha mostrado en 3.1 esto no siempre se verifica, pudiendo haber casos en los que la respuesta de modelos con interacción sea mayor.

4.3.4. Comparación entre los métodos simplificados y de integración en el tiempo de la norma

Se compararán los resultados obtenidos con los tres métodos de análisis disponibles en la norma y descritos anteriormente, para lo cual se usará el ejemplo del apartado B.3.5.3 de (MFOM, 2003), en el cual se hace pasar un modelo del tren ICE2 sobre un viaducto isostático tipo de $L = 15$ m de luz y frecuencia natural $f_0 = 5$ Hz extraído del catálogo del comité ERRI (D214, 1999), obteniéndose las curvas que se muestran en las figuras 4.7, en las que se observa que la envolvente obtenida mediante el método de la impronta dinámica está por el lado de la seguridad respecto de las obtenidas mediante la integración en el tiempo con y sin interacción, salvo en una ventana en torno a $v/f_0 = 10$ m que no es determinante en la obtención de la respuesta máxima dado el barrido de velocidades realizado.

De esta forma, el método LIR se plantea como una forma práctica y rápida de estudiar modelos de vigas isostáticas.

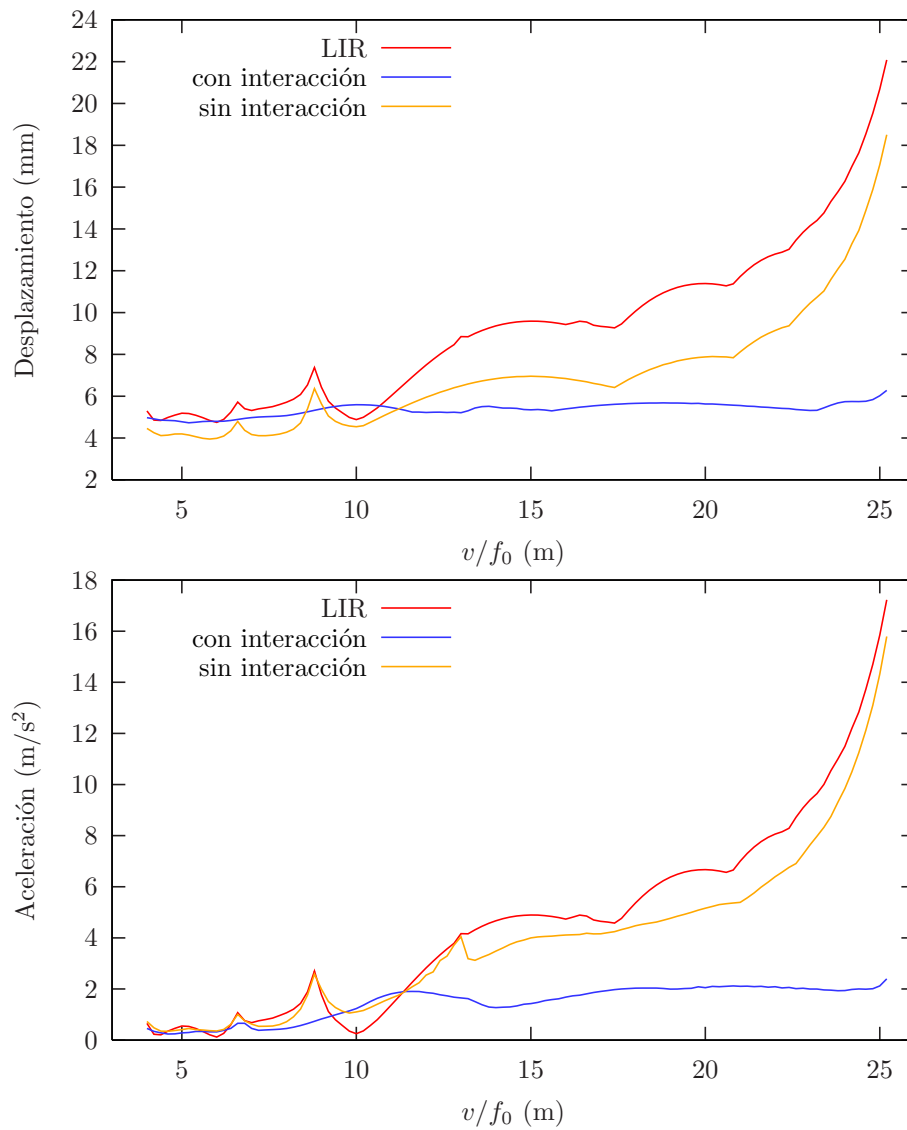


Figura 4.7: Comparación entre los métodos disponible en la norma para análisis dinámico. Paso del tren ICE2 sobre un viaducto de $L = 15$ m.

Capítulo 5

Simulaciones

Como aplicaciones realistas de los modelos implementados en este trabajo y ya descritos en el capítulo 2, en éste se describe el análisis de dos viaductos de tipología singular.

El primero de ellos corresponde a un viaducto arco, en el cual se integran en el tiempo los modos de oscilar, considerando modelos de cargas puntuales y modelos con interacción de algunos trenes europeos reales y los trenes universales definidos en el eurocódigo. El segundo análisis es de un viaducto de tipo “bow-string”, en el cual se hace una búsqueda de fenómenos resonantes y se integran en el tiempo los modos de oscilar usando modelos de cargas puntuales y con interacción de trenes reales europeos y los trenes universales definidos en el eurocódigo.

5.1. Análisis de un viaducto arco

5.1.1. Descripción del modelo de viaducto

Se muestran los resultados de los cálculos dinámicos del viaducto sobre el río Ulla, en la línea de Alta Velocidad Ourense-Santiago, actualmente en fase de proyecto. Este viaducto es un arco de hormigón de 170 m de luz. para el acceso al vano principal se han dispuesto dos accesos constituidos por viaductos de 4 y 5 vanos de hormigón pretensado. la unión del arco con el tablero se realiza mediante 5 montantes también de hormigón, siendo la longitud de este de 630 m (ver figura 5.1). El extremo izquierdo se encuentra impedido a desplazamientos verticales, al igual que el derecho, que además tiene restringido el desplazamiento horizontal. Todas las pilas, así como el

arco en su base se encuentran empotrados.

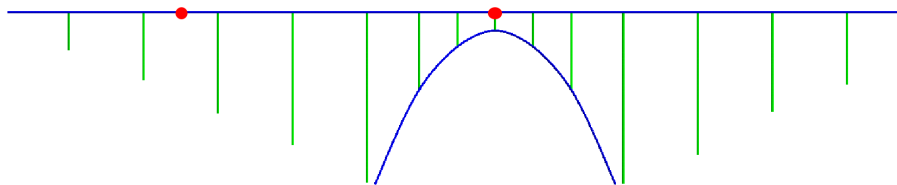


Figura 5.1: Vista en elevación del modelo del viaducto

El viaducto se ha modelado en dos dimensiones discretizándolo mediante 1639 elementos de viga de Euler-Bernoulli de 3 grados de libertad cada uno, y 1636 nodos, dando lugar a un total de grados de libertad igual a 4872. Se han usado 36 materiales distintos para describir las características del tablero, del arco y de las pilas, que son de sección variable. En todos los casos estudiados se ha hecho un análisis modal de los primeros 114 modos, con objeto de incluir todos aquellos de frecuencia menor de 30 Hz (MFOM, 2003). Las velocidades comprendidas en los barridos de velocidades están entre los 20 y los 126 m/s cada 1 m/s.

5.1.2. Metodología de análisis

Se harán circular cuatro trenes reales (AVE S103 ($\lambda_k = 24,775$), TALGO ($\lambda_k = 13,14$), ICE-2 ($\lambda_k = 26,40$) y EUROSTAR ($\lambda_k = 18,70$)) sobre el viaducto descrito anteriormente. Se emplearán modelos sin interacción de cargas puntuales (sección 2.2.1) y modelos de interacción simplificada (sección 2.2.2) mediante un análisis modal de la estructura (sección 2.4.5). Además se calcularán las envolventes obtenidas con los trenes universales, definidos en la norma (MFOM, 2003) y se compararán con los resultados de los trenes reales.

5.1.3. Modos y frecuencias

En la figura 5.2 se muestran los cuatro primeros modos de vibración del viaducto. Los valores de las frecuencias principales servirán para detectar posibles fenómenos de resonancia, ya que estos están relacionados mediante la expresión (3.2) con las velocidades de los trenes.

5.1.4. Envolventes con y sin interacción

Se han estudiado en este viaducto 2 puntos del tablero, que son los que se indican con un punto rojo en la figura 5.1. El primero está en el centro del tercer vano y el segundo en el centro del tablero.

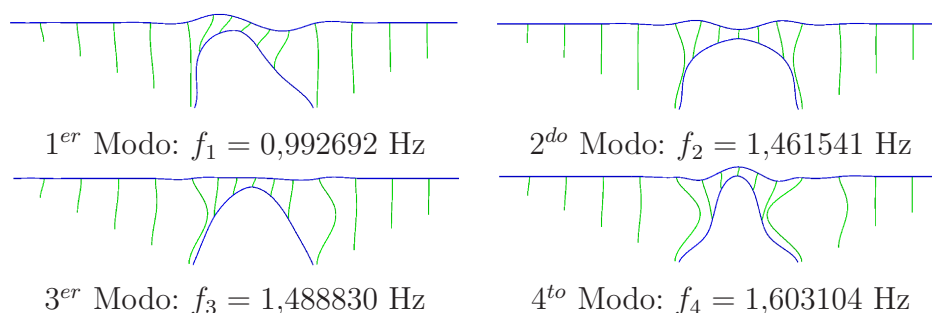


Figura 5.2: Modos de vibrar del viaducto

Los resultados obtenidos se muestran en las figuras 5.3 y 5.4. Se han usado líneas continuas para representar las envolventes de los modelos con interacción y círculos para modelos de cargas puntuales. La envolvente de los trenes universales se ha representado con línea continua negra. En las figuras se observa que, tanto en las aceleraciones y desplazamientos de los dos puntos estudiados, los trenes universales entregan una respuesta envolvente para el barrido de velocidades realizado. Además se observa que los resultados obtenidos en modelos con y sin interacción son semejantes tanto en desplazamientos como en aceleraciones.

5.2. Análisis de un viaducto de tipo bow-string

5.2.1. Descripción del modelo de viaducto

Este viaducto de tipo “bow-string” tiene una geometría como la que se muestra en la figura 5.5, teniendo una longitud total de 200 m, un ancho de 10 m y una altura máxima del arco de 26,79 m.

Para hacer los análisis se ha discretizado el viaducto mediante 388 nodos y 612 elementos de viga de Euler-Bernoulli de 6 grados de libertad cada uno, dando lugar a un total de 2313 grados de libertad. El viaducto se encuentra impedido de todos los desplazamientos en el extremo izquierdo y sólo se permite el desplazamiento horizontal en la dirección del tablero en el derecho. Se han usado 8 tipos diferentes de materiales para modelar las vigas maestras, vigas transversales y diagonales del tablero, además de las columnas y vigas longitudinales y transversales del arco, así como los tirantes de este y los carriles de la vía. Se han utilizado los primeros 68 modos de vibrar, de forma de incluir en los análisis todos los modos con frecuencias menores de 30 Hz (MFOM, 2003). Los barridos de velocidades comprenden desde 20 hasta 126 m/s cada 1 m/s.

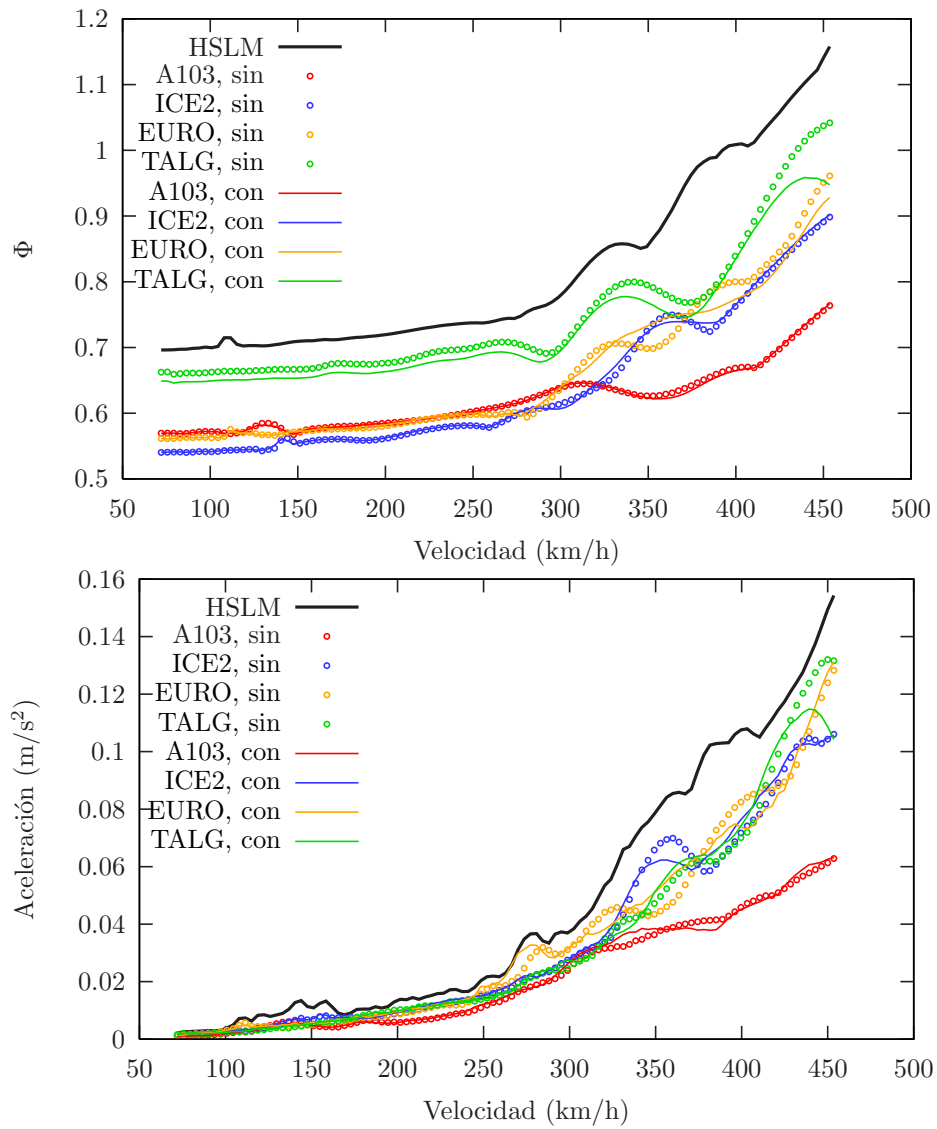


Figura 5.3: Desplazamiento y aceleración en el centro del tablero del viaducto.

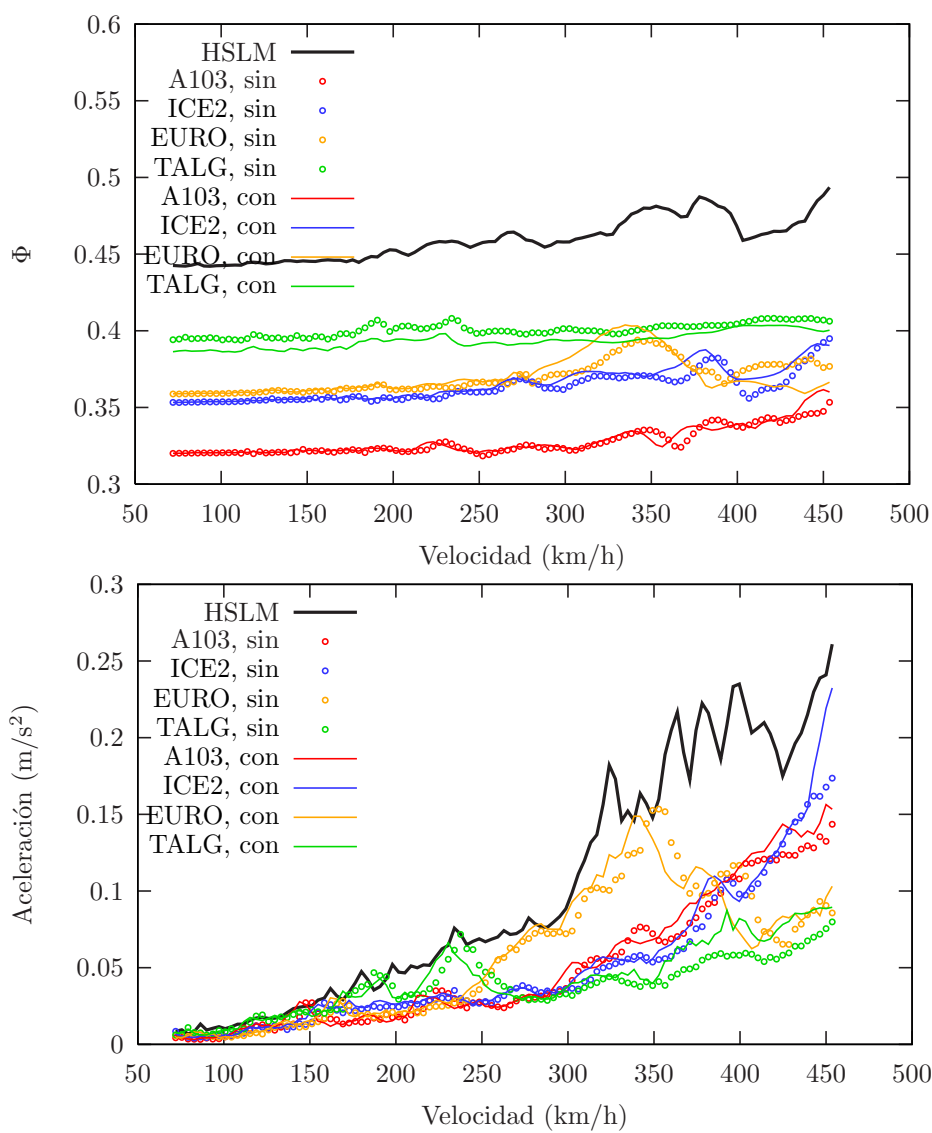


Figura 5.4: Desplazamiento y aceleración en el centro del tercer vano del viaducto.

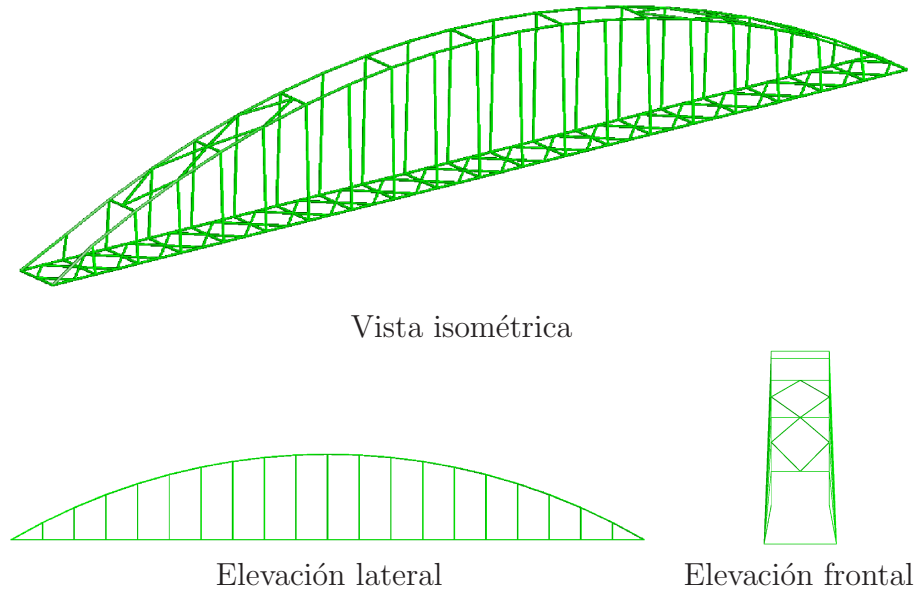


Figura 5.5: Vistas del viaducto

5.2.2. Metodología de análisis

Se hará una búsqueda de fenómenos resonantes del viaducto mediante un barrido de distancias características de trenes λ_k y velocidades, para ello se usará un modelo de tren consistente en una serie de elementos de interacción simplificada (sección 2.2.2) equidistanciados y se compararán los resultados obtenidos con la predicción teórica de la resonancia de la ecuación (3.2).

Luego, se harán circular cuatro trenes reales (AVE S103, TALGO, ICE-2 y EUROSTAR) sobre este viaducto. Se emplearán modelos sin interacción de cargas puntuales (sección 2.2.1) y modelos de interacción simplificada (sección 2.2.2) mediante un análisis modal de la estructura (sección 2.4.5). Además se calcularán las envolventes obtenidas con los trenes universales, definidos en la norma (MFOM, 2003) y se compararán con los resultados de los trenes reales.

5.2.3. Modos y frecuencias

En la figura 5.6 se muestran los cuatro primeros modos de vibrar con sus respectivas frecuencias. Se observa la semejanza de los primeros modos a los de una viga isostática biapoyada. Los segundo y tercer modos corresponden a flexión vertical, mientras que el primero y cuarto modo corresponden a flexión horizontal.

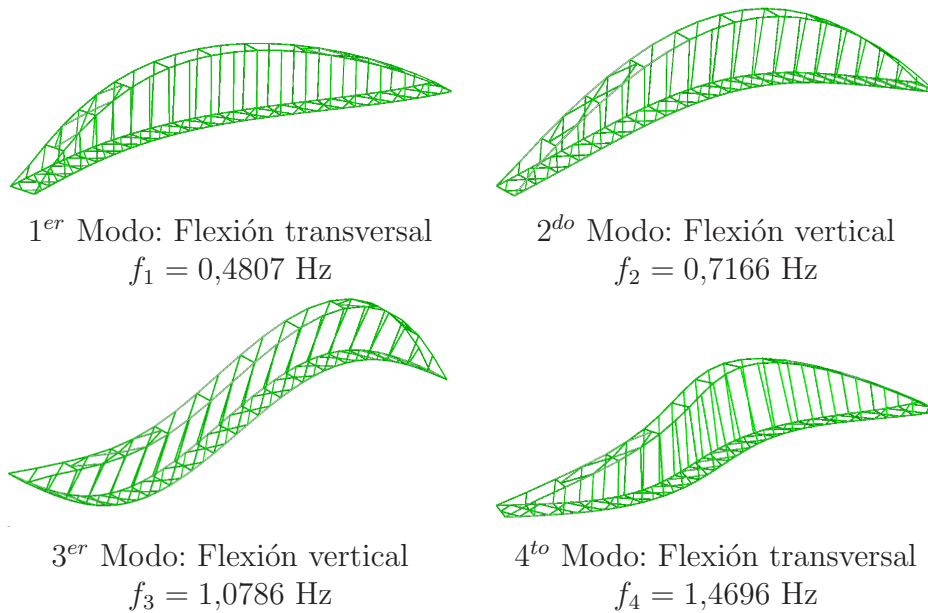
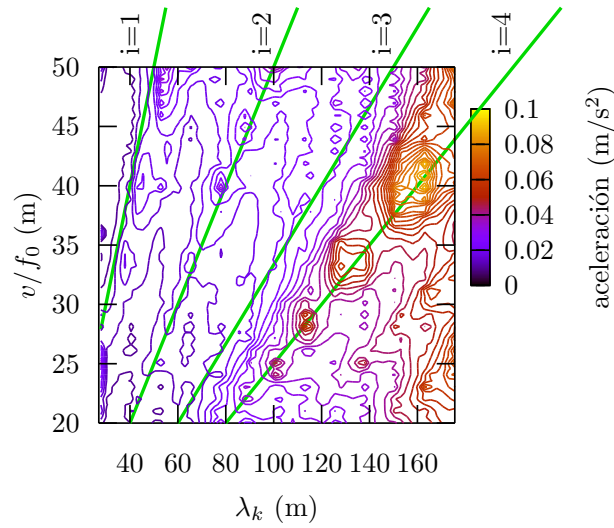


Figura 5.6: Modos de vibrar del viaducto

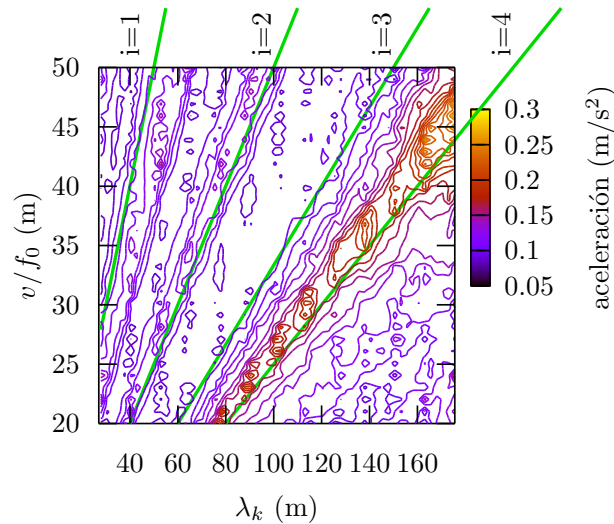
5.2.4. Detección de fenómenos de resonancia

Para buscar fenómenos resonantes se usará una serie de elementos de interacción simplificada como los mostrados en la figura 2.2, con valores de sus parámetros $m_v = 13425,0$ kg y $k_v = 138158,0$ N/m. Haciendo un barrido de velocidades entre 20 m/s y 126 m/s y, un barrido en distancias características λ_k entre 20 m y 50 m, obteniéndose las envolventes de aceleración vertical que se muestran en las figuras 5.7 para el modelo con interacción y el modelo sin interacción.

Se han trazado las líneas que predicen los puntos de resonancia (ecuación 3.2) usando la frecuencia del segundo modo, correspondiente al primer modo de flexión vertical ($f_0 = f_2 = 0,7166$ Hz). Las figuras muestran las curvas de nivel de las superficies de aceleraciones. En ellas se observa que la predicción teórica se satisface plenamente en modelos sin interacción, sin embargo, en modelos con interacción se produce un desplazamiento de los picos resonantes debido al cambio de las frecuencias de la estructura completa (viaducto y tren) tal como se dijo en la sección 3.2.2. La mayor respuesta se produce para $i = 4$, es decir cuando $\lambda_k = 4v/f_0$. Además, se produce un notable aumento de las aceleraciones al utilizar modelos con interacción, por lo tanto, al utilizar modelos de cargas puntuales en este tipo de estructuras las aceleraciones calculadas pueden ser inferiores a las reales.



Envolventes de aceleraciones en modelos sin interacción.



Envolventes de aceleraciones en modelos con interacción.

Figura 5.7: Detección de las longitudes de onda resonantes. Curvas de nivel de las superficies de aceleraciones en el centro de vano del viaducto.

5.2.5. Envolventes para modelos de trenes con y sin interacción

Se han calculado los desplazamientos y aceleraciones en el centro del vano y el giro a la entrada del viaducto y se han representado las envolventes correspondientes. Estas variables corresponden a algunos de los criterios necesarios de verificar en puentes de tipología no convencional para trenes de

alta velocidad. Se han trazado las curvas de los trenes con interacción mediante líneas continuas y, las curvas de los trenes sin interacción mediante círculos. Además, se ha trazado en línea continua negra la envolvente de las respuestas calculadas con los diez trenes HSLM del tipo Universal-A. Los resultados se muestran en las curvas de la figura 5.8.

Queda de manifiesto en todas ellas, especialmente en las curvas de aceleración, que los resultados de los modelos sin interacción no son envolventes para todas las velocidades de los modelos con interacción, lo que justifica la necesidad de usar modelos de interacción cuando se estudien viaductos de tipología no convencional. Además, la envolvente de los trenes universales no esta por el lado de la seguridad respecto a los modelos con y sin interacción.

La diferencia entre los modelos con y sin interacción se debe a que la vibración de las masas del tren no han sido consideradas en los modelos sin interacción.

En los modelos de cargas puntuales se están despreciando fuerzas de inercia asociadas a la masa del tren que está sobre el viaducto, pudiendo ser en viaductos isostáticos de luz corta el valor de esta masa del mismo orden de magnitud que la masa del viaducto.

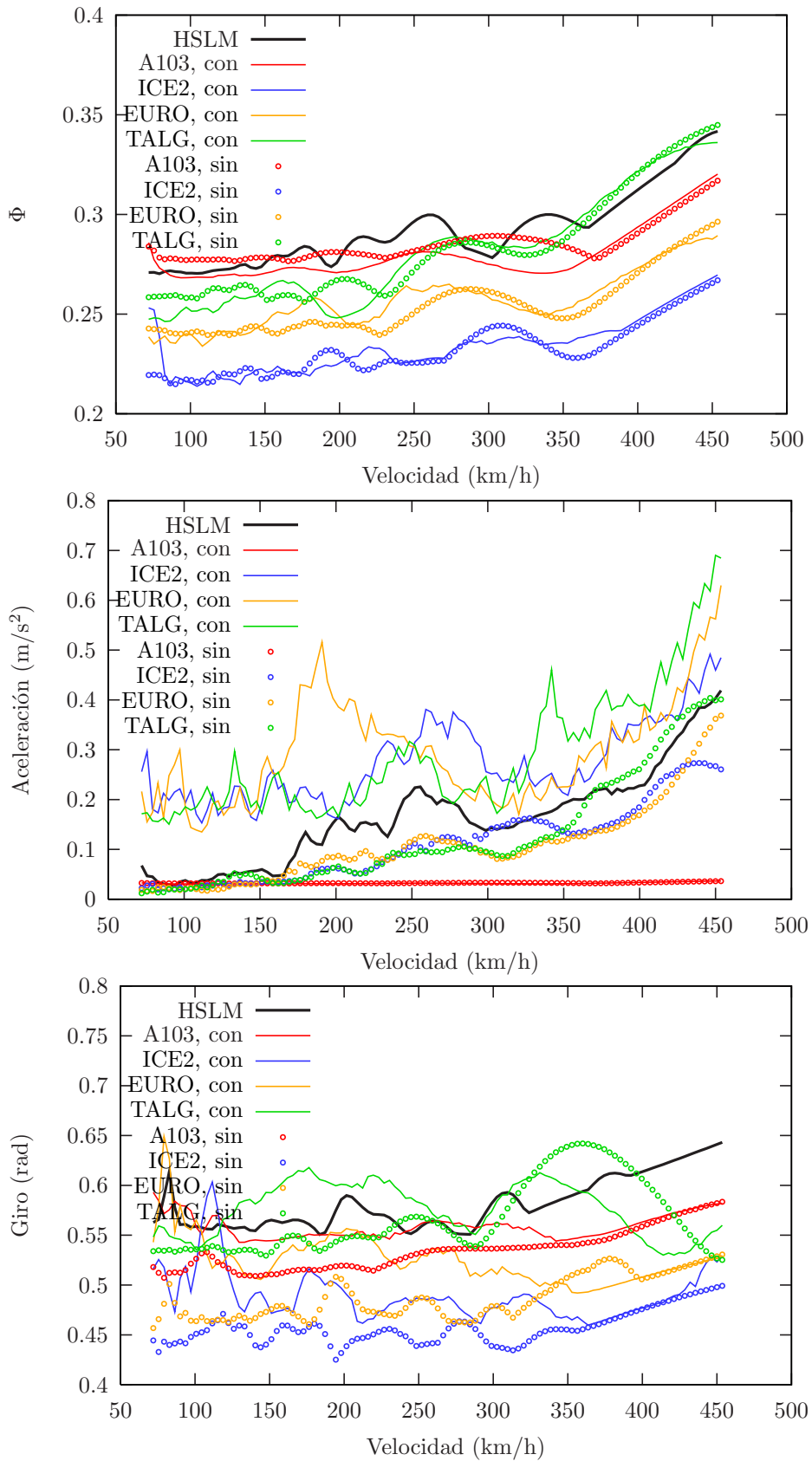


Figura 5.8: Respuestas envolventes en modelos de trenes con y sin interacción

Capítulo 6

Conclusiones

6.1. Resumen

En este trabajo se ha hecho una revisión del estado del arte correspondiente a las principales metodologías de análisis dinámico de estructuras sometidas a las acciones de trenes de alta velocidad. Para ello, se han analizado de forma crítica los siguientes aspectos:

1. Modelización de los trenes reales que circulan por las líneas de alta velocidad europeas. En esta modelización se han considerado modelos de cargas puntuales, modelos de interacción simplificada y modelos de interacción completos.
2. Se han estudiado los aspectos correspondientes a la modelización del viaducto que influyen de manera determinante en la respuesta dinámica del mismo.
3. Se han programado en el ordenador y validado con ejemplos académicos de cálculo algunos métodos de cálculo del estado del arte, y se han aplicado a problemas realistas.

Se ha revisado la normativa vigente en España relativa a los puentes para de trenes de alta velocidad contrastando sus exigencias con los resultados obtenidos en esta investigación .

Se han aplicado los resultados anteriores e el cálculo dinámico realista de dos viaductos singulares.

6.2. Conclusiones

Los estudios realizados en este trabajo han permitido obtener las siguientes conclusiones:

- En cuanto a los modelos de cálculo empleados en los análisis dinámicos:
 1. La masa rotacional en vigas de Euler-Bernoulli es importante para determinar las frecuencias de resonancia de la estructura, especialmente en viaductos modelados como vigas cortas. La frecuencia de los viaductos disminuye al considerar la masa rotacional y por tanto la velocidad de resonancia también disminuye.
 2. El análisis modal del viaducto se presenta como una metodología de gran utilidad en el estudio de la interacción por su gran versatilidad en cuanto al empleo de diversos modelos de interacción y la eficiencia computacional.
 3. En problemas no lineales, el uso de metodologías que desacoplen al viaducto y al vehículo se presenta como una herramienta con ventajas por sobre el resto de las metodologías estudiadas, ya que las iteraciones necesarias por estos métodos pueden ser usadas para resolver la no linealidad.
- En cuanto a la respuesta dinámica del viaducto:
 4. La respuesta dinámica obtenida en modelos sin interacción no es, necesariamente, envolvente de la obtenida en modelos con interacción.
 5. La inercia de los vagones no es un factor importante en la respuesta dinámica del viaducto, siendo los elementos de interacción simplificada un modelo adecuado para estudiarla.
 6. La respuesta dinámica obtenida con los trenes universales es suficientemente envolvente de la obtenida en los modelos sin interacción de los trenes reales estudiados.
- En cuanto a la posible aparición de efectos resonantes
 7. La inclusión de las masas del vehículo en el sistema, produce cambios en las frecuencias de éste y, por tanto, cambios en las velocidades de resonancia, las que disminuyen.
 8. El amortiguamiento afecta la magnitud de la respuesta dinámica, pero no a las velocidades de resonancia.

6.3. Líneas futuras de investigación

Como mejoras a corto plazo del programa de ordenador desarrollado se implementarán elementos finitos de lámina que permitan abordar el análisis detallado de modelos estructurales singulares.

Como líneas de investigación más a largo plazo se proponen las dos siguientes:

1. Implementar modelos completos de trenes tridimensionales, que permitirán estudiar detalladamente las aceleraciones y desplazamientos dentro de los vagones. Aunque la respuesta dinámica del viaducto queda suficientemente bien modelada con elementos de interacción simplificada, para estudiar variables de confort de los viajeros es necesario usar modelos de interacción más sofisticados. Estos modelos considerarán los movimientos verticales y transversales debidos a las deformaciones del tablero y a las irregularidades del carril.
2. Análisis de efectos dinámicos en la vía en placa. Debido a las ventajas que presenta la vía en placa en cuanto a conservación y mantenimiento, actualmente se está analizando la viabilidad de generalizar su uso en líneas de alta velocidad. Para ello es necesario analizar los problemas de confort considerando las irregularidades del carril y modelos detallados de interacción, y analizar la transmisión del ruido con modelos acústicos de elementos finitos.

Apéndice



Definición del tren AVE S103

En la red de alta velocidad española circularán en breve trenes con la marca AVE S103. En el marco de este trabajo de investigación, para obtener la información necesaria para la modelización del AVE S103 se ha recurrido a TALGO, quienes han proporcionado los planos y especificaciones técnicas que se resumen a continuación.

El tren AVE S103 consta de 8 vagones de 2 bogies cada uno. Cada bogie tiene 2 ejes, lo que da un total de 32 ejes distanciados de la forma indicada en la tabla [A.1](#).

La masa de cada uno de los 8 vagones, incluyendo la de los bogies se detalla en la tabla [A.2](#):

Bogie Portador La principales características de estos bogies se detallan en la tabla [A.3](#).

Bogie Motor La principales características de estos bogies se detallan en la tabla [A.4](#).

Eje	Posición(mm)	Tipo de bogie	Eje	Posición(mm)	Tipo de bogie
1	0	M	17	99100	P
2	2500	M	18	101600	P
3	17375	M	19	116475	P
4	19875	M	20	118975	P
5	24775	P	21	123875	M
6	27275	P	22	126375	M
7	42150	P	23	141250	M
8	44650	P	24	143750	M
9	49550	M	25	148650	P
10	52050	M	26	151150	P
11	66925	M	27	166025	P
12	69425	M	28	168525	P
13	74325	P	29	173425	M
14	76825	P	30	175925	M
15	91700	P	31	190800	M
16	94200	P	32	193300	M

Tabla A.1: Posiciones de los ejes del tren AVE 103 respecto al primero. M indica que el eje pertenece a un bogie Motor y P indica que pertenece a uno Portador

Vagón	Masa sin carga (ton)	Masa en carga (ton)
1	58.5	61.9
2	58.0	62.0
3	57.5	61.7
4	49.1	53.3
5	48.5	53.7
6	48.6	64.2
7	59.0	64.8
8	58.3	63.0

Tabla A.2: Masa de los vagones del tren AVE 103, incluyendo la masa de los bogies.

Masa total del bogie	6.705 ton
Tipo de suspensión primaria	Resortes helicoidales
Dureza de suspensión primaria, vertical por bogie	3,5 kN/mm
Tipo de suspensión secundaria	Neumática
Dureza de suspensión secundaria, vertical por bogie	0,3 kN/mm
Amortiguador primario, vertical	4/10000 Ns/mm
Amortiguador secundario, vertical	No instalado

Tabla A.3: Características de los bogies portadores del tren AVE 103

Masa total del bogie	9.125 ton
Tipo de suspensión primaria	Resortes helicoidales
Dureza de suspensión primaria, vertical por bogie	4,4 kN/mm
Tipo de suspensión secundaria	Neumática
Dureza de suspensión secundaria, vertical por bogie	0,3 kN/mm
Amortiguador primario, vertical	4/10000 Ns/mm
Amortiguador secundario, vertical	No instalado

Tabla A.4: Características de los bogies motores del tren AVE 103

Apéndice B

Utilidad para cálculo de vigas

Se ha desarrollado una interfaz que facilita la creación de ficheros de entrada para análisis de vigas mediante el programa IRIS.

La interface consta de tres botones principales que están dispuestos en la ventana de inicio (figura B.1), que son el de **Preproceso**, **Cálculo** y **Postproceso**.



Figura B.1: Ventana principal de la aplicación.

Preproceso

El botón de preproceso despliega un menú (figura B.2) que servirá para ingresar las características del viaducto y trenes a estudiar. Dentro de este menú se encuentran las opciones **Geometría**, **Trenes**, **Material**, **Apoyos**, **Resultados**, **Parámetros** y **Escribir**.

Al presionar el botón de Geometría se despliega una ventana en la que se solicita escoger en una viga continua y un marco. Actualmente solo se encuentra habilitada la opción de viga continua. La cantidad de tramos de la



Figura B.2: Menú de preproceso.

viga hace referencia a la cantidad de materiales distintos a lo largo de ella, no tiene relación con los apoyos (figura B.3). Una vez especificada la cantidad

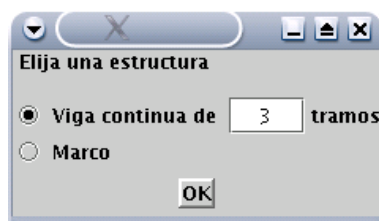


Figura B.3: Elección del tipo de estructura a analizar.

de tramos de la viga es necesario que se definan las longitudes, número de elementos y nombre del material de cada tramo (figura B.4).

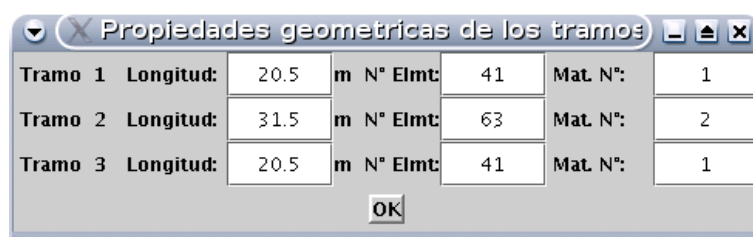


Figura B.4: Definición de los tramos del viaducto.

El siguiente botón del menú es el de **Trenes** que, al ser presionado, da paso a un escoger el tipo de trenes que se estudiarán, ya sea **Trenes reales** o **Trenes universales** (figura B.5) Una vez elegido el tipo de trenes se desplegará una ventana en la que se deben seleccionar los trenes que serán incluidos y las velocidades (figura B.6).

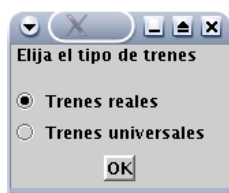


Figura B.5: Elección del tipo de trenes



Figura B.6: Ventana de selección de trenes reales y las velocidades a estudiar.

Una vez escogidos los trenes y velocidades se deben especificar los materiales que se han empleado para definir los tramos. Para esto, en cada material se debe especificar el **Area** de la sección transversal, la densidad ρ del material, el Módulo de Young E , el Módulo de Poison ν , el momento de inercia a flexión vertical I_x , el momento de inercia a flexión transversal I_y y el momento de inercia a torsión I_t (figura B.7).

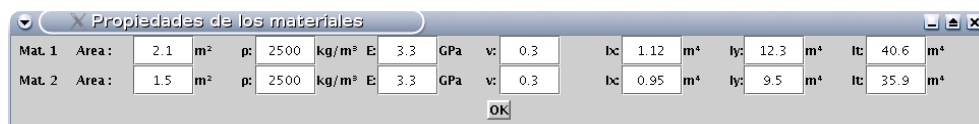


Figura B.7: Definición de los materiales del viaducto.

Luego, se debe especificar el número de apoyos de la viga (figura B.8) y las restricciones a los movimientos en cada grado de libertad de los nodos donde se encuentran los apoyos (figura B.9)

En seguida se debe especificar la cantidad de resultados deseados en nodos y elementos (figura B.10) y luego los nodos y grados de libertad escogidos y, los elementos y esfuerzos escogidos (figura B.11)

Los **Parámetros** de control del análisis que se deben especificar son el amortiguamiento modal ξ , las primera y segunda frecuencias de la estructura ω_1 y ω_2 , la cantidad de **Modos** a incluir en el análisis, el paso de tiempo

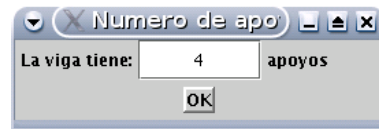


Figura B.8: Número de apoyos el viaducto.

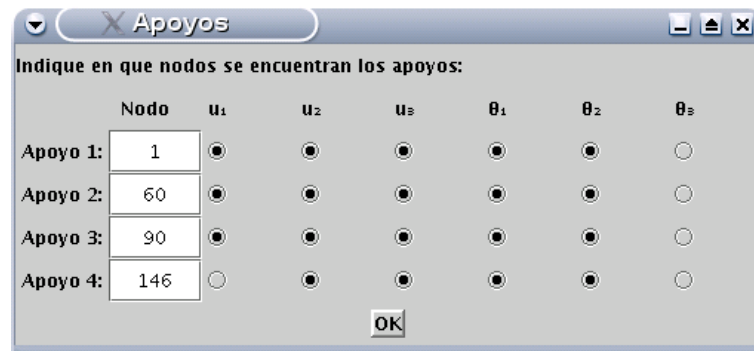


Figura B.9: Definición de los grados de libertad que están restringidos en los apoyos

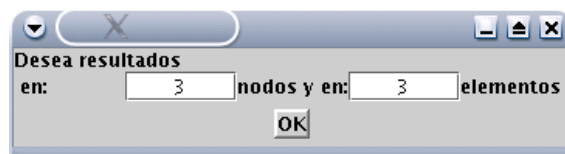


Figura B.10: Número y tipo de resultados a monitorear.

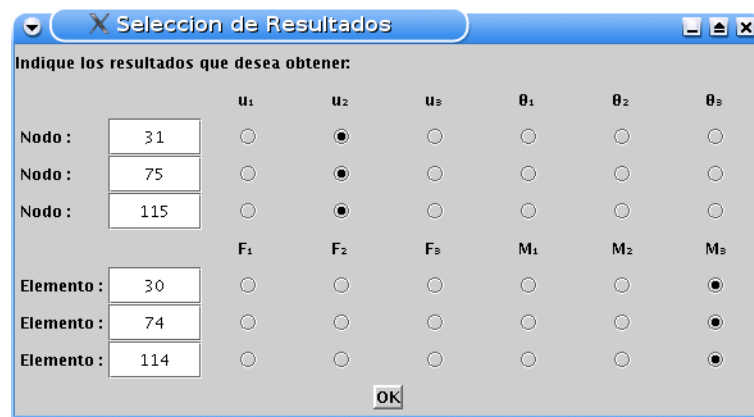


Figura B.11: Especificación de los resultados a monitorear.

Δt , el tiempo total del análisis T_f y la excentricidad **excen** de la vía del tren respecto al eje del viaducto.

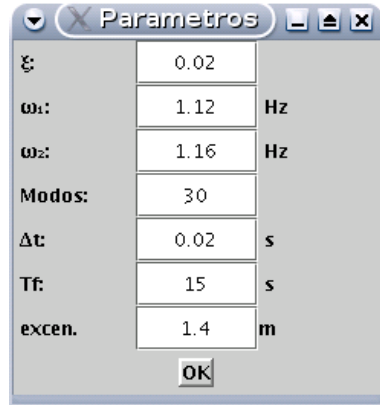


Figura B.12: Parámetros de control del análisis.

Finalmente, se pide al usuario que especifique si desea escribir los ficheros de entrada para el análisis con FEAP (figura B.13).

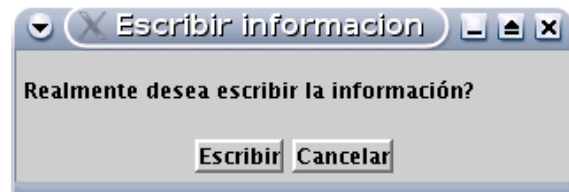


Figura B.13: Ventana que da la orden de escribir los ficheros de entrada para el programa FEAP

Cálculo

El botón **Cálculo** de la ventana principal ejecuta el programa FEAP usando los ficheros de entrada creados en el **Preproceso**.

Postproceso

Este botón de la ventana principal da paso a un menú de tres opciones **Envolvertes**, **En el tiempo** y **Mostrar** (figura B.14). De estas tres opciones sólo se encuentra la de **Envolvertes**, que permite obtener ficheros

de datos con la respuesta dinámica máxima de cada historia de tiempo para cada resultado y tren especificado en el preproceso.



Figura B.14: Tipo de análisis deseado con los resultados obtenidos.

Bibliografía

- BATHE, K. *Finite Element Procedures*. Prentice Hall, New Jersey, 1996.
- BOWE, C. y T.MULLARKEY. Wheel-rail contact elements incorporating irregularities. *Advances in Engineering Software*, págs. 1–11, 2005.
- BÁRTOLO, R. *Avaliação experimental e numérica de efeitos dinâmicos de cargas de tráfego em pontes rodoviárias*. 2001.
- CEN. *Eurocode 1: Actions on structures - Part 2: Traffic loads on bridges*. European Committee for Standardization, 2003.
- CHOPRA, A. *Dynamics of structures. Theory and applications to earthquake engineering*. Prentice Hall, 1995.
- CLOUGH, R. y PENZIEN, J. *Dynamics of Structures*. Mc Graw-Hill, 1993.
- D214, E. *Ponts-rails pour vitesses >200 km/h; Calcul des ponts à poutres isostatiques au passage d'un convoi*. European Rail Research Institute, 1999.
- DAHLBERG, T. Vehicle-bridge interaction. *Vehicle System Dynamics*, tomo 13:págs. 187–206, 1984.
- DOMÍNGUEZ, J. *Dinámica de puentes de ferrocarril para la alta velocidad: métodos de cálculo y estudio de la resonancia*. 2001.
- FERREIRA, D. *Comportamento dinâmico de pontes sob acção de tráfego ferroviário a alta velocidade*. 2004.
- FRÝBA, L. *Dynamics of railway bridges*. Thomas Telford, 1996.
- FRÝBA, L. A rough assessment of railway bridges for high speed trains. *Engineering Structures*, tomo 23:págs. 548–556, 2001.
- GABALDÓN, F., RIQUELME, F. y GOICOLEA, J. *Metodología para el análisis dinámico de puentes de ferrocarril*. 2004.

- GABALDÓN, F., RIQUELME, F. y GOICOLEA, J. Análisis de estructuras sometidas a acciones de trenes de alta velocidad, considerando la interacción vehículo estructura. *Congreso de métodos numéricos en ingeniería*, 2005.
- GOICOLEA, J., DOMÍNGUEZ, J., NAVARRO, J. y GABALDÓN, F. Modelos numéricos para cálculo dinámico de puentes de ferrocarril de alta velocidad. *Congreso de métodos numéricos en ingeniería*, 2002.
- HENCHI, K., FAFARD, M., TALBOT, M. y DHATT, G. An efficient algorithm for dynamic analysis of bridges under moving vehicles using a coupled modal and physical components approach. *Journal of Sound and Vibration*, tomo 212:págs. 663–683, 1998.
- HUGHES, T. *The finite element method, Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*. Dover Publications, Inc., 2000.
- JU, S. y LIN, H. Numerical investigation of a steel arch bridge and interaction with high-speed trains. *Engineering Structures*, tomo 25:págs. 241–250, 2003a.
- JU, S. y LIN, H. Resonance characteristics of high-speed trains passing simply supported bridges. *Journal of Sound and Vibration*, tomo 267:págs. 1127–1141, 2003b.
- LEI, X. y NODA, N. Analyses of dynamic response of vehicle and track coupling system with random irregularity of track vertical profile. *Journal of Sound and Vibration*, tomo 258:págs. 147–165, 2002.
- LOU, P. A vehicle-track-bridge interaction element considering vehicle's pitching effect. *Finite Elements in Analysis and Design*, tomo 41:págs. 397–427, 2005.
- LOU, P. y ZENG, Q. Formulation of equations of motion of finite element form for vehicle-track-bridge interaction system with two types of vehicle model. *Int.J.Numer.Meth.Engng.*, tomo 62:págs. 435–474, 2005.
- MFOM. *Viaducto sobre el Río Tajo (Línea AVE Madrid-Sevilla). Ensayos dinámicos. Informe Técnico*. Dirección General de Ferrocarriles y Transporte por Carretera, 1996.
- MFOM. *Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de ferrocarril*. BOE, 2003.

- MUSEROS, P., ROMERO, M., POY, A. y ALARCÓN, E. Advances in the analysis of short span railway bridges for high-speed lines. *Computers and Structures*, tomo 80:págs. 2121–2132, 2002.
- OÑATE, E. *Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos. Análisis estático lineal*. CIMNE, Barcelona, España, 1995.
- PARK, K., FELIPPA, A. y OHAYON, R. Reduced-order partitioned modeling of coupled systems: Formulation and computational algorithms. *Proc. NATO-ARW Workshop on multi-physics and multi-scale computer models in non-linear analysis and optimal design of engineering structures under extreme conditions.*, 2004.
- ROMERO, I. *Finite Element Code*. UPM, Madrid, España, 2003.
- SHENG, X., JONES, C. y THOMPSON, D. A theoretical model for ground vibration from trains generated by vertical track irregularities. *Journal of Sound and Vibration*, tomo 272:págs. 937–965, 2004.
- SONG, M., NOH, H. y CHOI, C. A new three-dimensional finite element analysis model of high-speed train-bridge interactions. *Engineering Structures*, tomo 25:págs. 1611–1626, 2003.
- TANABE, M. y YAMADA, Y. Modal method for interaction of train and bridge. *Computers and Structures*, tomo 27:págs. 119–127, 1987.
- WU, Y. y YANG, Y. Steady-state response and riging comfort of trains moving over a series of simply supported bridges. *Engineering Structures*, tomo 25:págs. 251–265, 2003.
- XIA, H. y ZHANG, N. Dynamic analysis of railway bridge under high-speed trains. *Computers and Structures*, tomo in press, 2005.
- XIA, H., ZHANG, N. y ROECK, G. Dynamic analysis of high speed railway bridge under articulated trains. *Computers and Structures*, tomo 81:págs. 2467–2478, 2003.
- XU, Y., XIA, H. y YAN, Q. Dynamic response of suspension bridge to high wind and running train. *Journal of Bridge Engineering*, tomo 8:págs. 46–55, 2003.
- YANG, Y. y YAU, J. Vehicle-bridge interaction element for dynamic analysis. *Journal of Structural Engineering*, tomo 123:págs. 1512–1518, 1997.

YAU, J. Resonance of continuous bridges due to high speed trains. *Journal of Marine Science and Technology*, tomo 9:págs. 14–20, 2001.

YAU, J., YANG, Y. y KUO, S. Impact response of high speed rail bridges and riding comfort of rail cars. *Engineering Structures*, tomo 21:págs. 836–844, 1999.

ZIENKIEWICZ, O. y TAYLOR, R. *The finite element method*. Butterworth-Heinemann, 2000.