

# Metodología para el análisis dinámico de puentes de ferrocarril

Felipe Gabaldón, Francisco Riquelme, José María Goicolea

14 de noviembre de 2005

## Agradecimientos

La elaboración de este documento la ha financiado el Ministerio de Fomento de España, a través del proyecto “Análisis Dinámico de Estructuras Sometidas a Acciones de Trenes de Alta Velocidad” del programa “Acciones Estratégicas del Área Sectorial de Construcción Civil y Conservación del Patrimonio Histórico Cultural” del “Plan Nacional de Investigación Científica, Desarrollo e Innovación Tecnológica 2002-2003”.

## Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
<b>2. Metodologías de cálculo</b>	<b>3</b>
2.1. Cálculo estático y coeficiente de impacto envolvente . . . . .	3
2.2. Cálculo estático y coeficiente de impacto real . . . . .	4
2.3. Cuadros resumen para la comprobación de la resonancia . . . .	6
2.4. Integración directa en el tiempo con modelos de cargas móviles	6
2.5. Cálculo simplificado mediante la impronta dinámica del tren .	7
2.6. Integración en el tiempo con interacción vehículo-estructura .	7
<b>3. Ejemplo de cálculo de un viaducto isostático</b>	<b>8</b>
3.1. Datos necesarios para el análisis dinámico . . . . .	8
3.2. Modelo de elementos finitos . . . . .	9
3.3. Cálculo de los modos de oscilación . . . . .	9
3.4. Cálculo simplificado del coeficiente de impacto $\Phi_2$ . . . . .	11
3.5. Cálculo del coeficiente de impacto mediante análisis dinámico	11

3.5.1.	Integración directa de los modos de oscilación en el tiempo . . . . .	12
3.5.2.	Valoración del coeficiente real de impacto . . . . .	15
3.6.	Comprobaciones del Estado Límite de Servicio . . . . .	20
3.6.1.	Aceleraciones . . . . .	20
3.6.2.	Alabeo . . . . .	23
3.6.3.	Giros en los apoyos . . . . .	26
3.6.4.	Condiciones para la comodidad de los usuarios . . . . .	31
3.6.5.	Vibraciones transversales . . . . .	32
<b>4.</b>	<b>Ejemplo de cálculo de un viaducto hiperestático</b>	<b>33</b>
4.1.	Datos necesarios para el análisis dinámico . . . . .	33
4.2.	Modelo de elementos finitos . . . . .	34
4.3.	Cálculo de los modos de oscilación . . . . .	34
4.4.	Cálculo simplificado del coeficiente de impacto $\Phi_2$ . . . . .	36
4.5.	Cálculo del coeficiente de impacto mediante análisis dinámico	36
4.5.1.	Integración directa de los modos de oscilación en el tiempo . . . . .	37
4.5.2.	Valoración del coeficiente real de impacto . . . . .	40
4.6.	Comprobaciones del Estado Límite de Servicio . . . . .	57
4.6.1.	Aceleraciones . . . . .	57
4.6.2.	Alabeo . . . . .	72
4.6.3.	Giros en los apoyos . . . . .	77
4.6.4.	Condiciones para la comodidad de los usuarios . . . . .	82
4.6.5.	Vibraciones transversales . . . . .	83

# 1. Introducción

Actualmente, los puentes de ferrocarril se ven sometidos a unos efectos dinámicos asociados a la alta velocidad que necesitan ser valorados y estudiados, ya que para determinados trenes y velocidades de paso, existe un riesgo elevado de que aparezcan fenómenos resonantes.

Estos efectos, ya detectados en algunas líneas de alta velocidad europeas, han obligado a las administraciones a adoptar medidas para garantizar la seguridad del tráfico ferroviario, como realizar cálculos dinámicos en el proyecto, para velocidades superiores a 220 km/h.

Concretamente, la Instrucción de Acciones sobre Puentes de Ferrocarril [1] en su apartado 2.3.3.1 establece la obligatoriedad de realizar cálculos dinámicos para velocidades de circulación superiores a 220 km/h. En este documento se explican algunas de las metodologías de cálculo recogidas en la instrucción IAPF 2003 [1], con énfasis en la integración directa de los modos de oscilación. Como aplicación de las mismas se detallan a modo de ejemplo los cálculos dinámicos de un viaducto isostático y otro hiperestático, de acuerdo con lo establecido en dicha instrucción [1].

## 2. Metodologías de cálculo

En el apéndice B.3 de la IAPF 2003 [1] se recoge un conjunto de métodos disponibles para analizar las acciones de ferrocarriles sobre los puentes:

### 2.1. Cálculo estático y coeficiente de impacto envolvente

Se trata de una metodología válida bajo las hipótesis:

1. Velocidades de circulación no superiores a 220 km/h.
2. Es aplicable a puentes isostáticos y tipologías convencionales, mediante la longitud equivalente  $L_{\Phi}$  (ver IAPF 2003 [1]: apartado 2.3.3.2, cuadros 2.1, 2.2, 2.3 y 2.4).
3. Frecuencia fundamental del puente dentro de los límites especificados en el apartado. 2.3.3.2.2 de la instrucción [1]:

- Límite superior:

$$f_0[\text{Hz}] = 94,76L_{\Phi}^{-0,748} \quad (1)$$

- Límite inferior:

$$f_0[\text{Hz}] = 20, \text{ para } L_\Phi < 4 \text{ m.} \quad (2)$$

$$f_0[\text{Hz}] = \frac{80}{L_\Phi}, \text{ para } 4 \text{ m.} \leq L_\Phi \leq 20 \text{ m.} \quad (3)$$

$$f_0[\text{Hz}] = 23,58L_\Phi^{-0,592}, \text{ para } 20 \text{ m.} < L_\Phi \leq 100 \text{ m.} \quad (4)$$

$$f_0[\text{Hz}] = 0, \text{ para } 100 \text{ m.} < L_\Phi \quad (5)$$

**Observación 2.1** *Esta metodología no incluye fenómenos resonantes, ya que estos no se manifiestan para velocidades inferiores a 220 km/h. dentro de las relaciones frecuencia–luz especificadas con las limitaciones de las expresiones (1) a (5).*

Esta metodología permite obtener el coeficiente de impacto  $\Phi$  dependiendo del grado de mantenimiento de la vía:

- Para mantenimiento bueno:

$$\Phi_2 = \frac{1,44}{\sqrt{L_\Phi} - 0,2} + 0,82 \quad (6)$$

siendo en todo caso:  $1,00 \leq \Phi_2 \leq 1,67$

- Para mantenimiento normal:

$$\Phi_2 = \frac{2,16}{\sqrt{L_\Phi} - 0,2} + 0,73 \quad (7)$$

siendo en todo caso:  $1,00 \leq \Phi_2 \leq 2,00$

**Observación 2.2** *A falta de especificaciones precisas que justifiquen la adopción de uno u otro grado de conservación, en el apéndice B.3.1.2 de la instrucción [1] se proporcionan diversos criterios cuantitativos. En cualquier caso, para todas las vías nuevas en líneas de alta velocidad se utilizará  $\Phi_2$ .*

## 2.2. Cálculo estático y coeficiente de impacto real

Esta metodología es válida bajo las hipótesis:

1. Velocidades de circulación no superiores a 220 km/h.
2. Es aplicable a puentes isostáticos y tipologías convencionales, mediante la longitud equivalente  $L_\Phi$  (ver IAPF 2003 [1]: apartado 2.3.3.2, cuadros 2.1, 2.2, 2.3 y 2.4).

**Observación 2.3** *Esta metodología permite obtener el coeficiente de impacto real para velocidades inferiores a 220 km/h. y tipologías convencionales. Comparado con la metodología anterior, mediante la que se obtenía un único valor envolvente del coeficiente de impacto para todos los trenes y velocidades de circulación, aquí se obtiene los valores correspondientes a trenes reales por lo que proporciona un mejor ajuste a la realidad.*

**Observación 2.4** *Este método es aplicable aunque no se cumplan los límites de frecuencias exigidos para el coeficiente de impacto envolvente de acuerdo con las expresiones (1) a (5).*

El coeficiente de impacto real se calcula mediante la expresión:

$$\Phi = \max_i \frac{\delta_{\text{din,real}}^i}{\delta_{\text{est,tipo}}} \quad (8)$$

La expresión de la flecha dinámica de los trenes reales se expresa en términos de la flecha estática de dichos trenes reales de acuerdo con las expresiones:

- Vías con grado de mantenimiento normal:

$$\delta_{\text{din,real}} = (1 + \varphi' + \varphi'')\delta_{\text{est,real}} \quad (9)$$

- Vías con grado de mantenimiento bueno (generalmente aplicable a puentes de nueva construcción):

$$\delta_{\text{din,real}} = (1 + \varphi' + 0,5\varphi'')\delta_{\text{est,real}} \quad (10)$$

siendo:

$$\varphi' = \frac{K}{1 - K + K^4} \quad (11)$$

$$K = \min\left(\frac{V}{2L_{\Phi}f_0}; 0,76\right) \quad (12)$$

$$\varphi'' = a \left[ 0,56 \cdot e^{-\frac{L_{\Phi}}{10}} + 0,50 \left( \frac{f_0 L_{\Phi}}{80} - 1 \right) \cdot e^{-\frac{L_{\Phi}}{20}} \right] \quad (13)$$

El significado de los parámetros es:

$$a = \min\left(\frac{V}{22}, 1\right)$$

$V$  = velocidad máxima de proyecto en m/s

$f_0$  = frecuencia natural fundamental a la flexión del puente en Hz

**Observación 2.5** *El coeficiente  $\varphi''$  corresponde al efecto dinámico de las irregularidades del carril, tal y como se define por el ERRI [2].*

### 2.3. Cuadros resumen para la comprobación de la resonancia

Este método será aplicable a:

1. Rango de velocidades cualesquiera.
2. Restringido a un rango de masas y cocientes de velocidades y frecuencias, en función de la longitud del puente.
3. Únicamente puentes isostáticos.
4. Envolvente de los trenes reales del apartado C.2 de la instrucción IAPF 2003 [1], pero no de los trenes universales para interoperabilidad ferroviaria del apartado C.1. de dicha instrucción.

**Observación 2.6** *Para las estructuras que satisfagan los límites de  $V/f_0$  dados en el cuadro B.2 de la IAPF 2003 [1] basta con utilizar  $\Phi_2$  sin necesidad de realizar un cálculo dinámico posterior, puesto que se cumplirán los límites de aceleraciones y sollicitaciones propuestos en la instrucción.*

### 2.4. Integración directa en el tiempo con modelos de cargas móviles

Es aplicable a:

1. Rango de velocidades cualesquiera.
2. Sin limitación de frecuencias y masas mínimas.
3. Aplicable a puentes isostáticos e hiperestáticos.

Consiste en la resolución en el tiempo del cálculo dinámico de la estructura, bajo cargas móviles representativas de las fuerzas transmitidas por los ejes. En estos modelos no se tiene en cuenta la interacción vehículo estructura. El cálculo incluye posibles fenómenos de resonancia en la estructura.

Existen diversos procedimientos para realizar estos cálculos. En estructuras simples se puede realizar un análisis modal partiendo de la definición analítica de los modos de oscilación. Para estructuras generales se pueden emplear elementos finitos tanto para la integración directa en el tiempo del modelo completo, como realizar una integración en el tiempo de los modos de vibración de la estructura discretizada (que será la metodología desarrollada en este documento).

## 2.5. Cálculo simplificado mediante la impronta dinámica del tren

Esta metodología es válida:

1. Para cualquier rango de velocidades
2. Sin limitación de frecuencias y masas mínimas
3. Únicamente para puentes isostáticos

Este método se basa en el análisis de las vibraciones libres después del paso de cada eje, en puentes isostáticos, a partir de fórmulas analíticas que proporcionan una cota de la respuesta dinámica máxima y no exigen una resolución en el tiempo del cálculo dinámico de la estructura. El modelo de cálculo incluye los posibles fenómenos resonantes. No tiene en cuenta la interacción vehículo-estructura.

## 2.6. Integración en el tiempo con interacción vehículo-estructura

Esta metodología es:

1. Válida para todo rango de velocidades.
2. Sin limitación de frecuencias y masas mínimas
3. Aplicable a puentes isostáticos e hiperestáticos.
4. La utilización de estos métodos está supeditada a la aprobación de la autoridad competente.

Estos modelos consideran la variación de la fuerza transmitida por cada eje, producto, entre otras cosas, de la suspensión y la inercia de las masas suspendidas y no suspendidas.

El cálculo mediante estos métodos recoge posibles efectos de resonancia de manera más fina que los modelos de cargas puntuales, sin embargo, los cálculos se vuelven más complejos y costosos. Las sollicitaciones dinámicas obtenidas con estos modelos suelen ser más reducidas que en los correspondientes modelos de cargas puntuales ya que parte de la energía permanece en los vehículos. Esta reducción es más acusada en puentes isostáticos de luces cortas y amortiguamientos reducidos [3]

**Observación 2.7** *Esta metodología es recomendable sólo en casos especiales:*

- *Puentes singulares (arco, atirantados, ...).*
- *Si es necesario “afinar” mucho los resultados.*

### 3. Ejemplo de cálculo de un viaducto isostático

En este apartado se describe la aplicación de la metodología descrita en el apartado 2.1 (para velocidades inferiores a 220 km/h) y el apartado 2.4 para un rango de velocidades entre 120 km/h y 420 km/h. La velocidad máxima de este barrido corresponde a incrementar en un 20 % la velocidad máxima de diseño (350 km/h). En todos los cálculos del proyecto se adoptará como coeficiente de impacto el mayor de los dos.

Para los cálculos dinámicos se utiliza una versión, modificada por el Grupo de Mecánica Computacional de la Universidad Politécnica de Madrid, del programa de elementos finitos FEAP [4]. No obstante se puede emplear cualquier código comercial de elementos finitos que tenga capacidad para la integración directa en el tiempo de los modos de oscilación.

#### 3.1. Datos necesarios para el análisis dinámico

El análisis dinámico que se describe en este ejemplo se realiza mediante un modelo de elementos finitos. La formulación de estos corresponde a elementos viga de dos nodos en los que se desprecia la deformación por cortante (viga de Bernouilli). Para ello es necesario disponer de un conjunto de datos en relación con la geometría y las propiedades mecánicas de los materiales de la estructura. Además de la sección longitudinal que permite obtener la discretización en elementos finitos de la estructura, la sección transversal queda definida mediante los siguientes parámetros:

- Área de la sección transversal:  $A$ .
- Momento de inercia correspondiente a la rigidez a flexión longitudinal de la viga  $I_f$
- Módulo de rigidez torsional  $I_t$
- Momento Polar de Inercia respecto del centro de torsión  $J_p$ , necesario para conocer la contribución a la energía cinética del movimiento de torsión. En una sección plana el momento polar de inercia respecto de un punto es igual a la suma de los momentos de inercia respecto de dos



direcciones ortogonales contenidas en el plano de dicha sección y que pasen por dicho punto.

Asimismo es necesario conocer el módulo de elasticidad  $E$ , el coeficiente de Poisson  $\nu$  y la masa vibrante del viaducto correspondiente tanto al hormigón estructural, como al resto de cargas permanentes (balasto, barandillas, etc.).

### 3.2. Modelo de elementos finitos

El viaducto de este ejemplo se ha modelado como una viga de longitud 46 m., con apoyos simples en sus extremos y empotramientos a torsión. De acuerdo con el apartado anterior, la sección transversal de la viga queda definida con los siguientes parámetros:

- Área  $A = 10,50 \text{ m}^2$
- Inercia de flexión  $I_f = 21,03 \text{ m}^4$
- Módulo de rigidez torsional  $I_t = 42,00 \text{ m}^4$
- Momento polar de inercia  $J_p = 141,08 \text{ m}^4$

La masa vibrante es  $m' = 39950 \text{ kg/m}$ , calculada a partir de la densidad del hormigón  $\rho_c = 2500 \text{ kg/m}^3$ , del valor del resto de cargas permanentes  $r_{cp} = 13500 \text{ kg/m}$ . y del área del viaducto:

$$m' = \rho_c \cdot A + r_{cp} = 2500 \text{ kg/m}^3 \times 10,50 \text{ m}^2 + 13700 \text{ kg/m} = 39950 \text{ kg/m} \quad (14)$$

El módulo de elasticidad se ha obtenido con la expresión del apartado 39.6 de la instrucción EHE [5], correspondiente a cargas instantáneas o rápidamente variables, considerando un hormigón con resistencia característica  $f_{ck} = 40 \text{ N/mm}^2$

$$E_{oj} = 10000 \sqrt[3]{f_{cm}} = 36,3 \text{ GPa} \quad (15)$$

siendo  $f_{cm}$  la resistencia media a compresión a los 28 días. El coeficiente de Poisson del hormigón vale, de acuerdo con [5],  $\nu = 0,2$ . El viaducto se ha modelado mediante 46 elementos de viga 3D, con 2 nodos cada uno.

### 3.3. Cálculo de los modos de oscilación

La obtención de los modos de oscilación y frecuencias propias de la estructura es necesaria tanto para el cálculo simplificado del coeficiente de impacto (ver apartado 2.1), dadas las limitaciones de las expresiones (1) a (5), como para la integración directa en el tiempo de los modos de oscilación (ver apartado 2.4).

modo	frecuencia(Hz)
1	3.230
2	11.827
3	12.744
4	23.668
5	28.050
6	35.536

Cuadro 1: *Frecuencias propias de la estructura*

Con el modelo descrito en el apartado anterior se ha hecho un análisis modal del modelo de elementos finitos calculando las frecuencias y modos de vibración. En el cuadro 1 se muestran los valores de las 6 primeras frecuencias propias de la estructura. De acuerdo con el apartado 4.2.1.1 de la instrucción IAPF 2003 [1], para el cálculo de las aceleraciones se tendrán en cuenta los modos de frecuencias menores de 30 Hz. Por lo tanto será necesario considerar hasta el quinto modo ya que  $f_6 = 35,536 \text{ Hz}$ .

**Observación 3.1** *Para una viga biapoyada los modos de oscilación y las frecuencias propias tienen expresión analítica. La frecuencia propia del modo  $i$ -ésimo es:*

$$f_i = \frac{1}{2} i^2 \pi \sqrt{\frac{EI_f}{m' L^4}} \text{ en Hz} \quad (16)$$

*Sustituyendo en (16) los valores correspondientes a la estructura de este ejemplo se obtiene para los 3 primeros modos:*

$$f_1 = 3,2450 \text{ Hz.}$$

$$f_2 = 12,9801 \text{ Hz.}$$

$$f_3 = 29,2053 \text{ Hz.}$$

*Estos valores corresponden a los obtenidos numéricamente para las frecuencias correspondientes a los modos de oscilación 1, 3 y 5.*

**Observación 3.2** *La expresión analítica de las frecuencias de torsión de una viga biempotrada es:*

$$f_{ti} = \frac{i}{2L} \sqrt{\frac{GI_t}{J_p m' / A}} \text{ en Hz} \quad (17)$$

Sustituyendo ahora en (17) los valores del ejemplo, se obtiene para los 2 primeros modos:

$$\begin{aligned} f_{t1} &= 11,8246 \text{ Hz.} \\ f_{t2} &= 23,6493 \text{ Hz.} \end{aligned}$$

que son similares a los obtenidos numéricamente para los modos 2 y 4.

### 3.4. Cálculo simplificado del coeficiente de impacto $\Phi_2$

Para velocidades inferior a 220 km/h. el coeficiente de impacto envolvente  $\Phi_2$  se calculará de acuerdo con la metodología descrita en el apartado 2.1. Para ello es necesario en primer lugar calcular la longitud determinante de la estructura  $L_\Phi$  mediante el cuadro 2.3 de la IAPF 2003 [1]. Para una viga simplemente apoyada se considera el caso 5.1, en el que la longitud determinante coincide con la luz del vano:

$$L_\Phi = 46\text{m.} \quad (18)$$

A continuación es necesario comprobar que la frecuencia fundamental de flexión del viaducto ( $f_0 = 3,2450$  Hz.) es inferior a la calculada con la expresión (1):

$$f_0 = 94,76L_\Phi^{-0,748} = 5,406 \text{ Hz.} \quad (19)$$

y mayor que la obtenida al aplicar (4):

$$f_0 = 23,58L_\Phi^{-0,592} = 2,444 \text{ Hz.} \quad (20)$$

En el apartado 2.3.3.2 de la IAPF 2003 [1] se define el coeficiente  $\Phi_2$  (aplicable a vías con grado de mantenimiento bueno):

$$\Phi_2 = \frac{1,44}{\sqrt{L_\Phi} - 0,2} + 0,82 = 1,04, \quad 1,00 \leq \Phi_2 \leq 1,67 \quad (21)$$

### 3.5. Cálculo del coeficiente de impacto mediante análisis dinámico

Para velocidades superiores a 220 km/h es necesario realizar un análisis dinámico. En este documento los cálculos dinámicos se realizan mediante la integración en el tiempo de los modos de oscilación calculados anteriormente en el apartado 3.3. Se emplea para ello una versión, modificada por el Grupo de Mecánica Computacional de la Universidad Politécnica de Madrid, del programa de elementos finitos FEAP [4].

### 3.5.1. Integración directa de los modos de oscilación en el tiempo

Los cálculos dinámicos se pueden realizar considerando las acciones correspondientes a los siete trenes reales descritos en el apéndice C de la IAPF 2003 [1], o preferiblemente el modelo de carga para alta velocidad HSLM (High Speed Load Model) descrito igualmente en el apéndice C de dicha Instrucción. El uso del modelo HSLM garantiza la interoperabilidad de redes ferroviarias en el entorno internacional, según se define en el eurocódigo [6].

Este modelo de carga consta del Tren Dinámico Universal-A y de Tren Dinámico Universal-B. El Tren Dinámico Universal-A está definido por la acción conjunta de 10 trenes articulados, definidos en el cuadro C.1. de la IAPF 2003 [1], siendo aplicable a tableros continuos y simplemente apoyados de luz  $L_\lambda \geq 7$  m. El Tren Dinámico Universal-B se debe utilizar para tableros simplemente apoyados de luz  $L_\lambda < 7$  m. por un conjunto de  $N$  cargas puntuales de valor 170 kN. espaciadas uniformemente una distancia  $d$ . Los valores de  $N$  y  $d$  se definen en la figura C.3. de la IAPF 2003 [1].

Los trenes dinámicos universales A y B son envolventes conjuntamente de los efectos dinámicos producidos por los trenes clásicos, articulados y regulares de alta velocidad de acuerdo a las especificaciones técnicas europeas para interoperabilidad de redes recogidas en el apéndice E del eurocódigo [6].

Al realizar el análisis dinámico para cada velocidad y cada tren se obtiene como resultado historias de desplazamientos, giros, aceleraciones, etc. en los puntos seleccionados. Por ejemplo, del análisis correspondiente al tren Talgo circulando a 360 km/h se obtiene la evolución temporal de la flecha por flexión y el giro de torsión en el centro de vano que se muestran en las figuras 1 y 2, respectivamente.

Dado que el análisis es lineal los efectos de flexión y torsión pueden superponerse, sumando a la flecha de flexión el valor absoluto del giro de torsión multiplicado por la excentricidad de la carga. El valor a considerar para la excentricidad de la carga se obtiene como suma de cuatro términos:

1. La propia excentricidad de diseño (distancia del eje de la vía al centro de esfuerzos cortantes).
2. En puentes con balasto 0,3 m. para considerar un eventual desplazamiento transversal de la vía con respecto a su eje inicial (apartado 2.3.2.3.3 de la IAPF 2003 [1]).
3. La correspondiente al efecto de una posible distribución no simétrica de las cargas verticales entre los dos carriles. La excentricidad resultante es  $e = r/18$  siendo  $r$  el ancho de vía incrementado en 65 mm. (apartado 2.3.2.3.4 de la IAPF 2003 [1]).

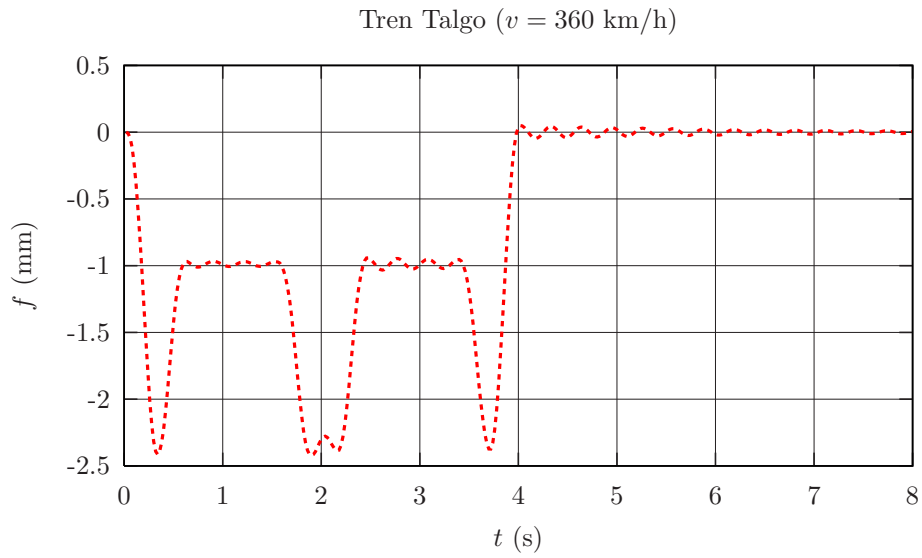


Figura 1: *Historia de la flecha por flexión en centro de vano.*

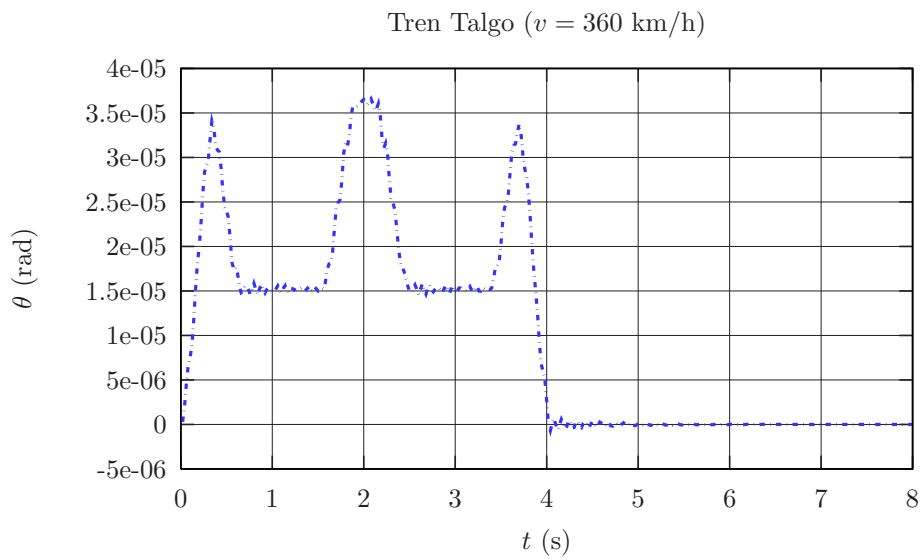


Figura 2: *Historia del giro de torsión en centro de vano.*

4. En vías peraltadas, la excentricidad originada por el propio peralte. Para ello se supondrá el centro de gravedad del tren de cargas situado a 1,80 m. por encima de la superficie de rodadura (apartado 2.3.2.3.4 de la IAPF 2003 [1]).

En este caso se consideran únicamente los tres primeros términos:

$$e = \underbrace{2,35}_{\text{diseño}} + \underbrace{0,3}_{\text{ripado}} + \underbrace{\frac{1,435 + 0,065}{18}}_{\text{dist. no sim.}} = 2,733 \text{ m.} \quad (22)$$

Una vez superpuestas las curvas de la figuras 1 y 2 se obtiene la historia de la figura 3. De todos los puntos de esta curva el único de interés a efectos del cálculo del coeficiente de impacto real es el correspondiente a la flecha máxima (señalado en la figura 3).

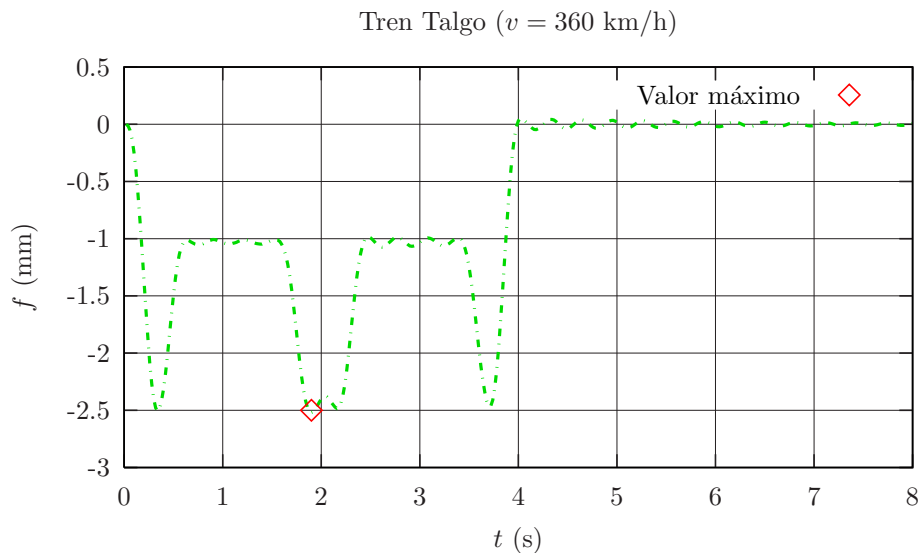


Figura 3: Historia de la flecha en centro de vano considerando los efectos de flexión y torsión, y valor máximo alcanzado.

**Observación 3.3** Se pueden obtener de manera desacoplada los valores máximos de flexión y de torsión, y combinarlos posteriormente con el criterio SRSS (Square Root of Sum of Squares). Sin embargo, se obtienen valores más ajustados a la realidad haciendo, como se ha descrito, el cálculo de flexión y de torsión de forma acoplada.

De acuerdo con el apéndice B, apartado B.1.4.3.1 de la IAPF 2003 [1], para completar los cálculos dinámicos se debe realizar un barrido entre 20 km/h y  $V_{\max} = 1,2 \cdot V$ , siendo  $V$  la velocidad máxima de proyecto, con incrementos no superiores a 10 km/h.

En este documento, el barrido se realiza entre 120 km/h. y 420 km/h. (=  $1,2 \cdot 350$ ) cada 5 km/h, considerando por una parte los diez trenes universales definidos en el apéndice C.1 de la IAPF 2003 [1] y por otra los siete trenes europeos reales representativos de alta velocidad definidos igualmente en el apéndice C.1 de la misma instrucción [1].

**Observación 3.4** *En la práctica sólo sería necesario considerar una de las dos familias de trenes (reales o universales), siendo preferible utilizar los trenes HSLM.*

**Observación 3.5** *Para velocidades inferiores a 220 km/h. se calcula el coeficiente de impacto envolvente  $\Phi_2$  mediante el método simplificado (ver apartado 2.1), adoptándose para el diseño el coeficiente  $\Phi$  mayor de los dos:  $\Phi = \max(\Phi_2, \Phi_{\text{real}})$ .*

### 3.5.2. Valoración del coeficiente real de impacto

A partir de los resultados obtenidos en los cálculos dinámicos que se han descrito en el apartado anterior, el valor del coeficiente de impacto se obtiene mediante la expresión (B.1) de la IAPF 2003 [1] (apartado B.1.4.3.3):

$$\Phi = \frac{\delta_{\text{din,real}}^{\text{ideal}}}{\delta_{\text{est,tipo}}} \cdot (1 + 0,5\varphi'') \quad (23)$$

donde  $\delta_{\text{din,real}}^{\text{ideal}}$  es la flecha obtenida mediante el cálculo dinámico (sin considerar los efectos de las irregularidades del carril) para un determinado tren y una determinada velocidad. El término  $\delta_{\text{est,tipo}}$  es la flecha debido al tren tipo de la U.I.C. definido en el apartado 2.3.2.1 de la IAPF 2003 [1]. Finalmente  $\varphi''$  es el coeficiente con el que se consideran los efectos de las irregularidades del carril, habiéndose detallado anteriormente su expresión en (13).

**Observación 3.6** *El coeficiente de impacto  $\Phi$  resulta de una envolvente de solicitaciones dinámicas en relación con las solicitaciones estáticas del tren tipo de la instrucción (ver apartados 2.3.3.1 y B.1.4.3.2 de la IAPF 2003 [1]):*

$$\Phi = \frac{S_{\text{din,real}}}{S_{\text{est,tipo}}} \quad (24)$$

En la expresión (24) la letra  $S$  puede hacer referencia al esfuerzo cortante ( $Q$ ), al momento flector ( $M$ ), etc. Al considerar en  $S$  la flecha ( $\delta$ ), se obtiene un resultado aproximado y conservador en la mayoría de las situaciones. No obstante, cuando en (24) se sustituyen directamente los esfuerzos es necesario hacer ciertas consideraciones adicionales. Por ejemplo en una viga biapoyada, si se desea calcular  $\Phi$  a partir de las flechas en el centro de vano, es suficientemente aproximado considerar en los cálculos dinámicos sólo el primer modo. Sin embargo si se hace a partir de los esfuerzos en dicho punto, para tener una precisión aceptable es necesario considerar un número mayor de modos.

Esta cuestión está analizada con cierto detalle en la referencia [8].

**Observación 3.7** De acuerdo con el apartado B.2.3 de la IAPF 2003 [1], para puentes de dos o más vías, se considerarán los efectos dinámicos producidos por el paso de un sólo tren sobre la vía que resulte más desfavorable. No se considerará por tanto la simultaneidad de los efectos resonantes en varias vías.

**Flecha del tren tipo UIC.** La definición del coeficiente de impacto requiere del cálculo de la flecha estática producida por el tren tipo UIC71 especificado en el apartado 2.3.2.1. de la IAPF 2003 [1]. Este tren de cargas consiste en un conjunto de cuatro cargas puntuales de 250 kN combinado con cargas distribuidas de 80 kN/m. En la estructura del ejemplo la flecha obtenida en el centro de vano para un único tren tipo es:

$$\delta_{\text{UIC}} = 7,395 \text{ mm.} \quad (25)$$

Esta flecha deben multiplicarse por el coeficiente de clasificación  $\alpha = 1,21$  (para vías de ancho RENFE y de ancho internacional):

$$\delta_{\text{est,tipo}} = 8,948 \text{ mm.} \quad (26)$$

**Irregularidades del carril.** Las irregularidades del carril se tienen en cuenta mediante el coeficiente  $\varphi''$  (ver apartado B.3.2.2. de la IAPF 2003 [1]). Sustituyendo en la expresión (13) los valores de este ejemplo:  $a = 1$ ,  $f_0 = 3,23$  Hz. y  $L_{\Phi} = 46$  m., resulta:

$$\varphi'' = 2,16 \cdot 10^{-3} \quad (27)$$



**Envoltentes del coeficiente de impacto.** Con las flechas en centro de vano que se obtienen de los cálculos dinámicos  $\delta_{\text{din,real}}$ , la flecha del tren tipo  $\delta_{\text{est,tipo}}$ , y el coeficiente de irregularidades del carril  $\varphi''$ , sustituyendo en la expresión (23) se obtiene un coeficiente de impacto para cada tren y cada velocidad.

En la figura 4 se muestran los coeficientes de impacto obtenidos con los siete trenes reales definidos en el apartado C.2 de la IAPF 2003 [1], para las velocidades comprendidas entre 120 km/h. y 420 km/h. cada 5 km/h. En la figura 5 se muestran los coeficientes de impacto correspondientes a los diez trenes universales definidos en el apartado C.1 de la IAPF 2003 [1] para los mismos rangos de velocidad que con los trenes reales.

Para los trenes reales el valor máximo del coeficiente de impacto se obtiene para el tren VIRGIN circulando a 275 km/h, y vale:

$$\Phi_{\text{max,reales}} = 0,59 \quad (28)$$

Para los trenes universales es el Tren Dinámico Universal A-7 circulando a 280 km/h, obteniéndose:

$$\Phi_{\text{max,universales}} = 0,64 \quad (29)$$

Tanto para los trenes reales como para los universales, el coeficiente dinámico de impacto máximo es menor que el coeficiente de impacto  $\Phi_2 = 1,04$  calculado en el apartado 2.1, válido para velocidades  $v < 220$  km/h. Por tanto, el uso de este último valor de  $\Phi_2$  resulta envolvente de los esfuerzos dinámicos de alta velocidad.

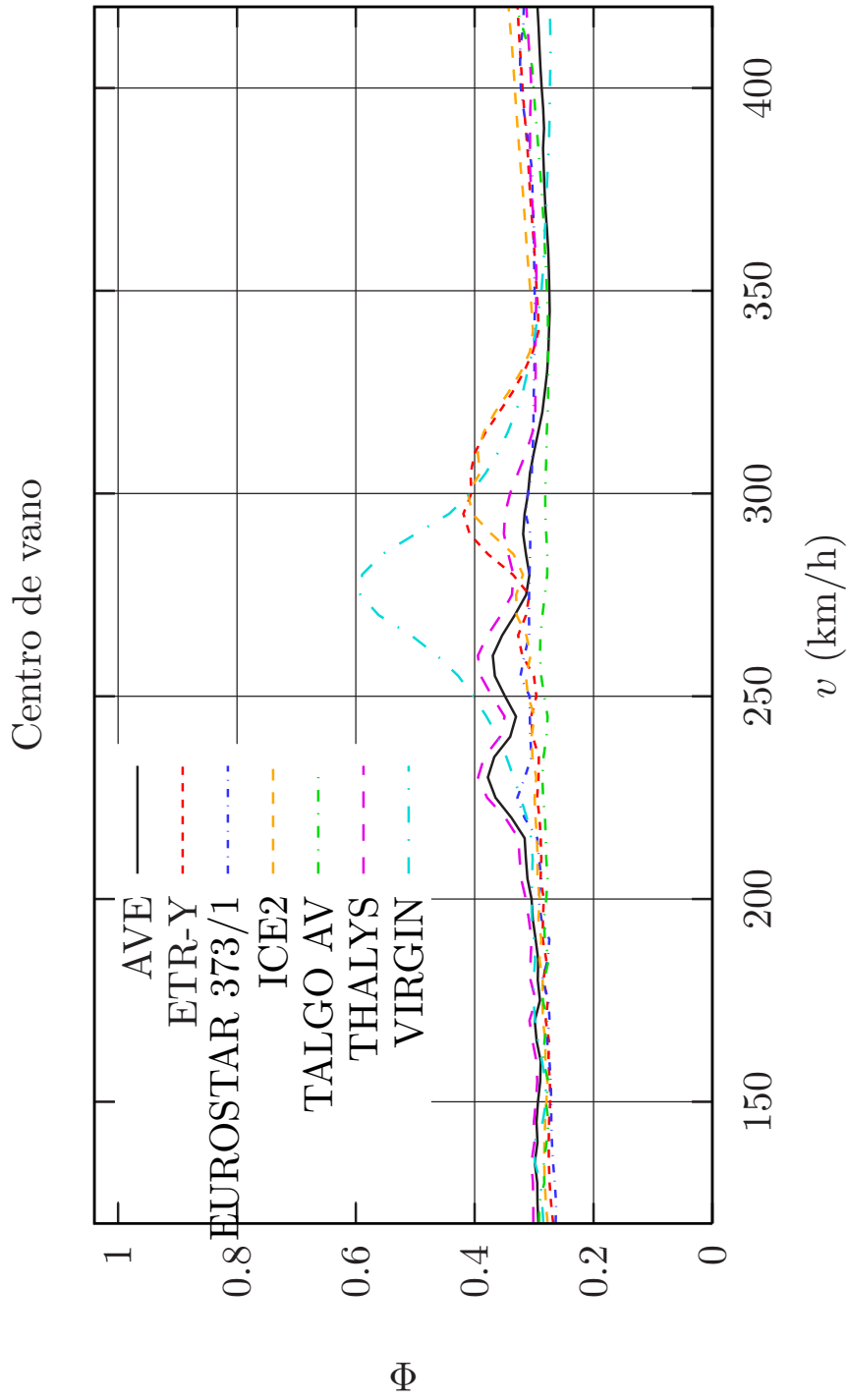


Figura 4: *Envolturas del coeficiente de impacto. Trenes reales.*

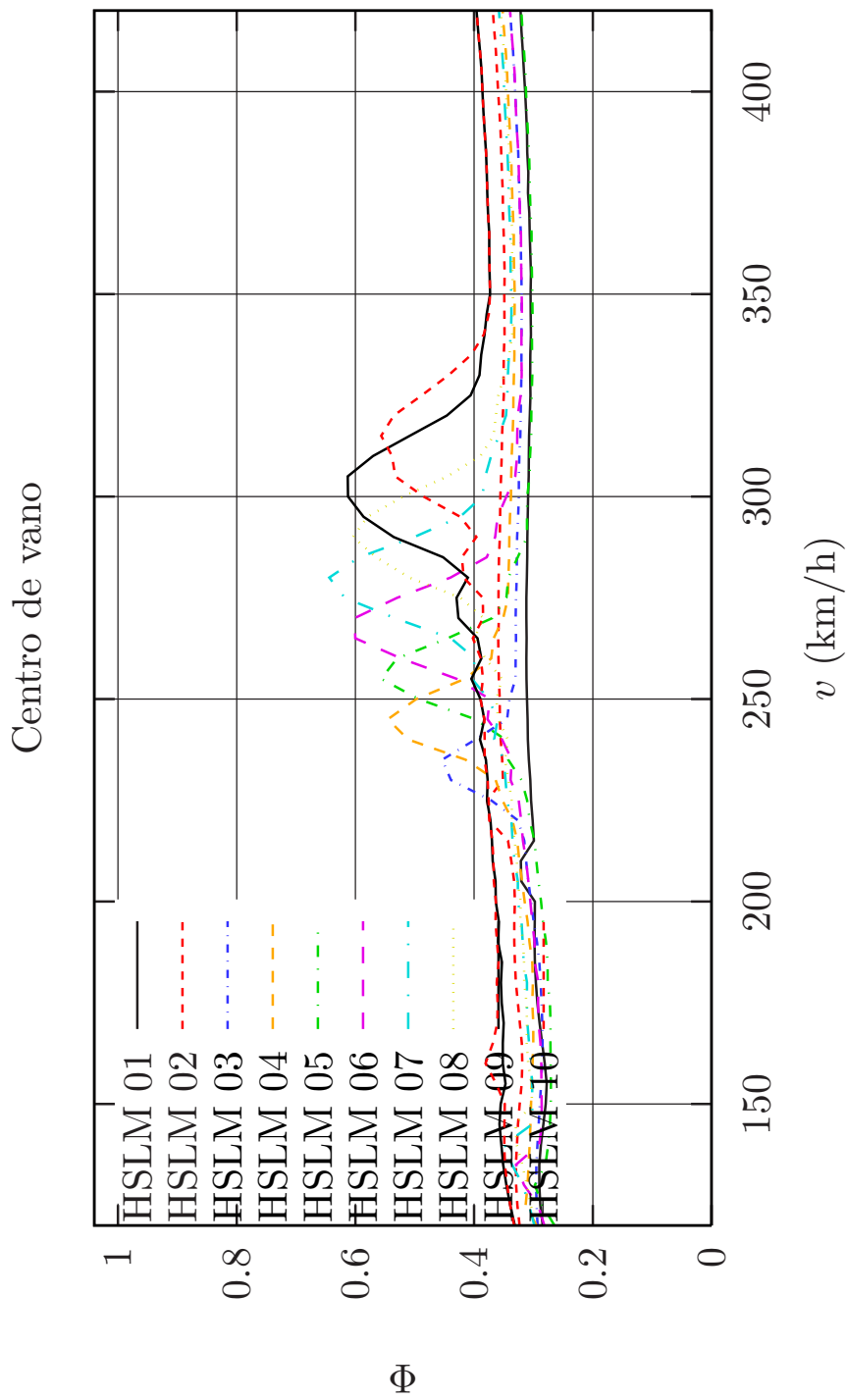


Figura 5: *Envolventes del coeficiente de impacto. Trenes universales modelo HSLM-A.*

## 3.6. Comprobaciones del Estado Límite de Servicio

### 3.6.1. Aceleraciones

En la nueva *Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de ferrocarril* IAPF 2003 [1] y en el Eurocódigo [6] se incluyen los Estados Límite de Servicio a considerar, así como los valores que deben respetarse para no afectar a la seguridad. En [7] se hace un análisis detallado de la motivación y justificación de los Estados Límite de Servicio en relación con la vía.

Este apartado se dedica a la comprobación de los valores máximos de las aceleraciones, dedicándose los apartados siguientes a las comprobaciones del alabeo del tablero, del giro del tablero en sus extremos y de las vibraciones transversales. De acuerdo con el apartado 4.2.1.1.1., para puentes de vía con balasto se establece la siguiente limitación:

$$a_{max} \leq 0,35g \quad (30)$$

En las figuras 6 y 7 se muestran las envolventes de aceleraciones, calculadas acoplando los efectos de flexión y torsión, para los trenes reales y los trenes universales HSLM-A, respectivamente. Puede comprobarse que en ambos casos las aceleraciones están dentro de los límites establecidos en la IAPF 2003 [1].

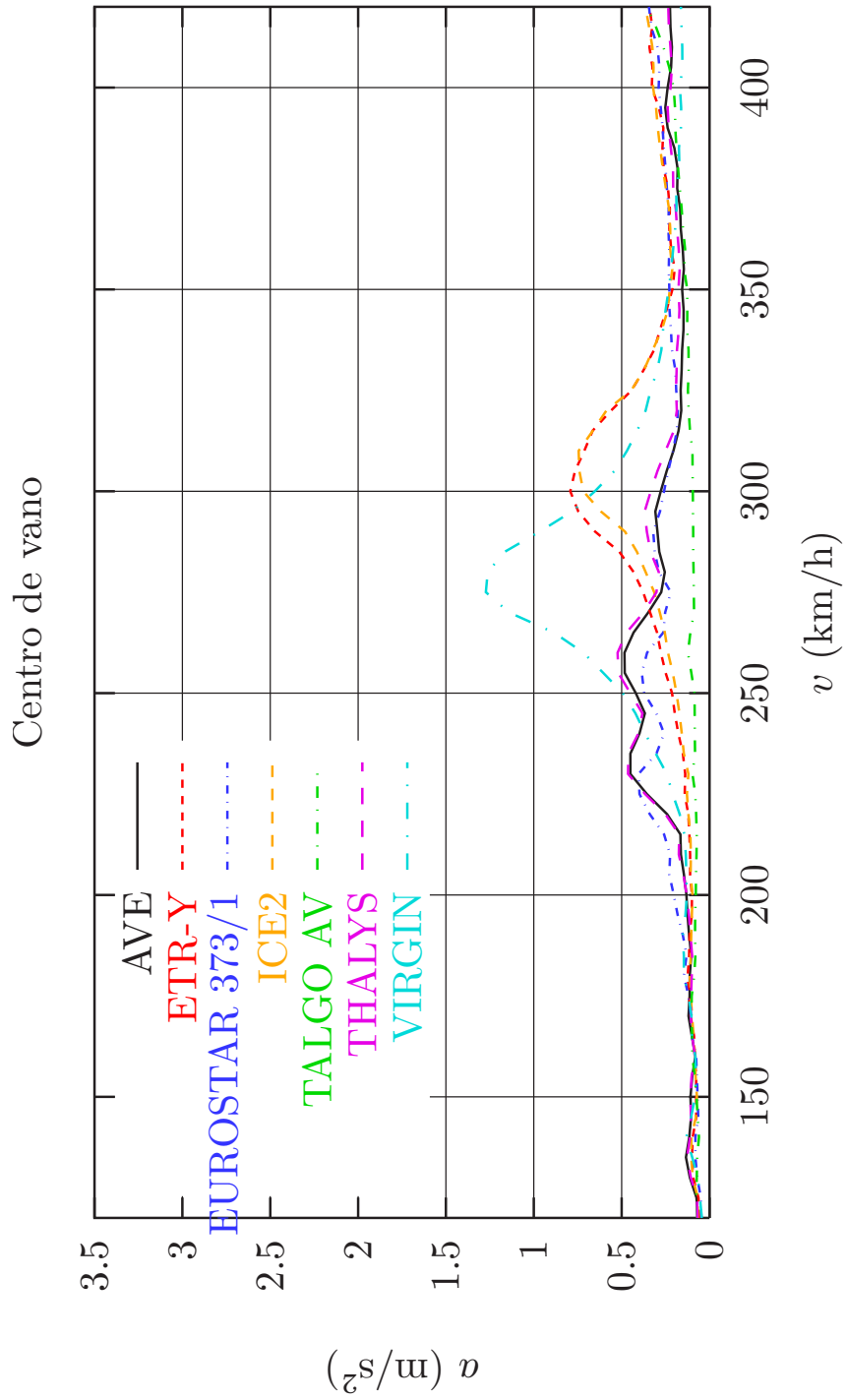


Figura 6: Aceleraciones en el centro de vano. Trenes reales.

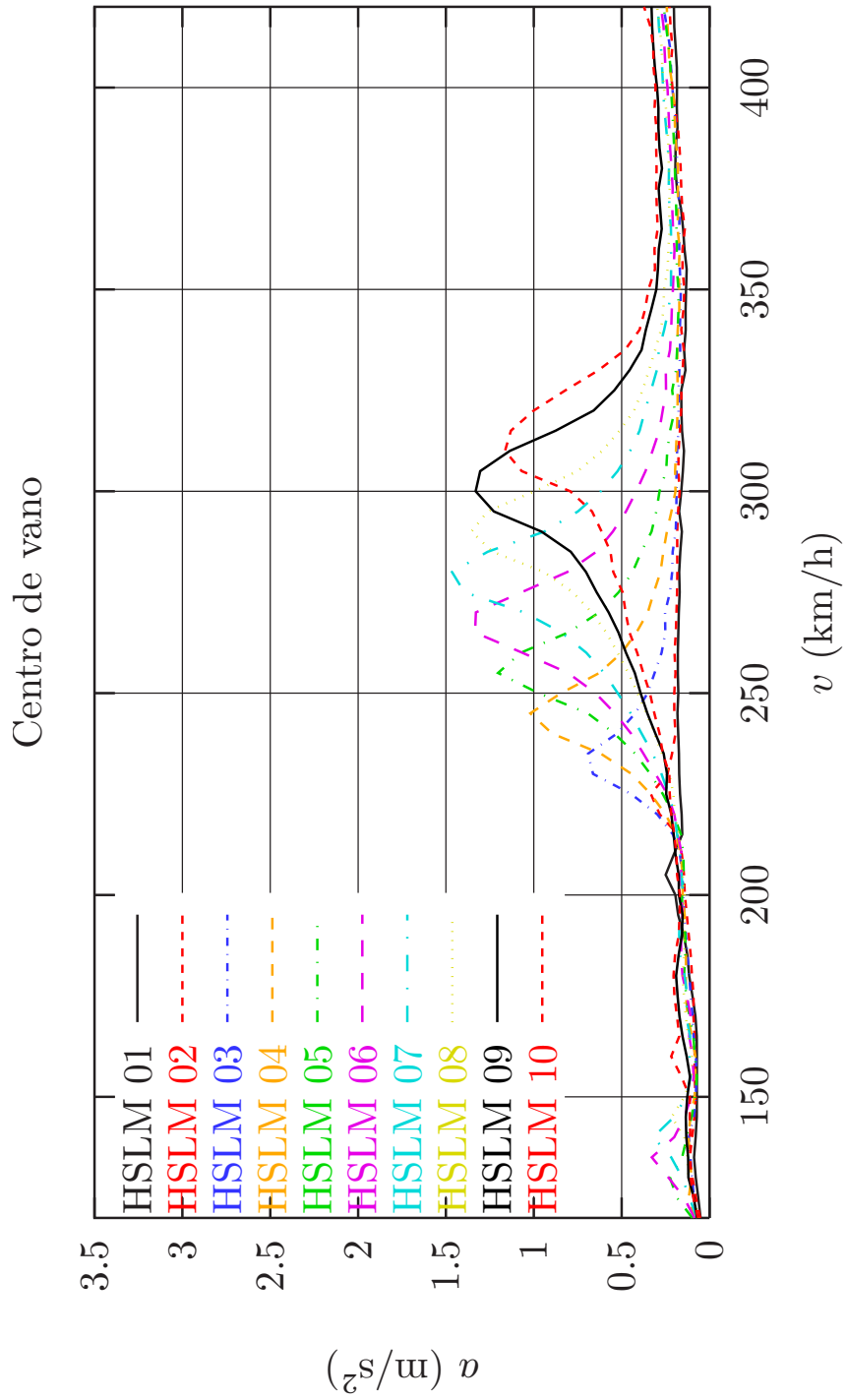


Figura 7: Aceleraciones en el centro de vano. Trenes universales.

### 3.6.2. Alabeo

El máximo alabeo  $t$  del tablero, medido entre dos secciones distantes entre sí una longitud de 3 m., según la IAPF 2003 [1] (apartado 4.2.1.1.2.) no será mayor que los siguientes límites:

$$t \leq 4,5\beta \text{ mm.}/3 \text{ m.}, \text{ para } V \leq 120 \text{ km/h.} \quad (31)$$

$$t \leq 3,0\beta \text{ mm.}/3 \text{ m.}, \text{ para } 120 < V \leq 220 \text{ km/h.} \quad (32)$$

$$t \leq 1,5\beta \text{ mm.}/3 \text{ m.}, \text{ para } V > 220 \text{ km/h.} \quad (33)$$

donde:

$$\beta = \frac{1,78r^2}{(r+c)^2} \quad (34)$$

$$c = 0,5 \text{ m.} \quad (35)$$

$$r = \text{ancho de vía} + 0,065\text{m.} \quad (36)$$

**Observación 3.8** *En el Eurocódigo [6] (apartado A2.4.4.2) el valor máximo del alabeo en (33) se remplaza por el límite:*

$$t \leq 1,5 \text{ mm.}/3 \text{ m.} \quad (37)$$

*En caso de que el coeficiente  $\beta$  de la instrucción española [1] sea mayor que la unidad, el criterio del Eurocódigo es más restrictivo que el de la IAPF 2003 [1]*

Sustituyendo en (34) los valores  $c = 0,5$  y  $r = 1,5$  resulta:

$$\beta = 1,00125 \quad (38)$$

En las figuras 8 y 9 se muestran los alabeos de la sección en centro de vano respecto del empotramiento obtenidos para los trenes reales y los trenes universales, respectivamente. Dado que dicho alabeo (obtenido para las secciones correspondientes al centro de vano y el apoyo, que distan 23 m.) verifica el límite especificado, no es necesario hacer el cálculo para dos secciones que disten 3 m.

Alabeo del Tablero. Centro de Vano

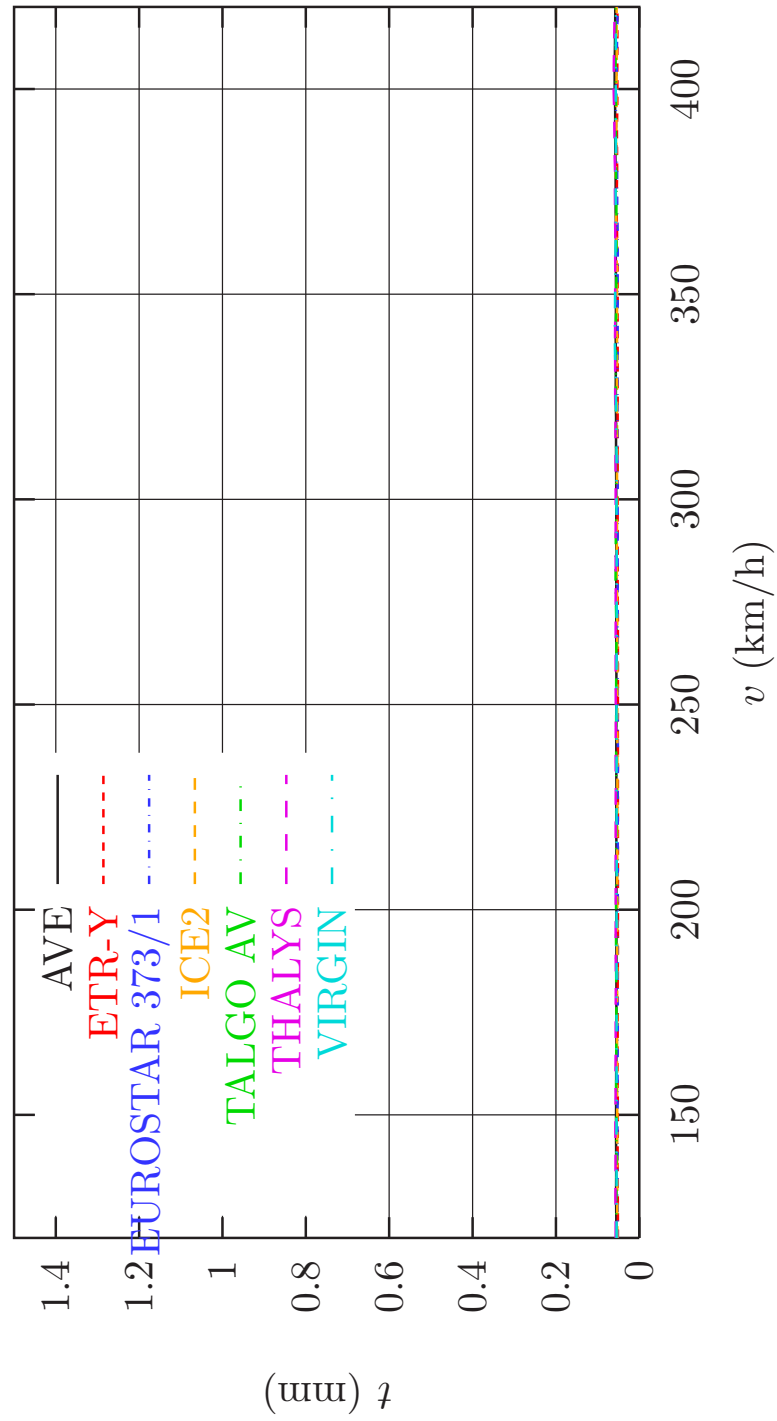


Figura 8: *Envolventes del alabeo del tablero. Trenes reales.*



Alabeo del Tablero. Centro de Vano

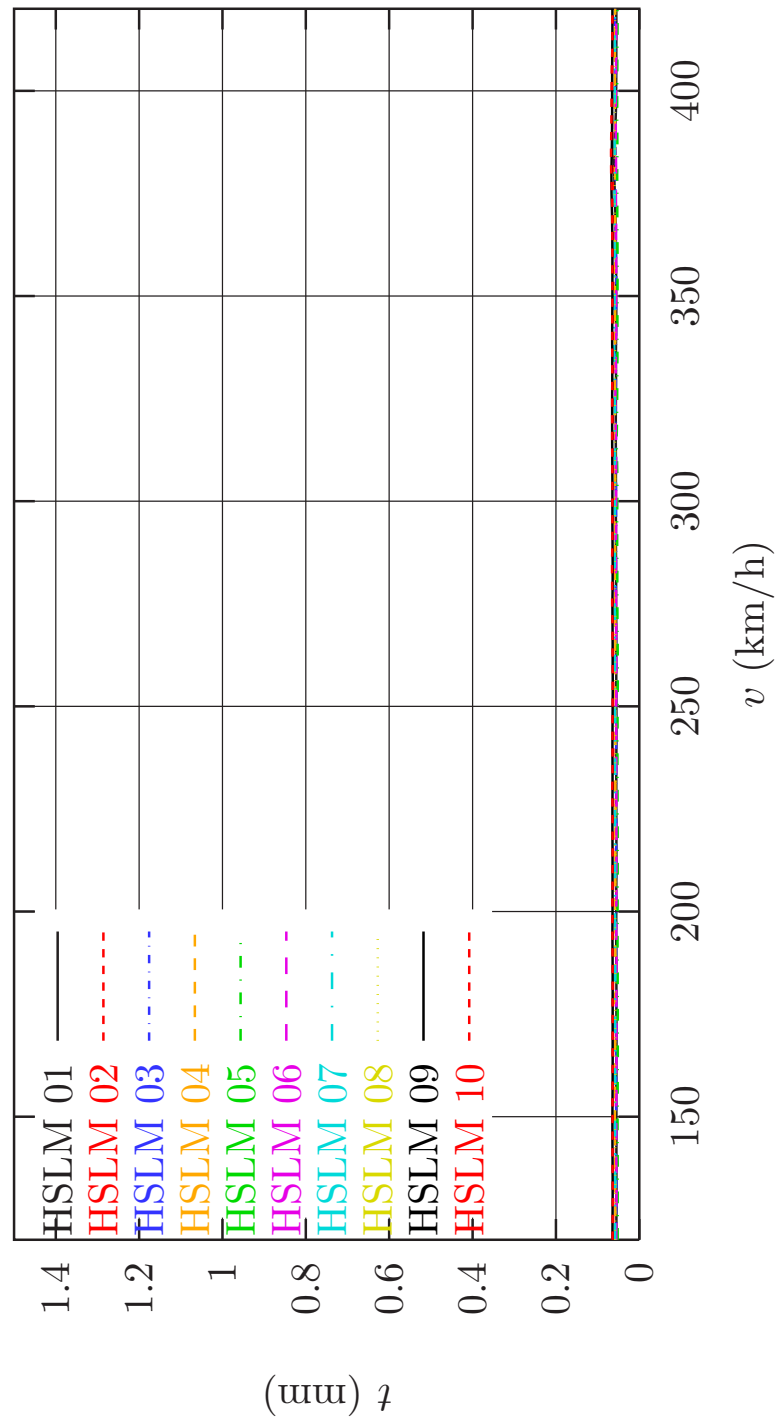


Figura 9: *Envoltentes del alabeo del tablero. Trenes universales modelo HSLM-A.*

### 3.6.3. Giros en los apoyos

En el apartado 4.2.1.1.3 de la IAPF 2003 se establecen los límites del giro máximo por flexión en los extremos del tablero en el eje de la vía. En el caso de este ejemplo dicho límite corresponde al establecido para puentes con vía doble o múltiple (con sólo una vía cargada). Para la transición tablero-estribo se establece el límite:

$$\theta \leq 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \quad (39)$$

Asimismo, al tratarse de un viaducto con múltiples vanos isostáticos existe un límite para el giro relativo entre dos tableros consecutivos:

$$\theta_1 + \theta_2 \leq 5 \cdot 10^{-3} \quad (40)$$

En las figuras 10 y 11 se muestran las envolventes de giros, calculadas con los trenes reales, en los apoyo de entrada y de salida del viaducto, respectivamente. Análogamente, en las figuras 12 y 13 se muestran las envolventes de giros en los apoyo de entrada y de salida pero calculadas en este caso con los trenes universales. Puede comprobarse que en todos los casos se verifica sobradamente los requisitos (39) y (40).

**Observación 3.9** *La condición (40) en este caso queda garantizada al comprobarla mediante la suma de los dos valores máximos de  $\theta_1$  y  $\theta_2$  en las envolventes (ver figuras 10 y 11 para el caso de los trenes reales, o figuras 12 y 13 para los trenes universales). Esta comprobación, que deja del lado de la seguridad, en determinadas situaciones puede proporcionar valores excesivamente conservadores. Para obtener valores más realistas es necesario considerar en cada instante de tiempo los giros relativos entre los apoyos consecutivos, y a partir de estos valores generar las curvas envolventes.*

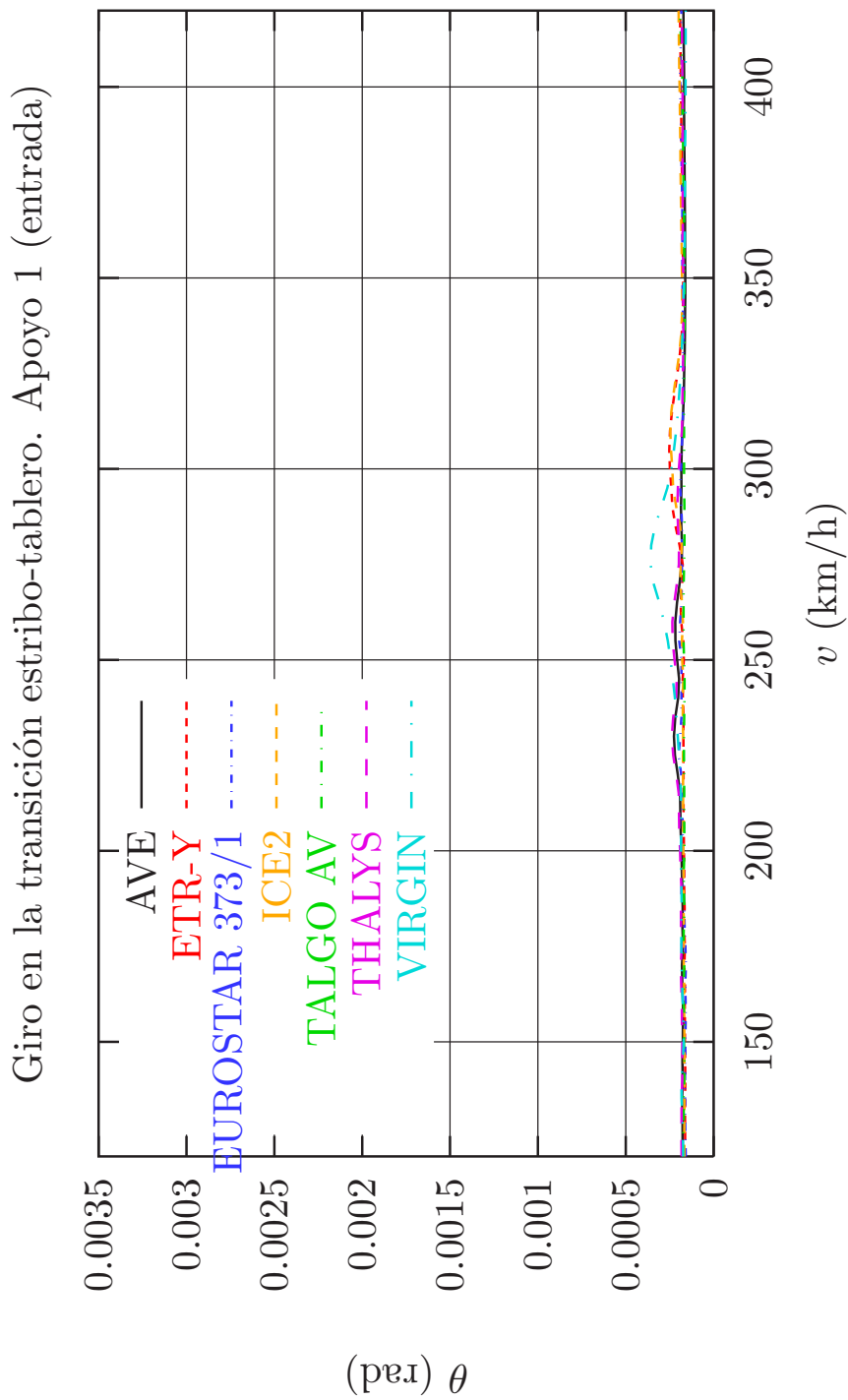


Figura 10: *Envolvente de giros en el apoyo de entrada al viaducto. Trenes reales*

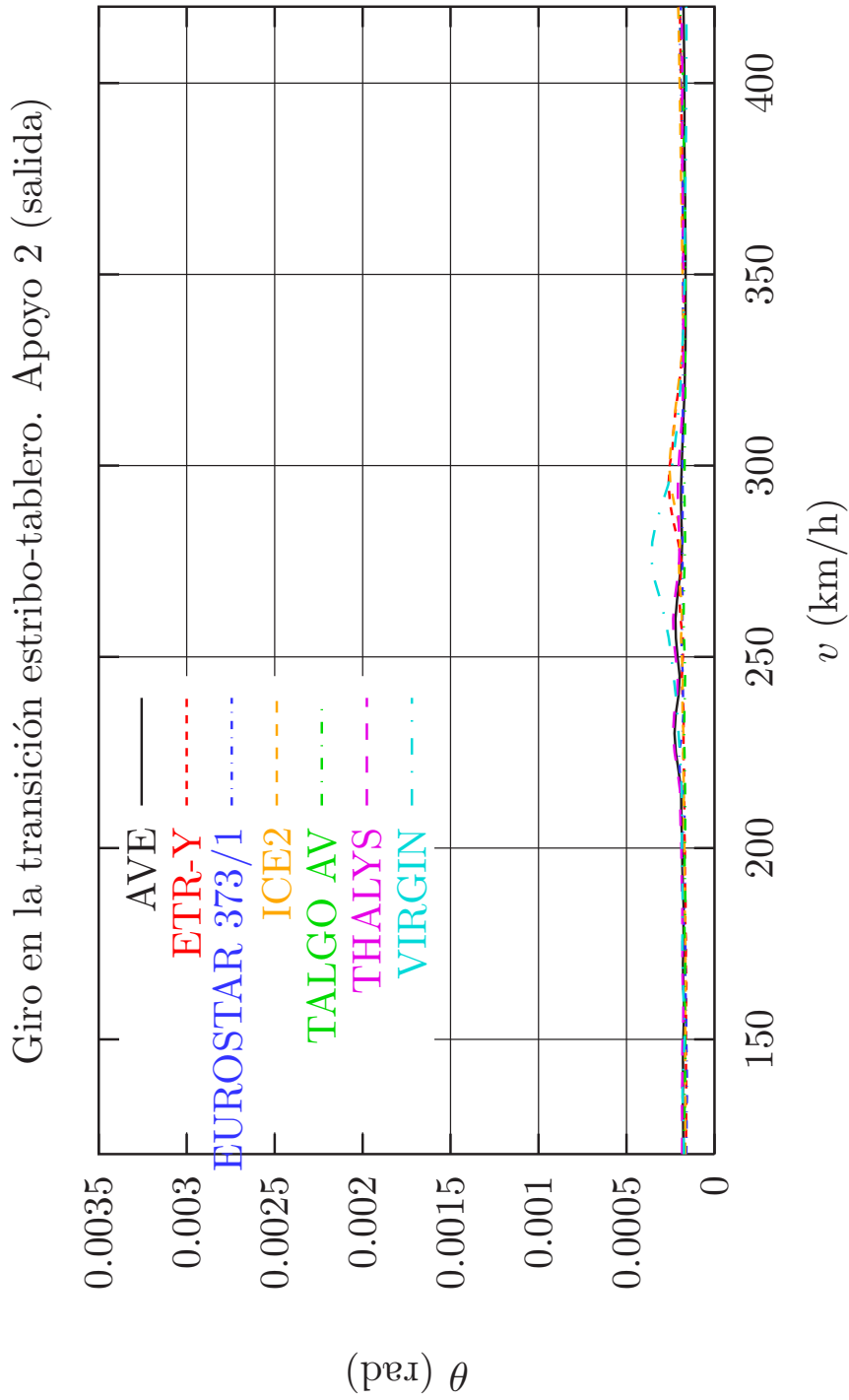


Figura 11: *Envolvente de giros en el apoyo de salida del viaducto. Trenes reales*

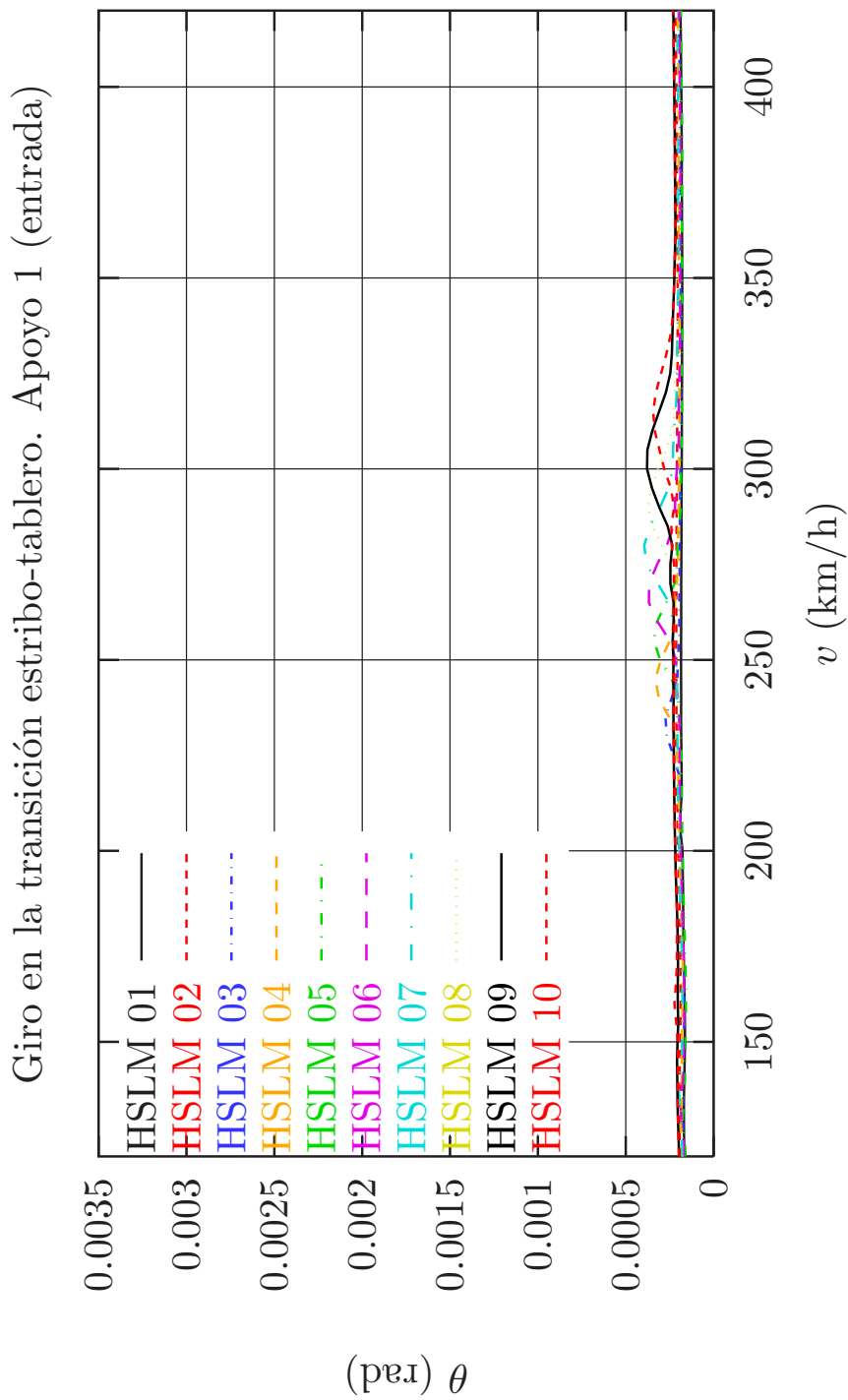


Figura 12: *Envolvente de giros en el apoyo de entrada al viaducto. Trenes universales*

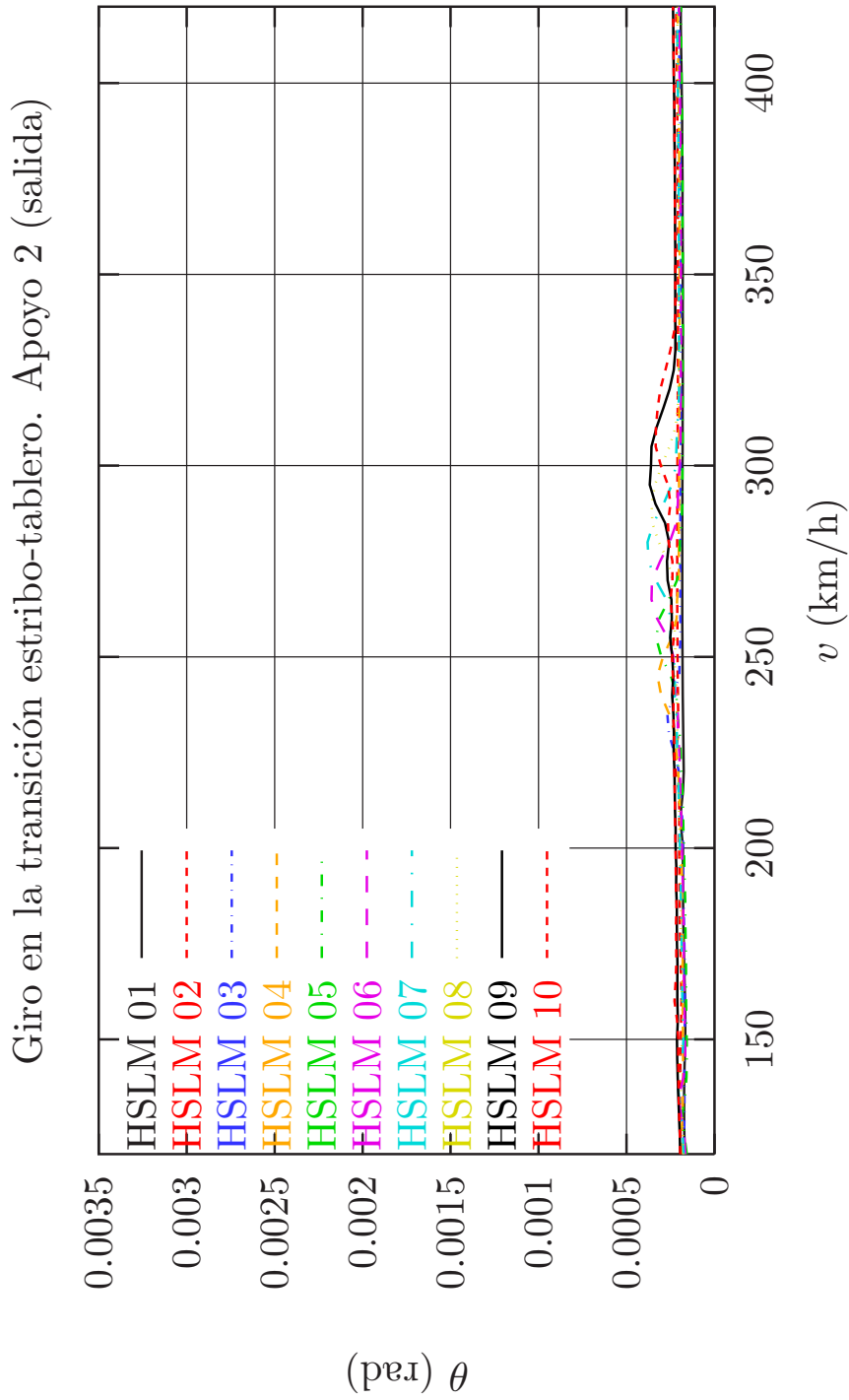


Figura 13: *Envolvente de giros en el apoyo de salida del viaducto. Trenes universales.*

### 3.6.4. Condiciones para la comodidad de los usuarios

Para asegurar la comodidad de los usuarios, en el apartado 4.2.1.2 de la IAPF 2003 [1] se limitan las deformaciones verticales de los puentes de ferrocarril en función de la longitud del vano  $L$  y de la velocidad del tren  $v$ .

De acuerdo con lo descrito en dicho apartado es necesario calcular la flecha en el eje de la vía debida al tren de cargas tipo. A la flecha por flexión ya expresada en (25), es necesario sumar la contribución debido al giro de torsión  $\theta_{\text{tors}}$  en el centro de vano. Para los datos de esta estructura resulta:

$$\theta_{\text{tors}} = 1,1385 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \quad (41)$$

Teniendo en cuenta el valor obtenido de la flecha de flexión  $\delta_{UIC} = 7,395 \text{ mm.}$ , ya expresado en (25), y la excentricidad  $e = 2,733 \text{ m.}$  calculada anteriormente en (22), la flecha en el eje de la vía debida al tren de la UIC considerando los efectos de flexión y de torsión es:

$$\delta = 7,395 \cdot 10^{-3} \text{ m.} + 1,1385 \cdot 10^{-4} \cdot 2,733 = 7,706 \cdot 10^{-3} \text{ m.} \quad (42)$$

**Observación 3.10** *Dado que el coeficiente de clasificación es mayor que 1 y la velocidad de proyecto mayor de 120 km/h., para calcular la flecha  $\delta$  en (42) se considera un coeficiente de clasificación unidad.*

**Observación 3.11** *Para calcular la flecha  $\delta$  en (42), como se trata de un puentes de varias vías, de acuerdo con la IAPF 2003 [1] se considera una única vía cargada.*

Una vez calculado  $\delta$ , el parámetro de diseño es:

$$\frac{L}{\delta} = \frac{46}{7,706 \cdot 10^{-3}} = 5969,25 \quad (43)$$

En todo caso ha de verificarse  $L/\delta \geq 600$ . Para estructuras simplemente apoyadas con tres o más vanos han de verificarse los límites de la figura 4.3 de la IAPF 2003 [1]. En este caso el valor de referencia que se obtiene en dicha figura para  $L = 46 \text{ m}$  es  $L/\delta \approx 2100$ . Como el valor obtenido en (43) es notablemente mayor, la estructura verifica los requisitos en cuanto a comodidad de los usuarios.

### 3.6.5. Vibraciones transversales

Según lo establecido en el apartado 4.2.1.1.5 de la IAPF 2003 [1], a fin de evitar fenómenos de resonancia lateral en los vehículos, la frecuencia propia de vibración transversal de los tableros del puente no será inferior a 1,2 Hz.

En este ejemplo no es necesario calcularla para hacer esta comprobación ya que será mayor que la frecuencia de flexión longitudinal (por ser considerablemente mayor la rigidez transversal que la longitudinal) cuyo valor es  $f_0 = 3,23$  Hz. En general, la metodología para calcular esta frecuencia es idéntica a la descrita anteriormente para el cálculo de las frecuencias asociadas a la flexión longitudinal (ver apartado 3.3).



## 4. Ejemplo de cálculo de un viaducto hiperestático

Una vez explicado como se desarrollan los cálculos dinámicos de un viaducto isostático, a continuación se desarrolla otro ejemplo correspondiente al cálculo dinámico de un viaducto hiperestático.

Para ello se aplica la metodología descrita en el apartado 2.1 (para velocidades inferiores a 220 km/h) y el apartado 2.4 para un rango de velocidades entre 120 km/h y 420 km/h. La velocidad máxima de este barrido corresponde a incrementar en un 20 % la velocidad máxima de diseño (350 km/h). En todos los cálculos del proyecto se adoptará como coeficiente de impacto el mayor de los dos.

Para los cálculos dinámicos se utiliza una versión, modificada por el Grupo de Mecánica Computacional de la Universidad Politécnica de Madrid, del programa de elementos finitos FEAP [4]. No obstante se puede emplear cualquier código comercial de elementos finitos que tenga capacidad para la integración directa en el tiempo de los modos de oscilación.

### 4.1. Datos necesarios para el análisis dinámico

El análisis dinámico que se describe en este ejemplo se realiza mediante un modelo de elementos finitos. La formulación de estos corresponde a elementos viga de dos nodos en los que se desprecia la deformación por cortante (viga de Bernouilli). Para ello es necesario disponer de un conjunto de datos en relación con la geometría y las propiedades mecánicas de los materiales de la estructura. Además de la sección longitudinal que permite obtener la discretización en elementos finitos de la estructura, la sección transversal queda definida mediante los siguientes parámetros:

- Área de la sección transversal:  $A$ .
- Momento de inercia correspondiente a la rigidez a flexión longitudinal de la viga  $I_f$
- Módulo de rigidez torsional  $I_t$
- Momento Polar de Inercia respecto del centro de torsión  $J_p$ , necesario para conocer la contribución a la energía cinética del movimiento de torsión. En una sección plana el momento polar de inercia respecto de un punto es igual a la suma de los momentos de inercia respecto de dos direcciones ortogonales contenidas en el plano de dicha sección y que pasen por dicho punto.

Asimismo es necesario conocer el módulo de elasticidad  $E$ , el coeficiente de Poisson  $\nu$  y la masa vibrante del viaducto correspondiente tanto al hormigón estructural, como al resto de cargas permanentes (balasto, barandillas, etc.).

## 4.2. Modelo de elementos finitos

En este ejemplo se analiza un viaducto continuo de siete vanos. Los dos vanos extremos tienen 20 m. de luz, y los cinco vanos intermedios son de 25 m. de luz, resultando una longitud total del viaducto de 165 m. El viaducto se modela como una viga continua con ocho apoyos simples en flexión, y empotramientos perfectos a torsión en cada vano.

La sección transversal corresponde a una losa aligerada, que de acuerdo con el apartado anterior queda definida con los siguientes parámetros:

- Área  $A = 10,22 \text{ m}^2$
- Inercia de flexión  $I_f = 3,352 \text{ m}^4$
- Módulo de rigidez torsional  $I_t = 7,644 \text{ m}^4$
- Momento polar de inercia  $J_p = 103,02 \text{ m}^4$

La masa vibrante es  $m' = 39250 \text{ kg/m}$ , calculada a partir de la densidad del hormigón  $\rho_c = 2500 \text{ kg/m}^3$ , del valor del resto de cargas permanentes  $rcp = 13700 \text{ kg/m}$ . y del área del viaducto:

$$m' = \rho_c \cdot A + rcp = 2500 \text{ kg/m}^3 \times 10,22 \text{ m}^2 + 13700 \text{ kg/m} = 39250 \text{ kg/m} \quad (44)$$

El módulo de elasticidad se ha obtenido con la expresión del apartado 39.6 de la instrucción EHE [5], correspondiente a cargas instantáneas o rápidamente variables, considerando un hormigón con resistencia característica  $f_{ck} = 40 \text{ N/mm}^2$

$$E_{oj} = 10000 \sqrt[3]{f_{cm}} = 36,3 \text{ GPa} \quad (45)$$

siendo  $f_{cm}$  la resistencia media a compresión a los 28 días. El coeficiente de Poisson del hormigón vale, de acuerdo con [5],  $\nu = 0,2$ . El viaducto se ha modelado mediante 165 elementos de viga 3D, con 2 nodos cada uno.

## 4.3. Cálculo de los modos de oscilación

La obtención de los modos de oscilación y frecuencias propias de la estructura es necesaria tanto para el cálculo simplificado del coeficiente de impacto

modo	frec.(Hz)	modo	frec.(Hz)	modo	frec.(Hz)	modo	frec.(Hz)
1 (F)	4.654	2 (F)	5.324	3 (F)	6.313	4 (F)	7.504
5 (F)	8.766	6 (F)	9.916	7 (F)	10.224	8 (T)	10.819
9 (T)	10.819	10 (T)	10.819	11 (T)	10.819	12 (T)	10.819
13 (T)	13.528	14 (T)	13.528	15 (F)	18.163	16 (F)	19.745
17 (T)	21.680	18 (T)	21.680	19 (T)	21.680	20 (T)	21.680
21 (T)	21.680	22 (F)	21.800	23 (F)	24.051	24 (F)	26.196
25 (T)	27.140	26 (T)	27.140	27 (F)	31.128	28 (F)	31.220

Cuadro 2: Frecuencias propias de la estructura

(ver apartado 2.1), dadas las limitaciones de las expresiones (1) a (5), como para la integración directa en el tiempo de los modos de oscilación (ver apartado 2.4).

Con el modelo descrito en el apartado anterior se ha hecho un análisis modal del modelo de elementos finitos calculando las frecuencias y modos de vibración. En el cuadro 2 se muestran los valores de los 28 primeras frecuencias propias de la estructura, especificando si corresponden a modos de flexión (F) o de torsión (T). De acuerdo con el apartado 4.2.1.1 de la instrucción IAPF 2003 [1], para el cálculo de las aceleraciones se tendrán en cuenta los modos de frecuencias menores de 30 Hz. Por lo tanto será necesario considerar hasta el vigésimo sexto modo ya que  $f_{27} = 31,128$  Hz.

**Observación 4.1** La expresión analítica de las frecuencias de torsión de una viga biempotrada es:

$$f_{ti} = \frac{i}{2L} \sqrt{\frac{GI_t}{J_p m' / A}} \text{ en Hz} \quad (46)$$

Sustituyendo ahora en (17) los valores del ejemplo, se obtiene para los vanos de 20 m. las siguientes 2 primeras frecuencias:

$$f_{t1} = 13,5143 \text{ Hz.}$$

$$f_{t2} = 27,0286 \text{ Hz.}$$

que son similares a los obtenidos numéricamente para los modos 13, 14 y 25, 26, respectivamente. Obsérvese que estos modos aparecen duplicados por ser iguales los vanos extremos. Asimismo para los cinco vanos intermedios, de

longitudes igual a 25 m., se obtienen los valores analíticos:

$$f_{t1} = 10,8114 \text{ Hz.}$$

$$f_{t2} = 21,6228 \text{ Hz.}$$

que corresponden a los modos del 8 al 12, y del 17 al 21.

#### 4.4. Cálculo simplificado del coeficiente de impacto $\Phi_2$

Para velocidades inferior a 220 km/h. el coeficiente de impacto envolvente  $\Phi_2$  se calculará de acuerdo con la metodología descrita en el apartado 2.1. Para ello es necesario en primer lugar calcular la longitud determinante de la estructura  $L_\Phi$  mediante el cuadro 2.3 de la IAPF 2003 [1]. Para una viga continua se considera el caso 5.2, en el que la longitud determinante para un viaducto de siete vanos es:

$$L_\Phi = 1,5 \frac{\sum_{i=1}^7 L_i}{7} = 35,357 \text{ m.} \quad (47)$$

A continuación es necesario comprobar que la frecuencia fundamental de flexión del viaducto ( $f_0 = 4,6543 \text{ Hz.}$ ) es inferior a la calculada con la expresión (1):

$$f_0 = 94,76 L_\Phi^{-0,748} = 6,582 \text{ Hz.} \quad (48)$$

y mayor que la obtenida al aplicar (4):

$$f_0 = 23,58 L_\Phi^{-0,592} = 2,857 \text{ Hz.} \quad (49)$$

En el apartado 2.3.3.2 de la IAPF 2003 [1] se define el coeficiente  $\Phi_2$  (aplicable a vías con grado de mantenimiento bueno):

$$\Phi_2 = \frac{1,44}{\sqrt{L_\Phi} - 0,2} + 0,82 = 1,07, \quad 1,00 \leq \Phi_2 \leq 1,67 \quad (50)$$

#### 4.5. Cálculo del coeficiente de impacto mediante análisis dinámico

Para velocidades superiores a 220 km/h es necesario realizar un análisis dinámico. En este documento los cálculos dinámicos se realizan mediante la integración en el tiempo de los modos de oscilación calculados anteriormente en el apartado 4.3. Se emplea para ello una versión, modificada por el Grupo de Mecánica Computacional de la Universidad Politécnica de Madrid, del programa de elementos finitos FEAP [4].

#### 4.5.1. Integración directa de los modos de oscilación en el tiempo

Los cálculos dinámicos se pueden realizar considerando las acciones correspondientes a los siete trenes reales descritos en el apéndice C de la IAPF 2003 [1], o preferiblemente el modelo de carga para alta velocidad HSLM (High Speed Load Model) descrito igualmente en el apéndice C de dicha Instrucción. El uso del modelo HSLM garantiza la interoperabilidad de redes ferroviarias en el entorno internacional, según se define en el eurocódigo [6].

Este modelo de carga consta del Tren Dinámico Universal-A y de Tren Dinámico Universal-B. El Tren Dinámico Universal-A está definido por la acción conjunta de 10 trenes articulados, definidos en el cuadro C.1. de la IAPF 2003 [1], siendo aplicable a tableros continuos y simplemente apoyados de luz  $L_\lambda \geq 7$  m. El Tren Dinámico Universal-B se debe utilizar para tableros simplemente apoyados de luz  $L_\lambda < 7$  m. por un conjunto de  $N$  cargas puntuales de valor 170 kN. espaciadas uniformemente una distancia  $d$ . Los valores de  $N$  y  $d$  se definen en la figura C.3. de la IAPF 2003 [1].

Los trenes dinámicos universales A y B son envolventes conjuntamente de los efectos dinámicos producidos por los trenes clásicos, articulados y regulares de alta velocidad de acuerdo a las especificaciones técnicas europeas para interoperabilidad de redes recogidas en el apéndice E del eurocódigo [6].

Al realizar el análisis dinámico para cada velocidad y cada tren se obtiene como resultado historias de desplazamientos, giros, aceleraciones, etc. en los puntos seleccionados. Por ejemplo, del análisis correspondiente al tren AVE circulando a 400 km/h se obtiene la evolución temporal de la flecha por flexión y el giro de torsión en el centro del segundo vano que se muestran en las figuras 14 y 15, respectivamente.

Dado que el análisis es lineal los efectos de flexión y torsión pueden superponerse, sumando a la flecha de flexión el valor absoluto del giro de torsión multiplicado por la excentricidad de la carga. El valor a considerar para la excentricidad de la carga se obtiene como suma de cuatro términos:

1. La propia excentricidad de diseño (distancia del eje de la vía al centro de esfuerzos cortantes).
2. En puentes con balasto 0,3 m. para considerar un eventual desplazamiento transversal de la vía con respecto a su eje inicial (apartado 2.3.2.3.3 de la IAPF 2003 [1]).
3. La correspondiente al efecto de una posible distribución no simétrica de las cargas verticales entre los dos carriles. La excentricidad resultante es  $e = r/18$  siendo  $r$  el ancho de vía incrementado en 65 mm. (apartado 2.3.2.3.4 de la IAPF 2003 [1]).

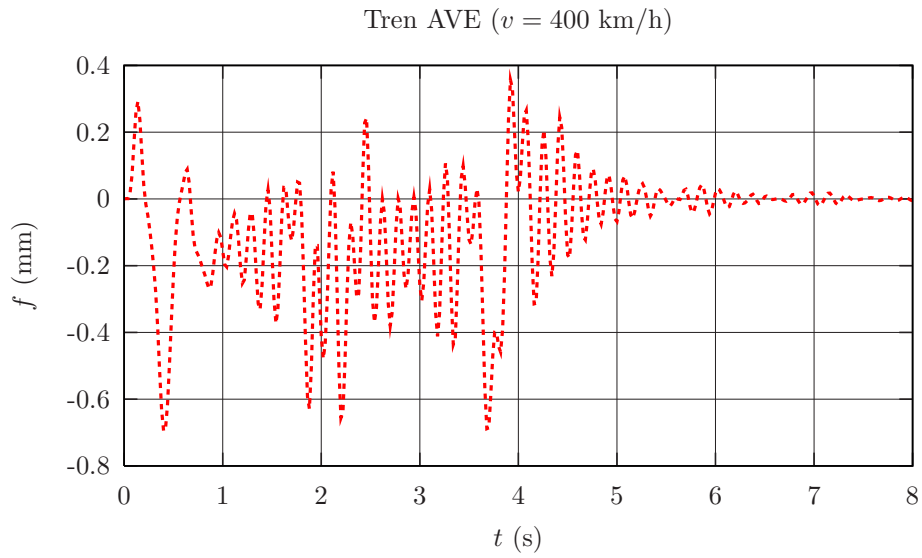


Figura 14: *Historia de la flecha por flexión en el centro del segundo vano.*

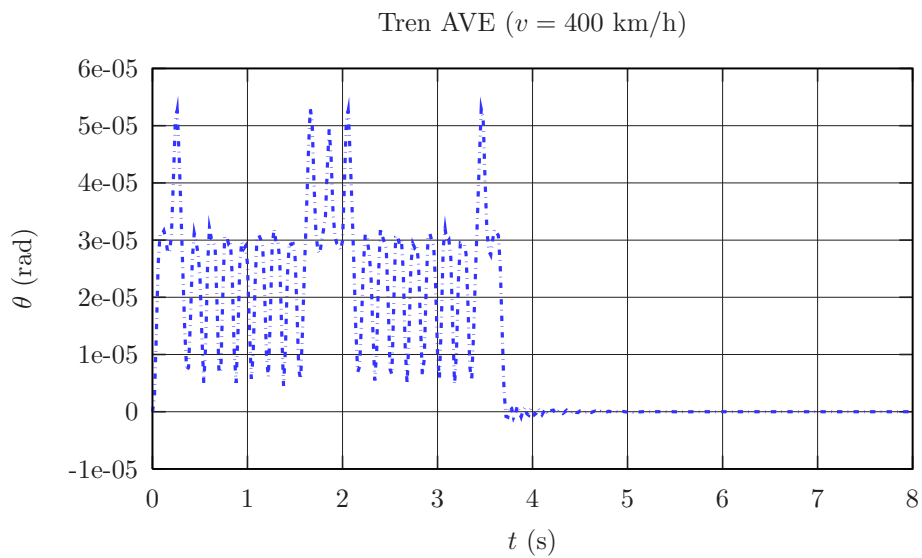


Figura 15: *Historia del giro de torsión en el centro del segundo vano.*

- En vías peraltadas, la excentricidad originada por el propio peralte. Para ello se supondrá el centro de gravedad del tren de cargas situado a 1,80 m. por encima de la superficie de rodadura (apartado 2.3.2.3.4 de la IAPF 2003 [1]).

En este caso se consideran únicamente los tres primeros términos:

$$e = \underbrace{2,35}_{\text{diseño}} + \underbrace{0,3}_{\text{ripado}} + \underbrace{\frac{1,435 + 0,065}{18}}_{\text{dist. no sim.}} = 2,733 \text{ m.} \quad (51)$$

Una vez superpuestas las curvas de la figuras 14 y 15 se obtiene la historia de la figura 16. De todos los puntos de esta curva el único de interés a efectos del cálculo del coeficiente de impacto real es el correspondiente a la flecha máxima (señalado en la figura 16).

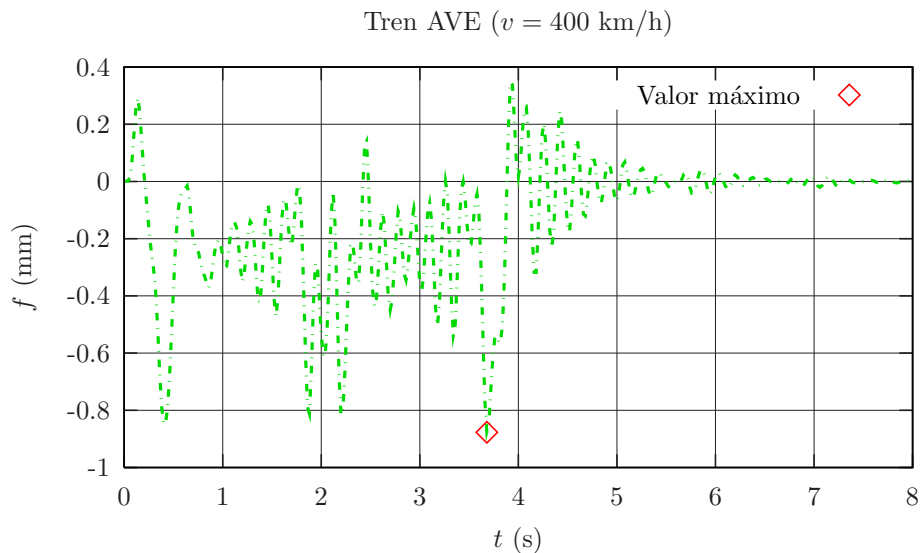


Figura 16: Historia de la flecha en el centro del segundo vano considerando los efectos de flexión y torsión, y valor máximo alcanzado.

**Observación 4.2** Se pueden obtener de manera desacoplada los valores máximos de flexión y de torsión, y combinarlos posteriormente con el criterio SRSS (Square Root of Sum of Squares). Sin embargo, se obtienen valores más ajustados a la realidad haciendo, como se ha descrito, el cálculo de flexión y de torsión de forma acoplada.

De acuerdo con el apéndice B, apartado B.1.4.3.1 de la IAPF 2003 [1], para completar los cálculos dinámicos se debe realizar un barrido entre 20 km/h y  $V_{\max} = 1,2 \cdot V$ , siendo  $V$  la velocidad máxima de proyecto, con incrementos no superiores a 10 km/h.

En este documento, el barrido se realiza entre 120 km/h. y 420 km/h. (=  $1,2 \cdot 350$ ) cada 5 km/h, considerando por una parte los diez trenes universales definidos en el apéndice C.1 de la IAPF 2003 [1] y por otra los siete trenes europeos reales representativos de alta velocidad definidos igualmente en el apéndice C.1 de la misma instrucción [1].

**Observación 4.3** *En la práctica sólo sería necesario considerar una de las dos familias de trenes (reales o universales), siendo preferible utilizar los trenes HSLM.*

**Observación 4.4** *Para velocidades inferiores a 220 km/h. se calcula el coeficiente de impacto envolvente  $\Phi_2$  mediante el método simplificado (ver apartado 2.1), adoptándose para el diseño el coeficiente  $\Phi$  mayor de los dos:  $\Phi = \max(\Phi_2, \Phi_{real})$ .*

#### 4.5.2. Valoración del coeficiente real de impacto

A partir de los resultados obtenidos en los cálculos dinámicos que se han descrito en el apartado anterior, el valor del coeficiente de impacto se obtiene mediante la expresión (B.1) de la IAPF 2003 [1] (apartado B.1.4.3.3):

$$\Phi = \frac{\delta_{\text{din,real}}^{\text{ideal}}}{\delta_{\text{est,tipo}}} \cdot (1 + 0,5\varphi'') \quad (52)$$

donde  $\delta_{\text{din,real}}^{\text{ideal}}$  es la flecha obtenida mediante el cálculo dinámico (sin considerar los efectos de las irregularidades del carril) para un determinado tren y una determinada velocidad. El término  $\delta_{\text{est,tipo}}$  es la flecha debido al tren tipo de la U.I.C. definido en el apartado 2.3.2.1 de la IAPF 2003 [1]. Finalmente  $\varphi''$  es el coeficiente con el que se consideran los efectos de las irregularidades del carril, habiéndose detallado anteriormente su expresión en (13).

En este caso también es pertinente tener en cuenta las consideraciones de la **Observación 3.6**.

**Observación 4.5** *De acuerdo con el apartado B.2.3 de la IAPF 2003 [1], para puentes de dos o más vías, se considerarán los efectos dinámicos producidos por el paso de un sólo tren sobre la vía que resulte más desfavorable. No se considerará por tanto la simultaneidad de los efectos resonantes en varias vías.*



Vano	$\delta_{UIC}$ (mm)	$\delta_{est,tipo}$ (mm)
1	1.6100	1.9481
2	2.4620	2.9790
3	2.6126	3.1612
4	2.6481	3.2042
5	2.6126	3.1612
6	2.4620	2.9790
7	1.6100	1.9481

Cuadro 3: Flecha estática calculada con un tren de la UIC sin coeficiente de clasificación ( $\delta_{UIC}$ ) y con coeficiente de clasificación  $\alpha = 1,21$  ( $\delta_{est,tipo}$ ).

**Flecha del tren tipo UIC.** La definición del coeficiente de impacto requiere del cálculo de la flecha estática producida por el tren tipo UIC71 especificado en el apartado 2.3.2.1. de la IAPF 2003 [1]. Este tren de cargas consiste en un conjunto de cuatro cargas puntuales de 250 kN combinado con cargas distribuidas de 80 kN/m. En la segunda columna del cuadro 3 se muestran las flechas obtenidas en el centro de cada uno de los siete vanos para un único tren tipo  $\delta_{UIC}$ . Estas flechas deben multiplicarse por el coeficiente de clasificación  $\alpha = 1,21$  (para vías de ancho RENFE y de ancho internacional) obteniéndose los valores  $\delta_{est,tipo}$  que se muestran en la tercera columna de dicho cuadro.

**Observación 4.6** Las flechas en los centros de vano obtenidas en los cálculos dinámicos no respetan las condiciones de simetría de la estructura.

**Irregularidades del carril.** Las irregularidades del carril se tienen en cuenta mediante el coeficiente  $\varphi''$  (ver apartado B.3.2.2. de la IAPF 2003 [1]). Sustituyendo en la expresión (13) los valores de este ejemplo:  $a = 1$ ,  $f_0 = 4,654$  Hz. y  $L_\Phi = 35,357$  m., resulta:

$$\varphi'' = 0,0232 \quad (53)$$

**Envoltentes del coeficiente de impacto.** Con las flechas en los centros de vano que se obtienen de los cálculos dinámicos  $\delta_{din,real}$ , las flechas del tren tipo  $\delta_{est,tipo}$  expresadas en el cuadro 3 y el coeficiente de irregularidades del carril  $\varphi''$ , sustituyendo en la expresión (52) se obtiene un coeficiente de impacto para cada tren, cada velocidad y cada centro de vano.

En la figuras 17 a 23 se muestran los coeficientes de impacto obtenidos con los siete trenes reales definidos en el apartado C.2 de la IAPF 2003 [1], para

las velocidades comprendidas entre 120 km/h. y 420 km/h. cada 5 km/h. En las figuras 24 a 30 se muestran los coeficientes de impacto correspondientes a los diez trenes universales definidos en el apartado C.1 de la IAPF 2003 [1] para los mismos rangos de velocidad que con los trenes reales. En estas gráficas se llama *Vano 1* al vano de entrada del tren al viaducto, y *Vano 7* al vano de salida.

Tanto para los trenes reales como para los universales, el coeficiente dinámico de impacto máximo es menor que el coeficiente de impacto  $\Phi_2 = 1,07$  calculado en el apartado 4.4, válido para velocidades  $v < 220$  km/h. Por tanto, el uso de este último valor de  $\Phi_2$  resulta envolvente de los esfuerzos dinámicos de alta velocidad.

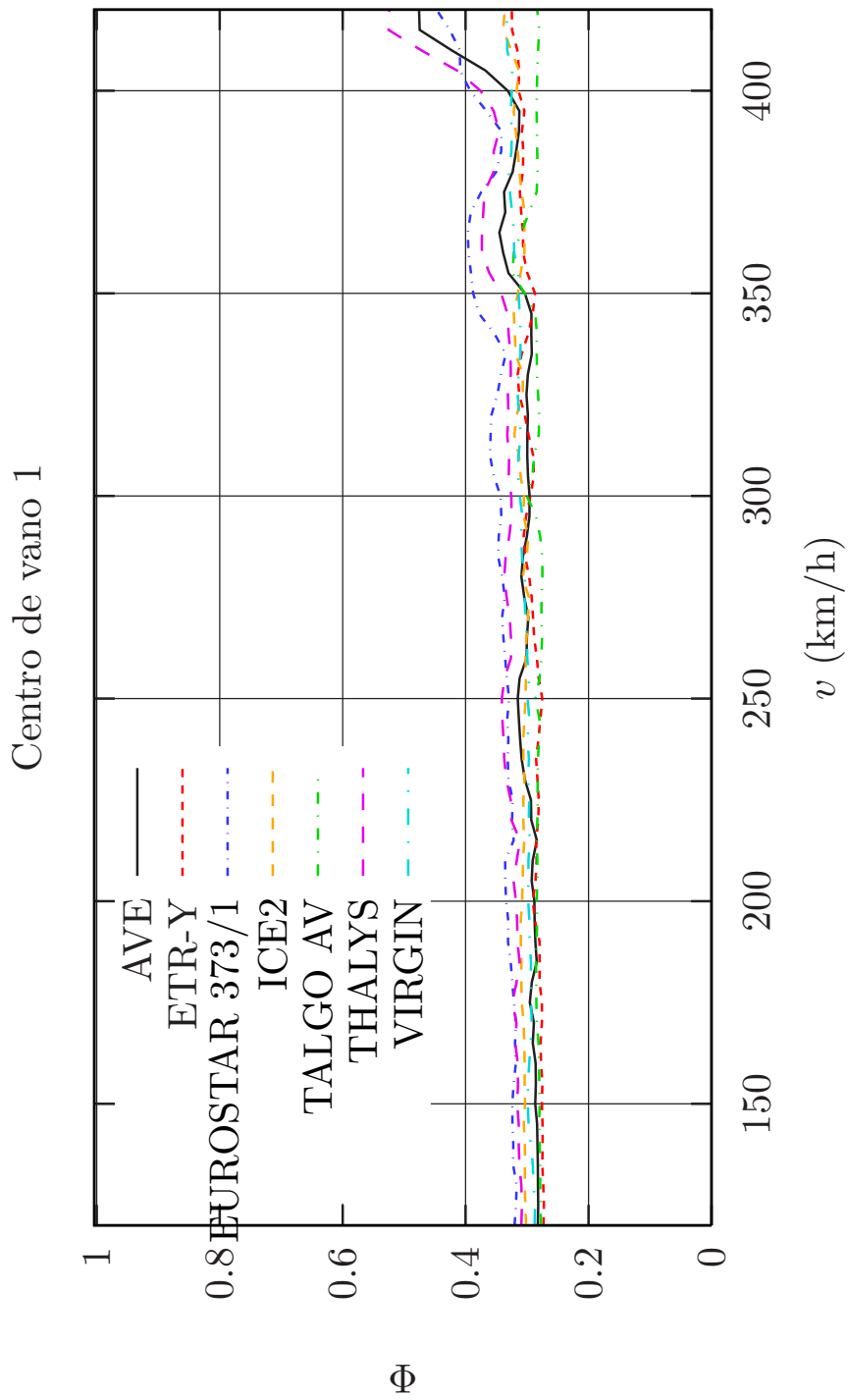


Figura 17: *Envolventes del coeficiente de impacto en el centro del vano 1 (20 m.). Trenes reales.*

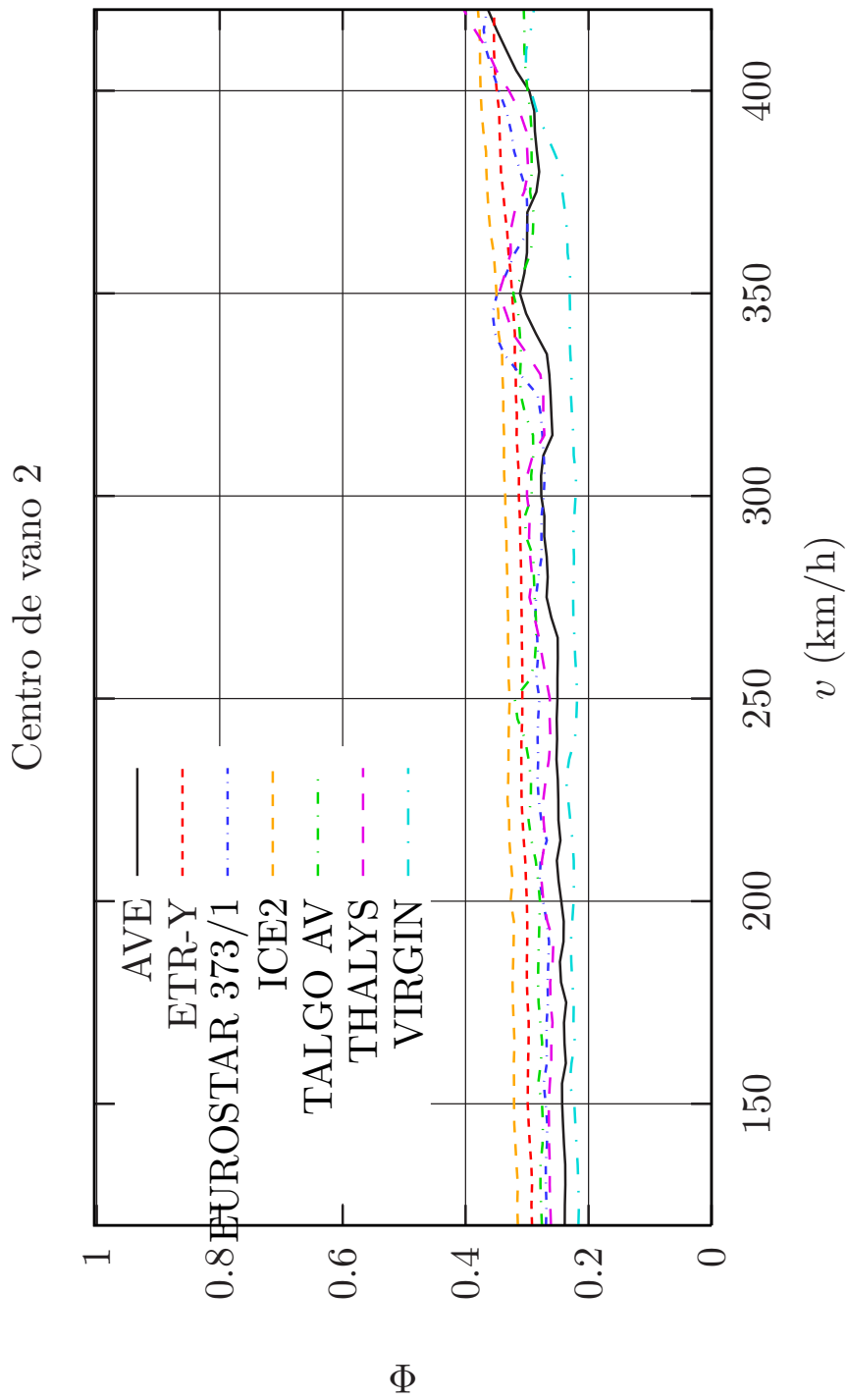


Figura 18: *Envolventes del coeficiente de impacto en el centro del vano 2 (25 m.). Trenes reales.*

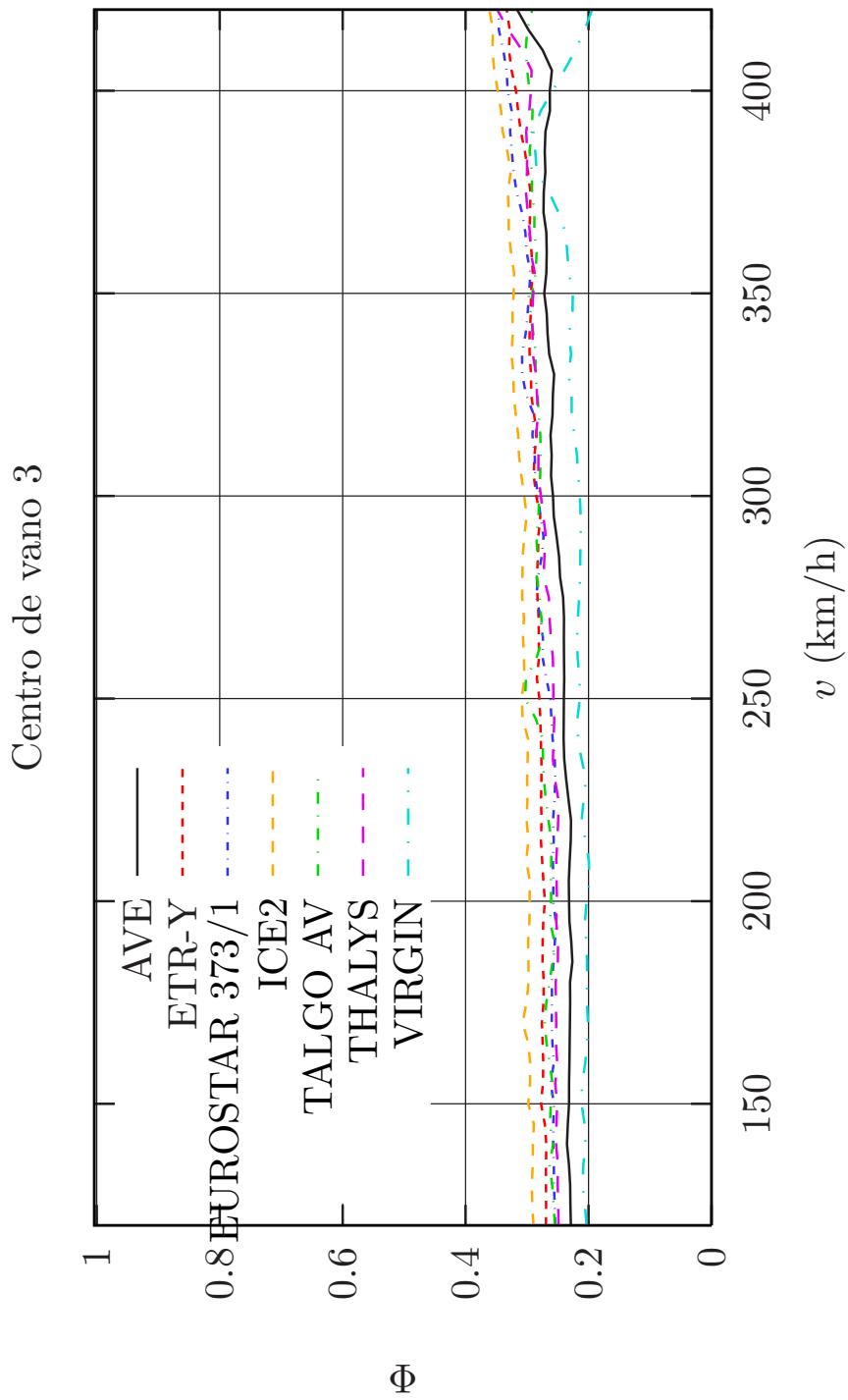


Figura 19: *Envolventes del coeficiente de impacto en el centro del vano 3 (25 m.). Trenes reales.*

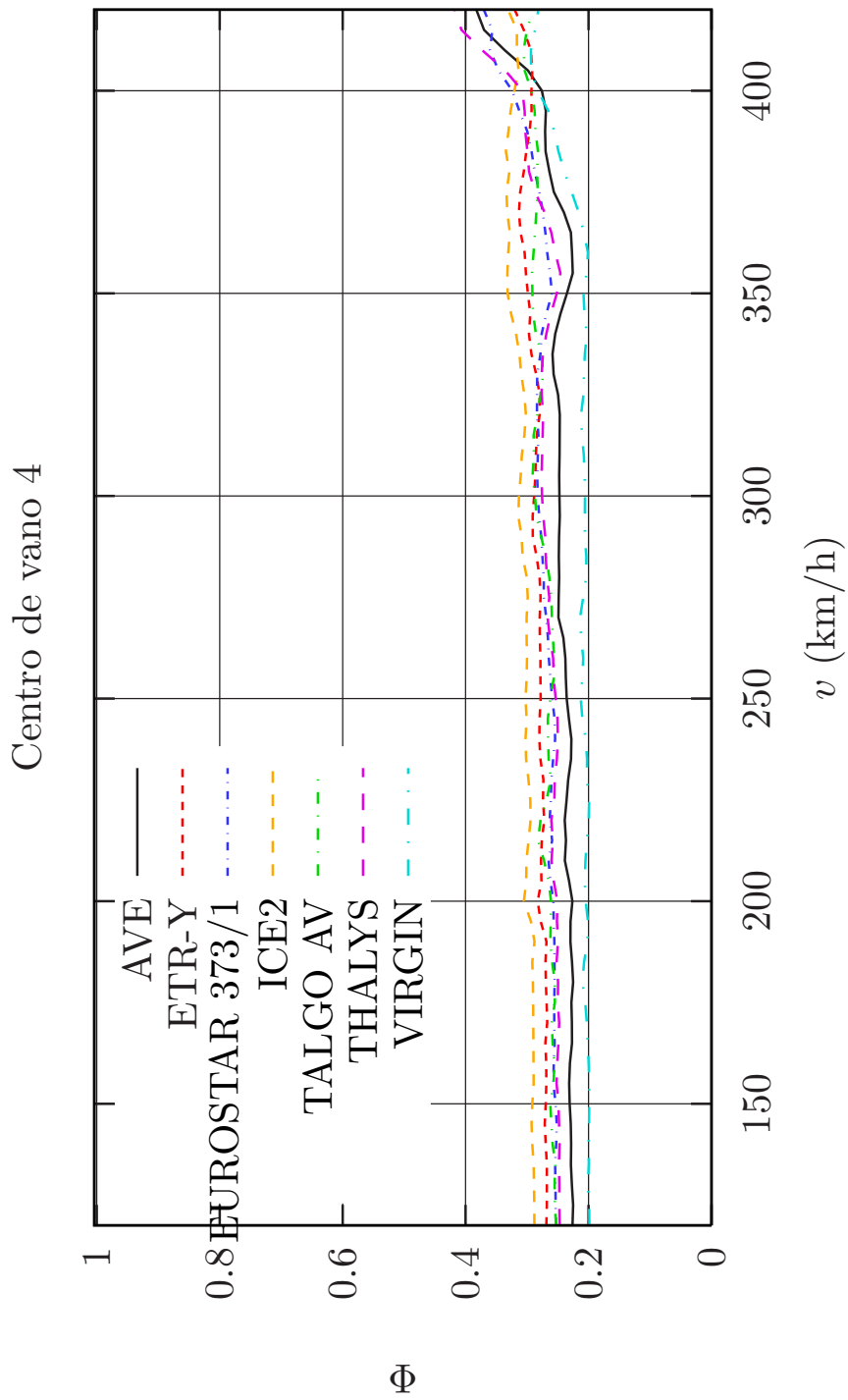


Figura 20: *Envolventes del coeficiente de impacto en el centro del vano 4 (25 m.). Trenes reales.*

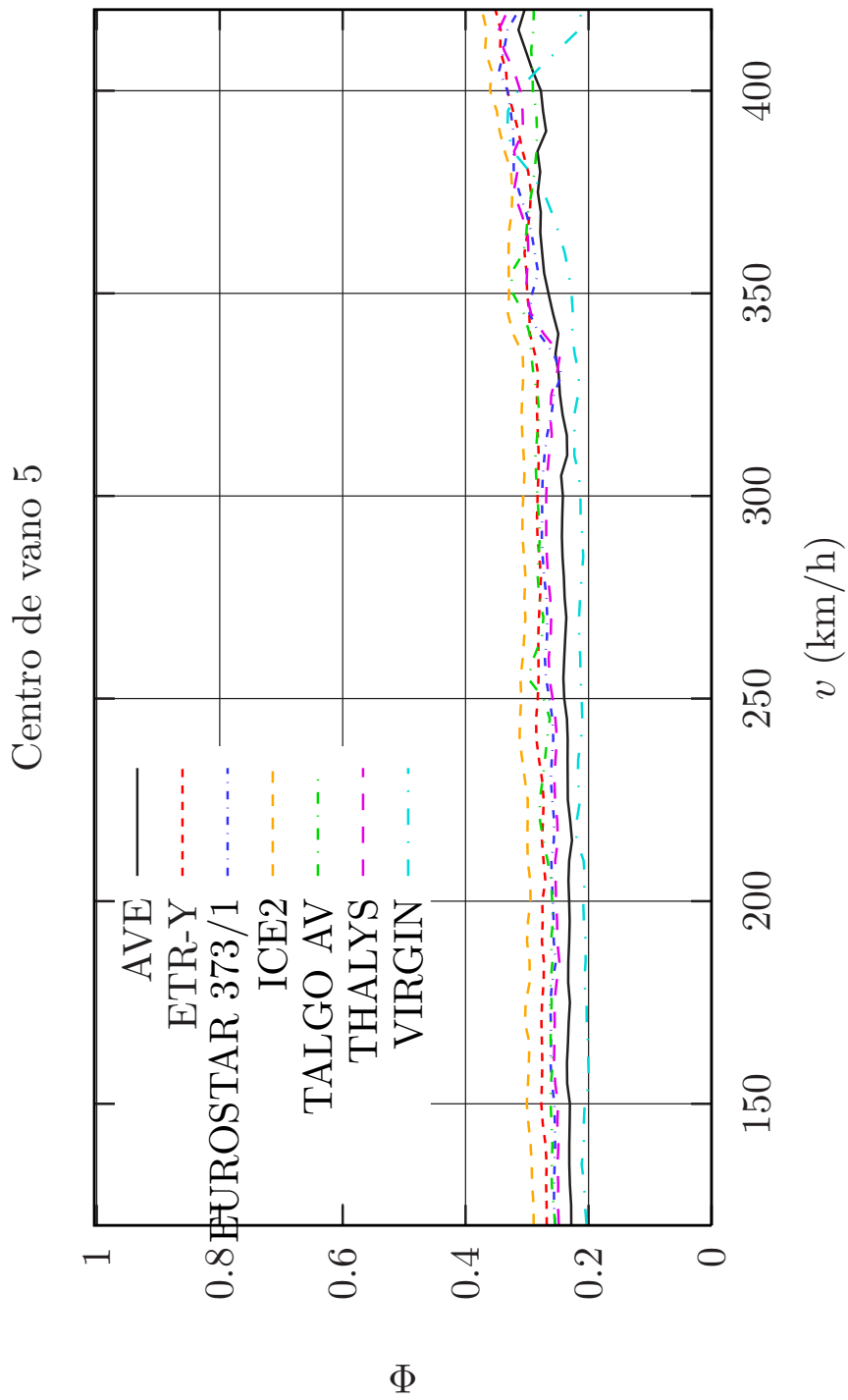


Figura 21: *Envolventes del coeficiente de impacto en el centro del vano 5 (25 m.). Trenes reales.*

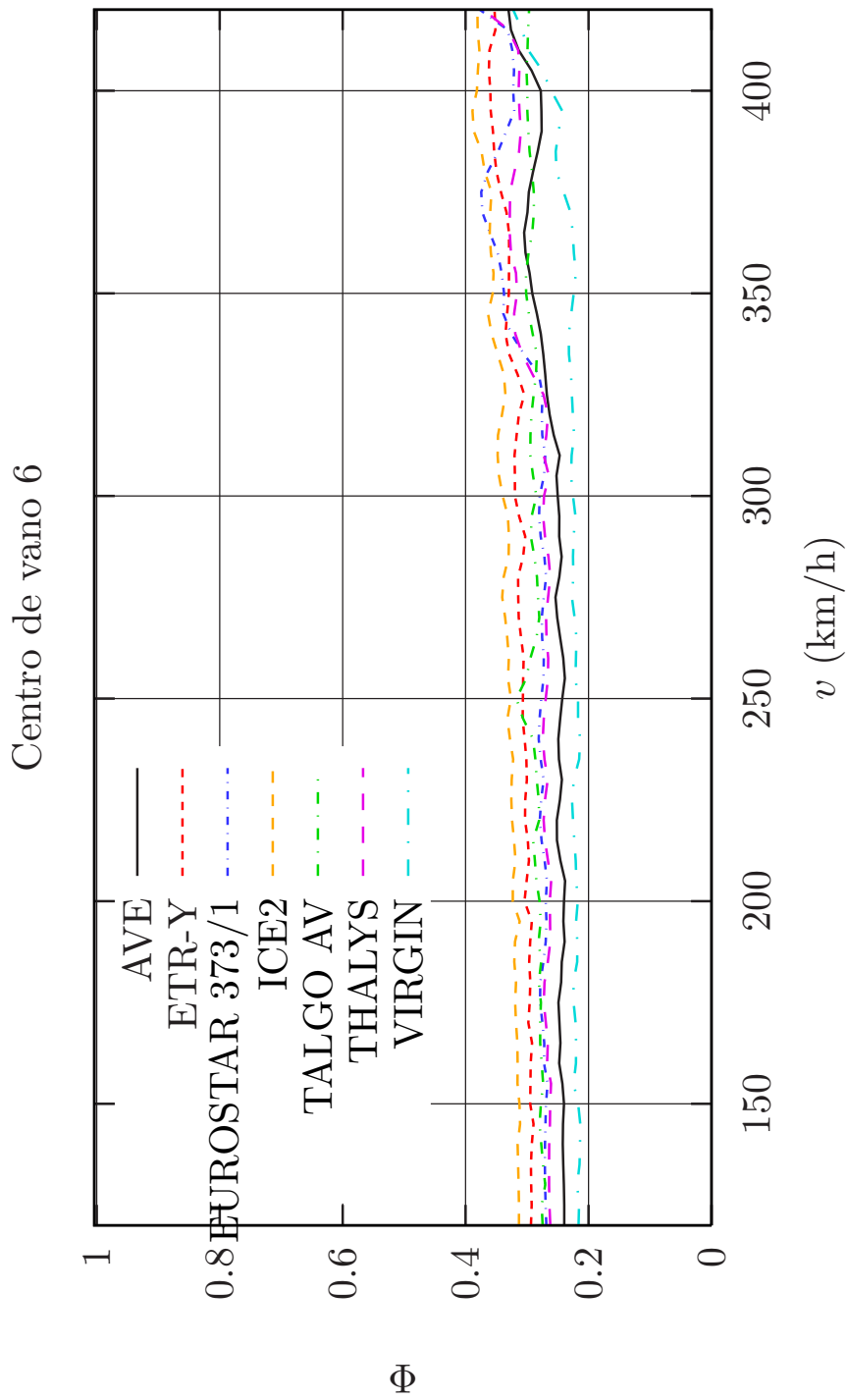


Figura 22: *Envolventes del coeficiente de impacto en el centro del vano 6 (25 m.). Trenes reales.*



Centro de vano 7

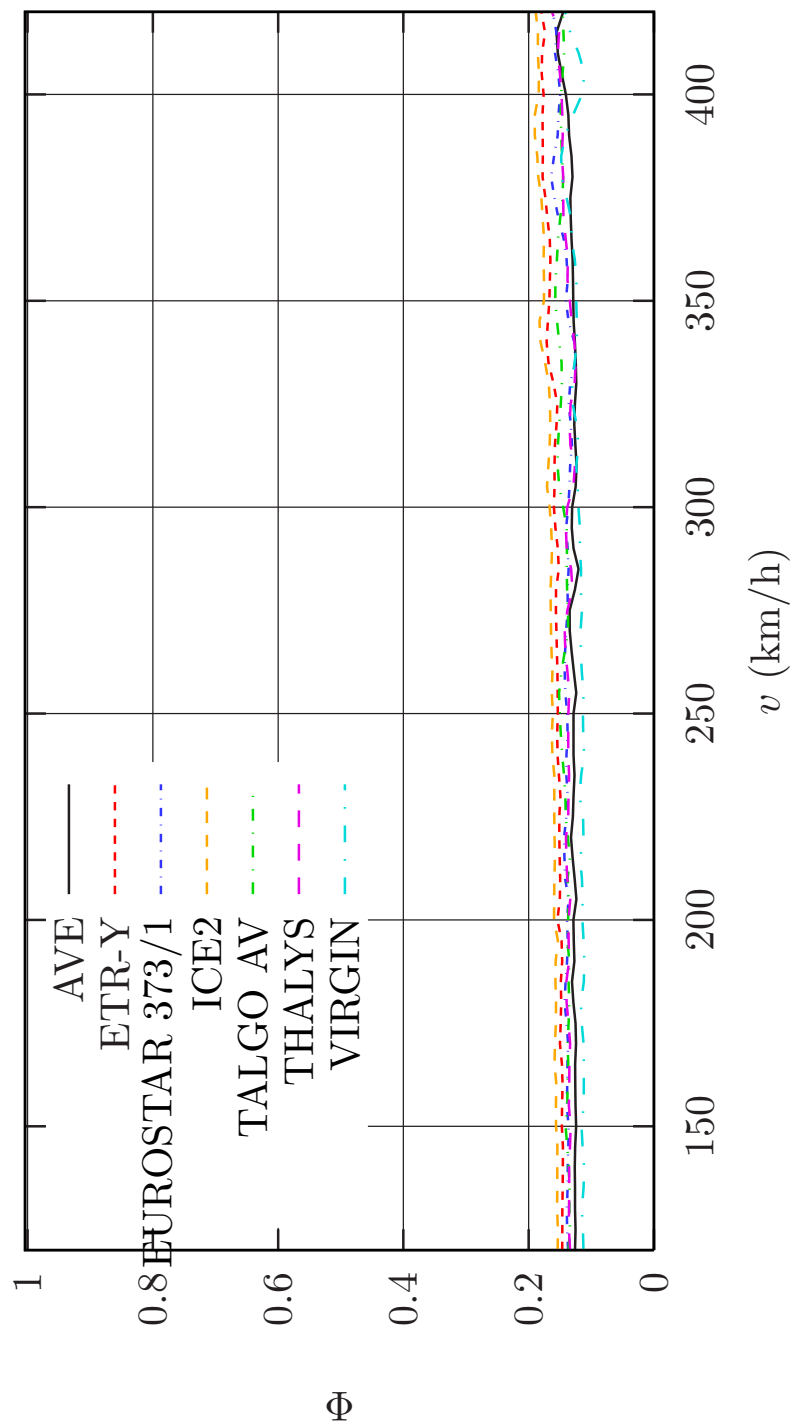


Figura 23: *Envolventes del coeficiente de impacto en el centro del vano 7 (20 m.). Trenes reales.*

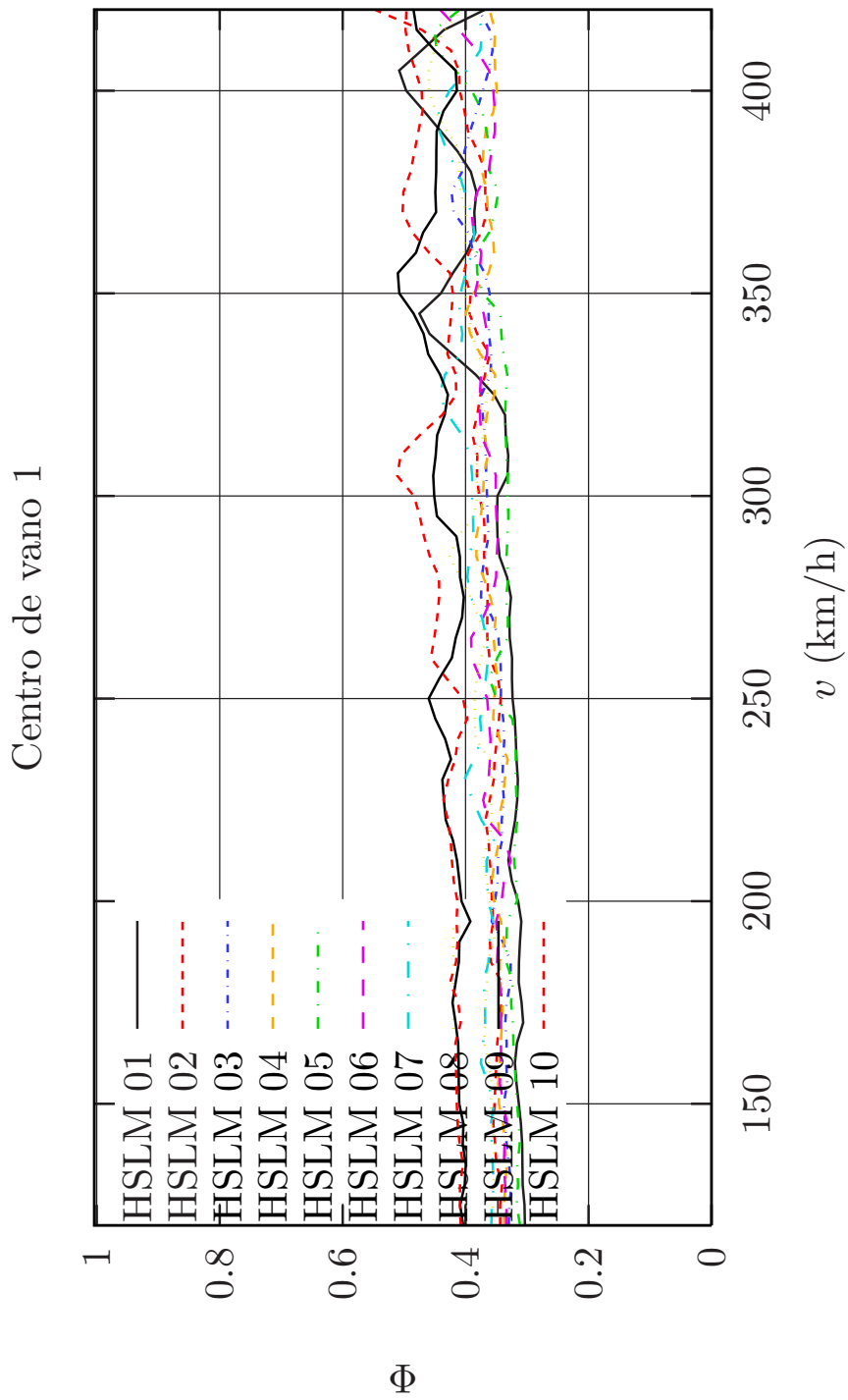


Figura 24: *Envolturas del coeficiente de impacto en el centro del vano 1 (20 m.). Trenes universales modelo HSLM-A.*

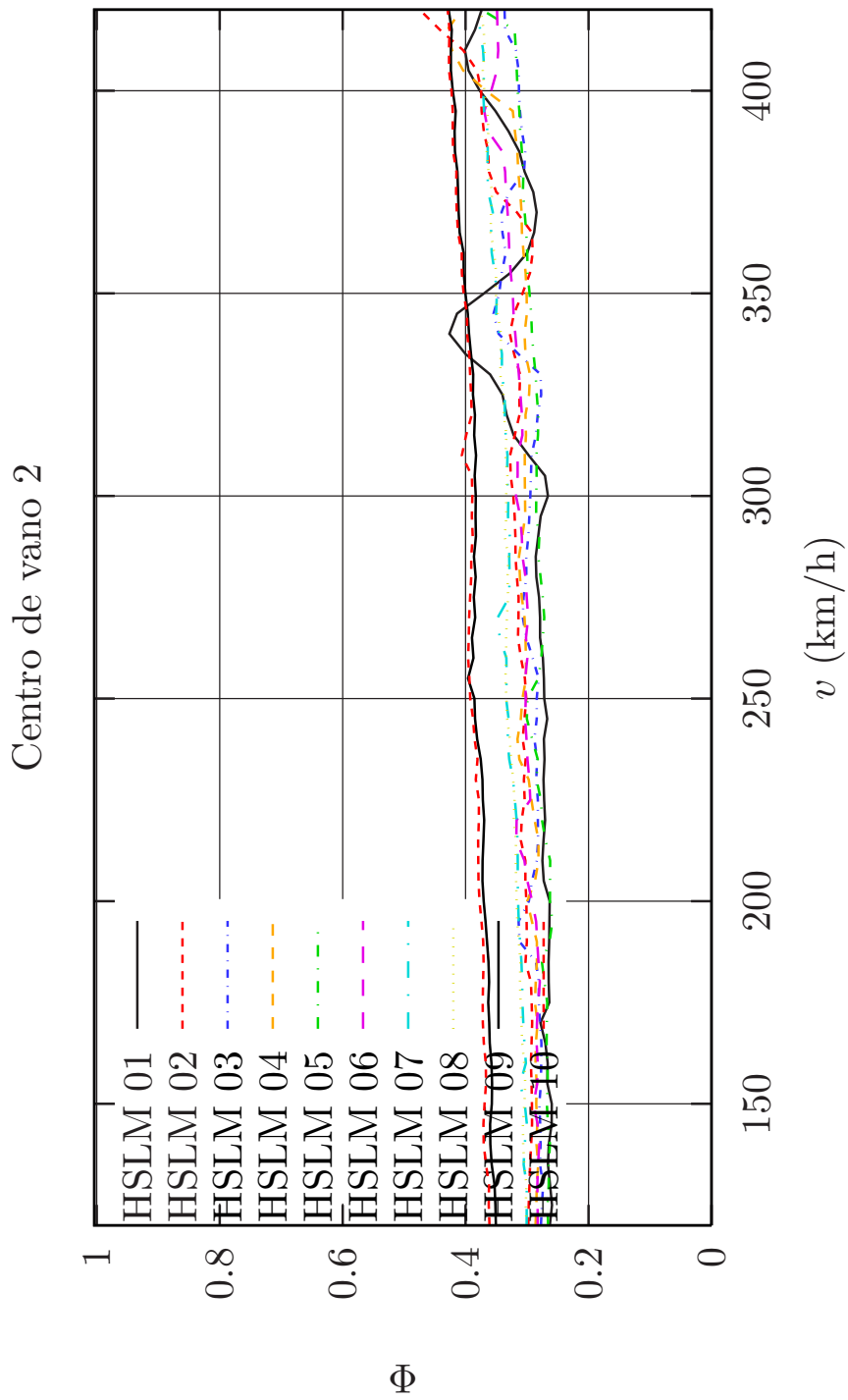


Figura 25: *Envolventes del coeficiente de impacto en el centro del vano 2 (25 m.). Trenes universales modelo HSLM-A.*

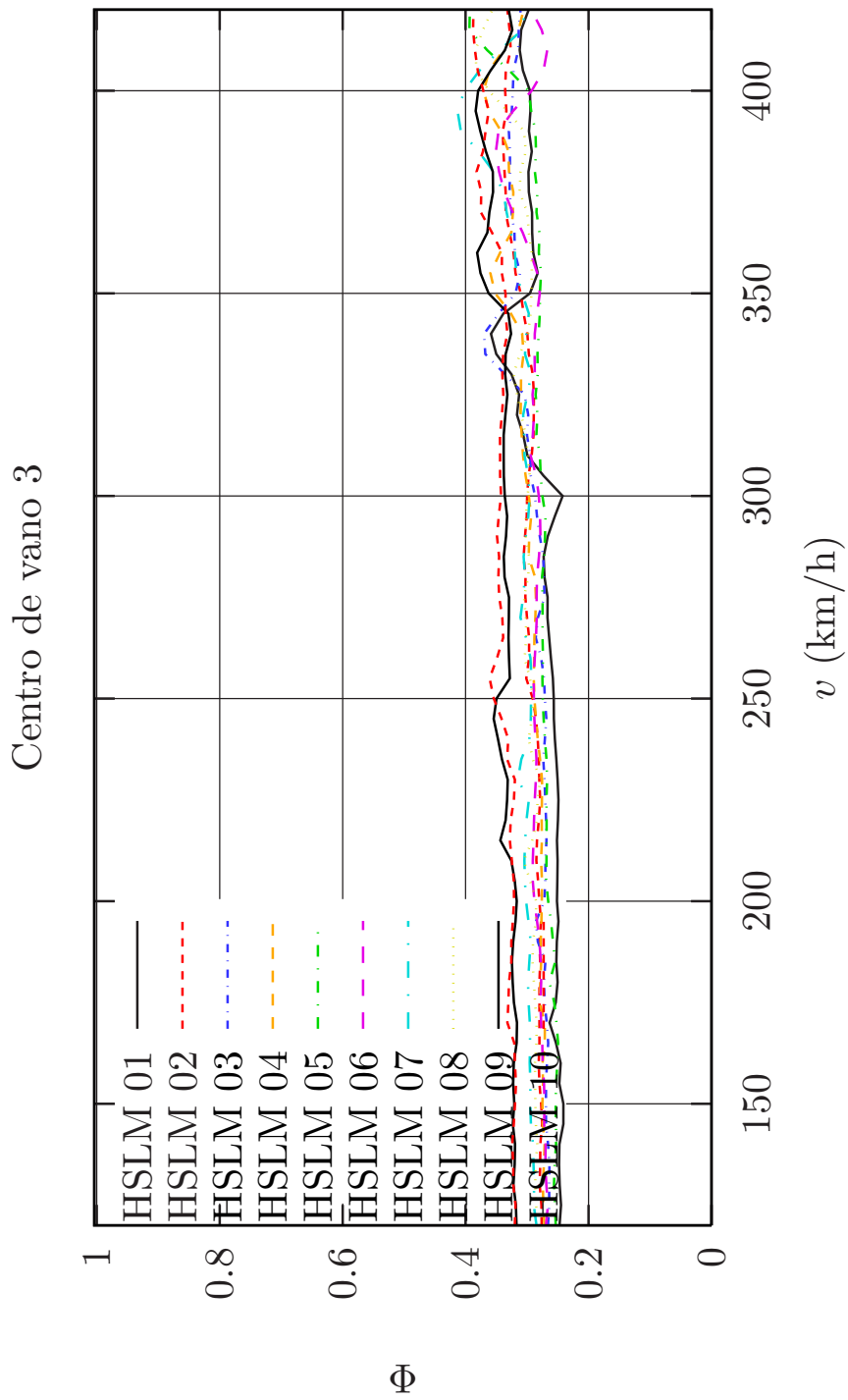


Figura 26: *Envolventes del coeficiente de impacto en el centro del vano 3 (25 m.). Trenes universales modelo HSLM-A.*

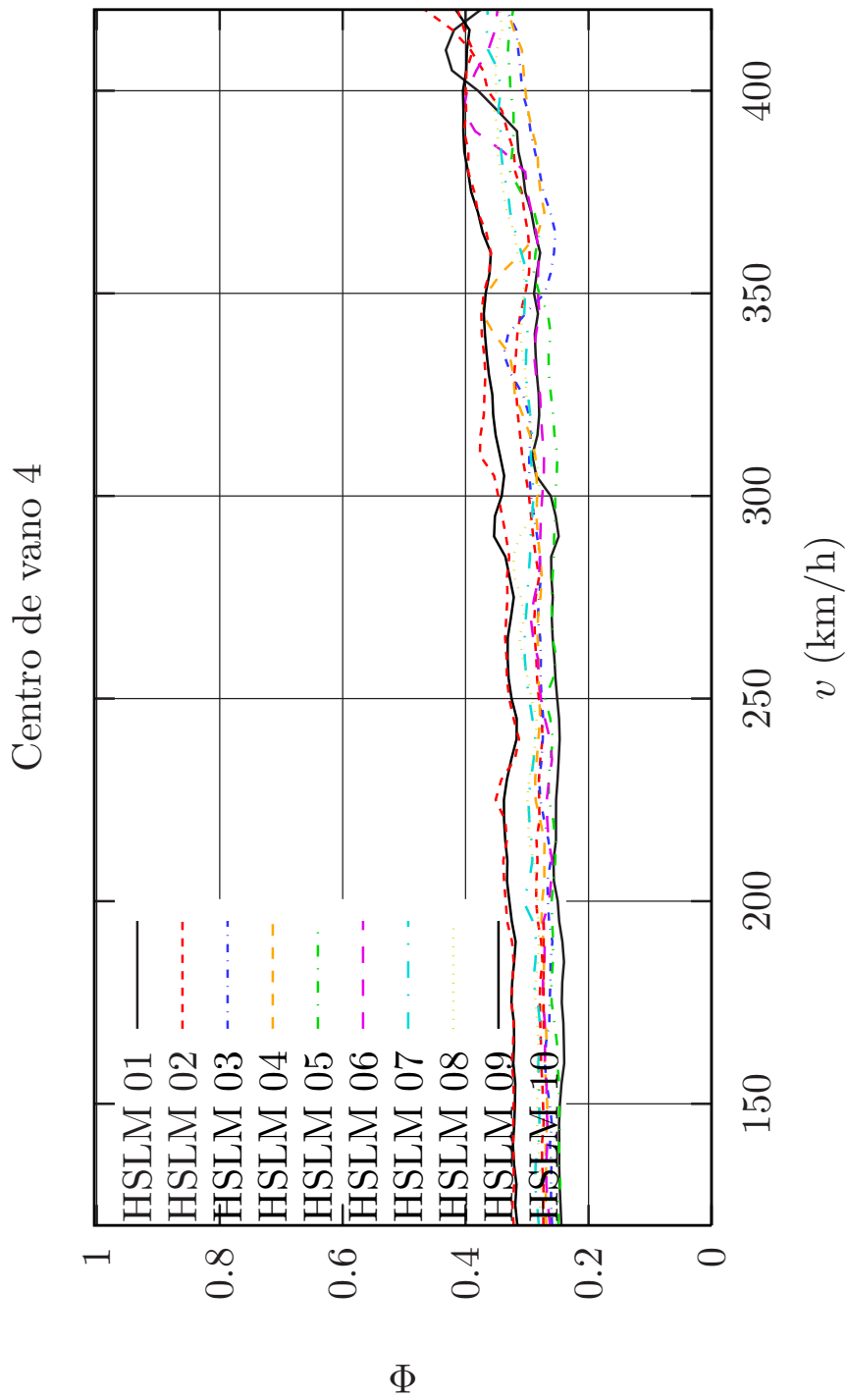


Figura 27: *Envolturas del coeficiente de impacto en el centro del vano 4 (25 m.). Trenes universales modelo HSLM-A.*

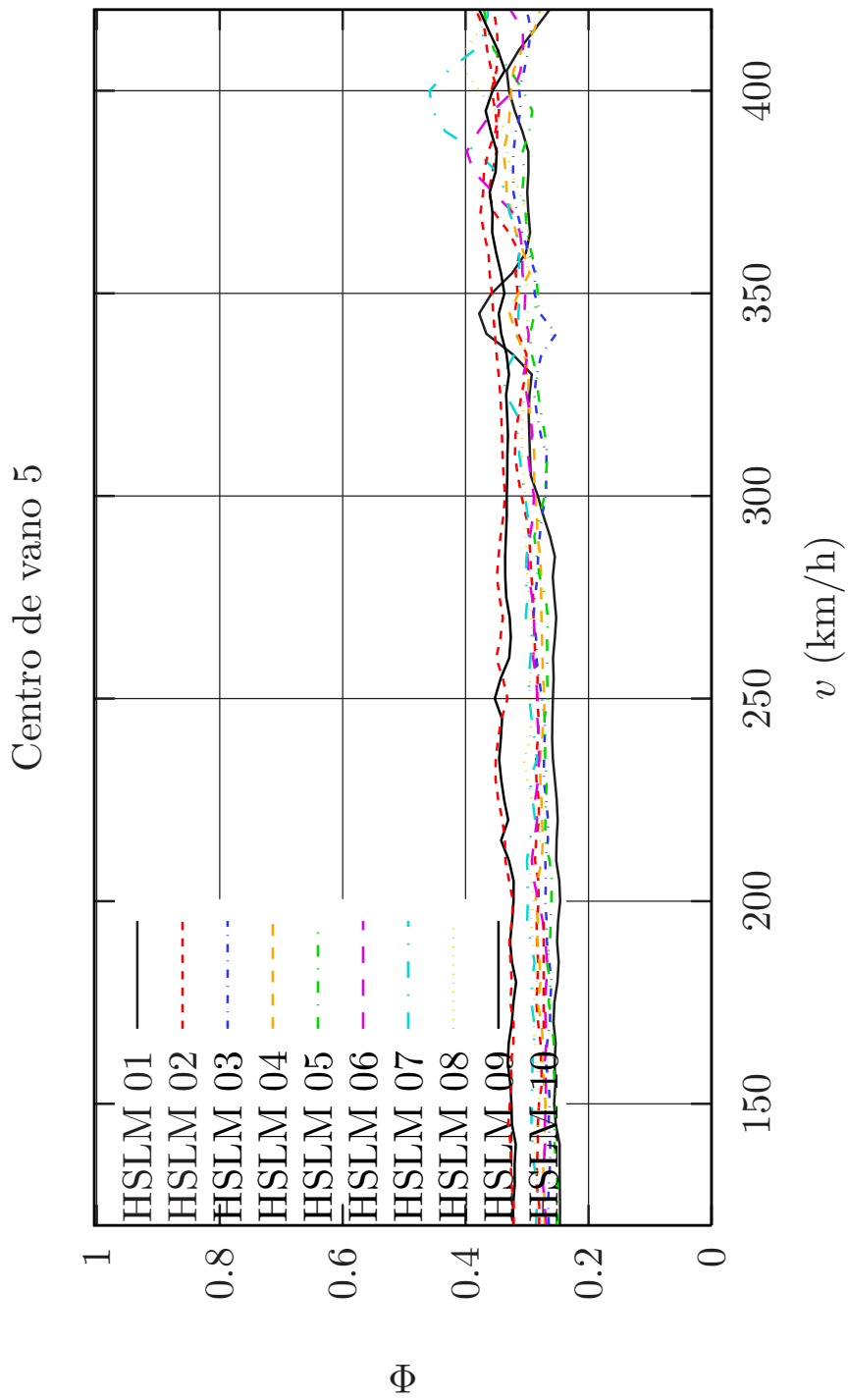


Figura 28: *Envolturas del coeficiente de impacto en el centro del vano 5 (25 m.). Trenes universales modelo HSLM-A.*

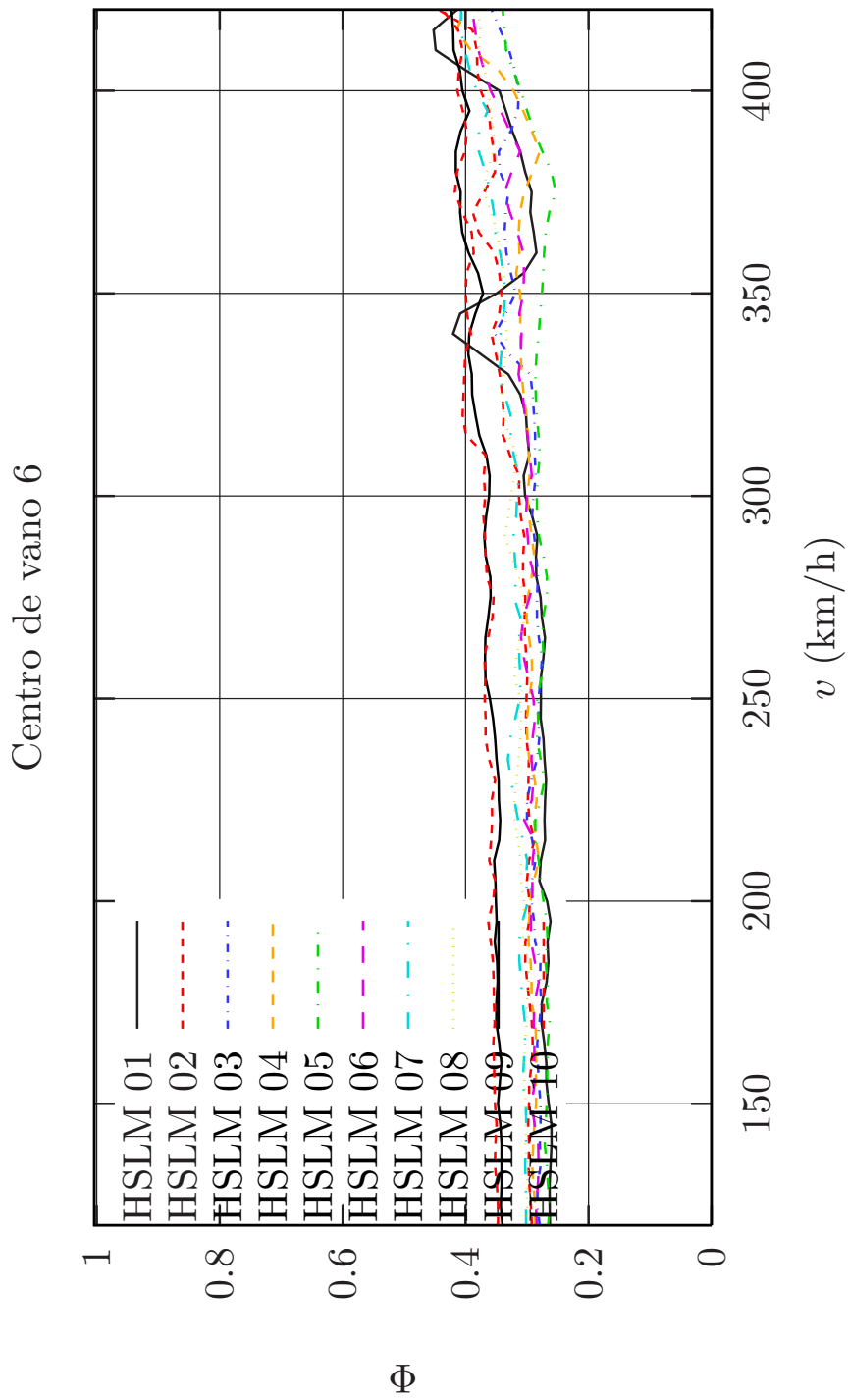


Figura 29: *Envolventes del coeficiente de impacto en el centro del vano 6 (25 m.). Trenes universales modelo HSLM-A.*

Centro de vano 7

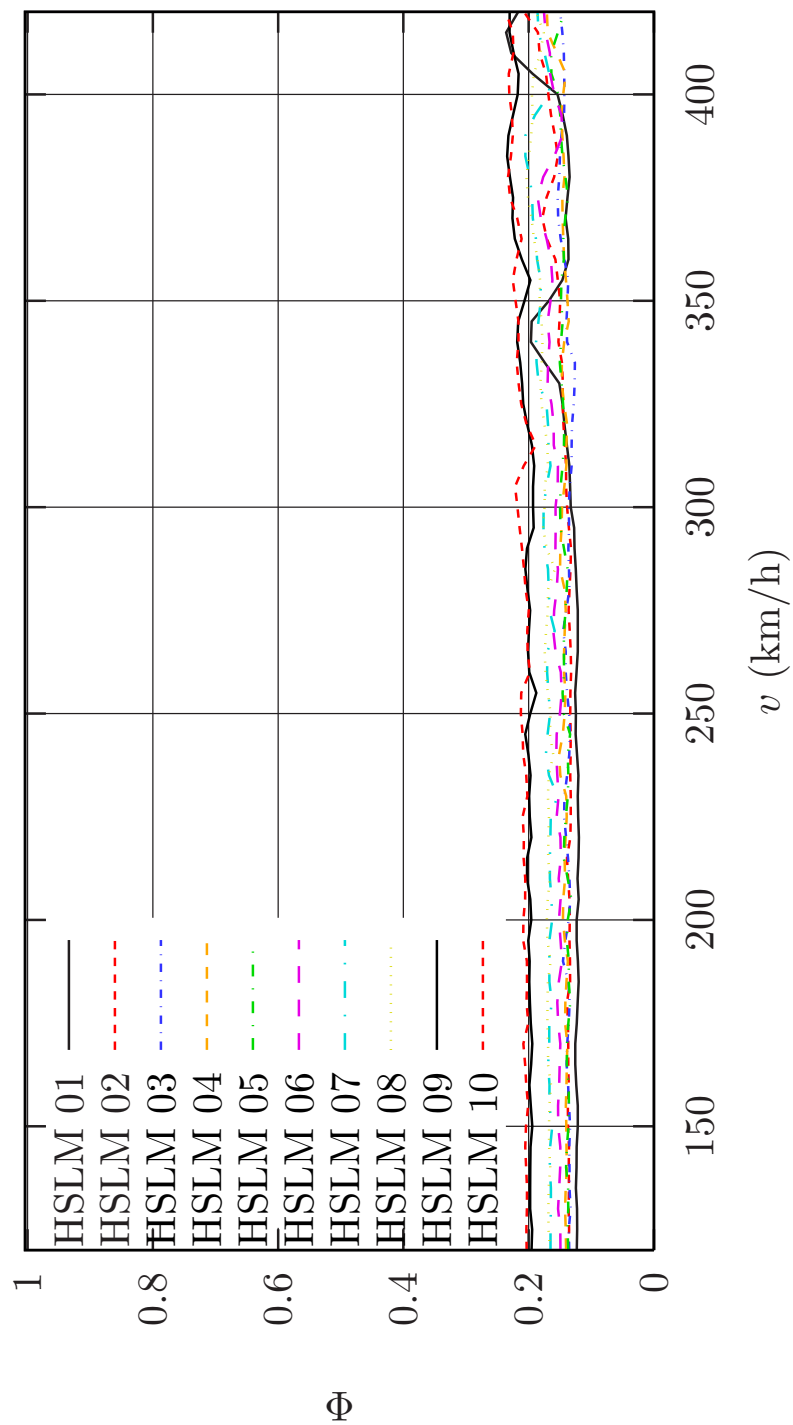


Figura 30: *Envolventes del coeficiente de impacto en el centro del vano 7 (20 m.). Trenes universales modelo HSLM-A.*



## 4.6. Comprobaciones del Estado Límite de Servicio

### 4.6.1. Aceleraciones

En la nueva *Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de ferrocarril* IAPF 2003 [1] y en el Eurocódigo [6] se incluyen los Estados Límite de Servicio a considerar, así como los valores que deben respetarse para no afectar a la seguridad. En [7] se hace un análisis detallado de la motivación y justificación de los Estados Límite de Servicio en relación con la vía.

Este apartado se dedica a la comprobación de los valores máximos de las aceleraciones, dedicándose los apartados siguientes a las comprobaciones del alabeo del tablero, del giro del tablero en sus extremos y de las vibraciones transversales. De acuerdo con el apartado 4.2.1.1.1., para puentes de vía con balasto se establece la siguiente limitación:

$$a_{max} \leq 0,35g \quad (54)$$

En las figuras 31 a 37 y 38 hasta 44 se muestran las envolventes de aceleraciones, calculadas acoplando los efectos de flexión y torsión, para los trenes reales y los trenes universales HSLM-A, respectivamente. Puede comprobarse que en ambos casos las aceleraciones están dentro de los límites establecidos en la IAPF 2003 [1].

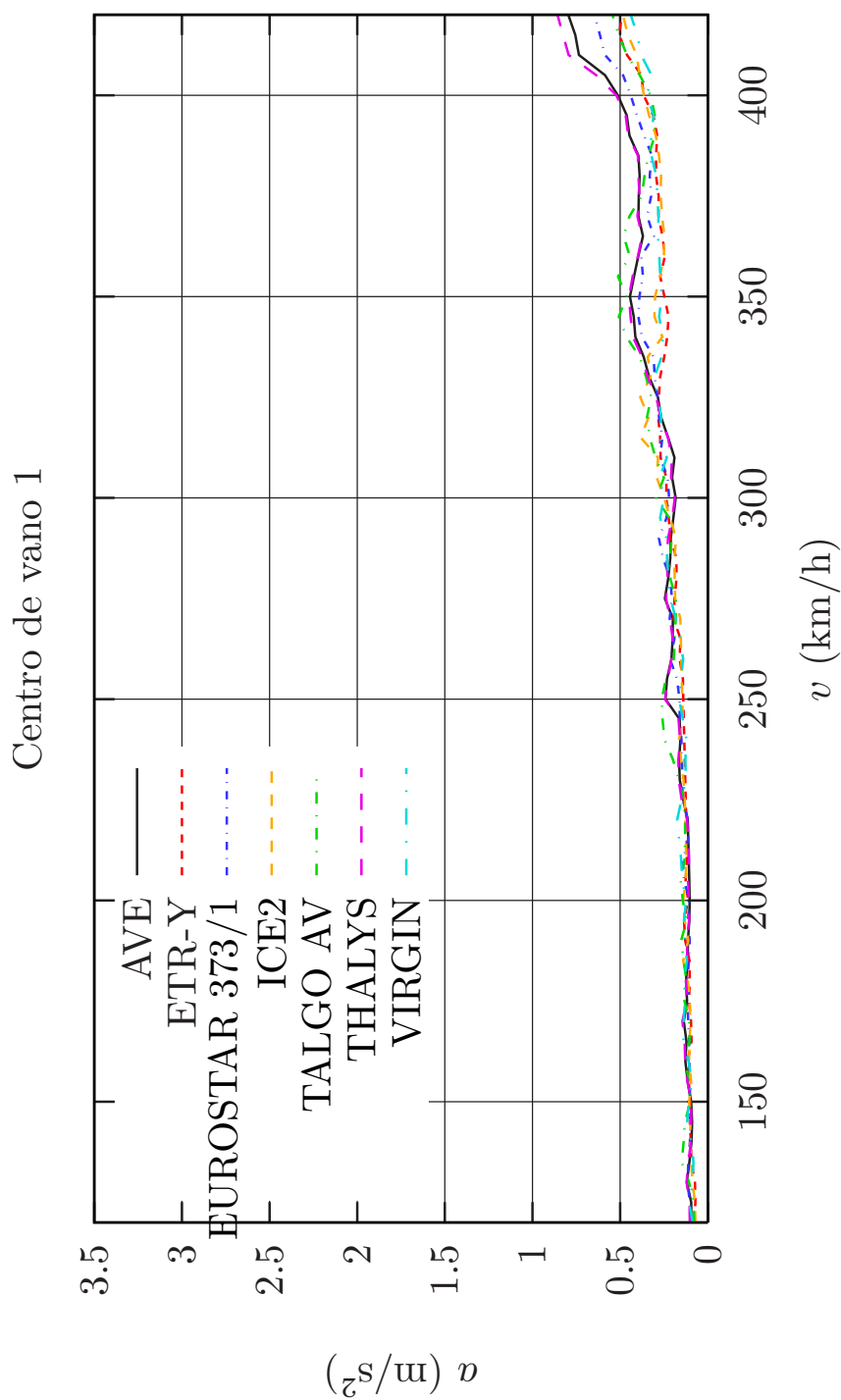


Figura 31: Aceleraciones en el centro del vano 1 (20 m.). Trenes reales.

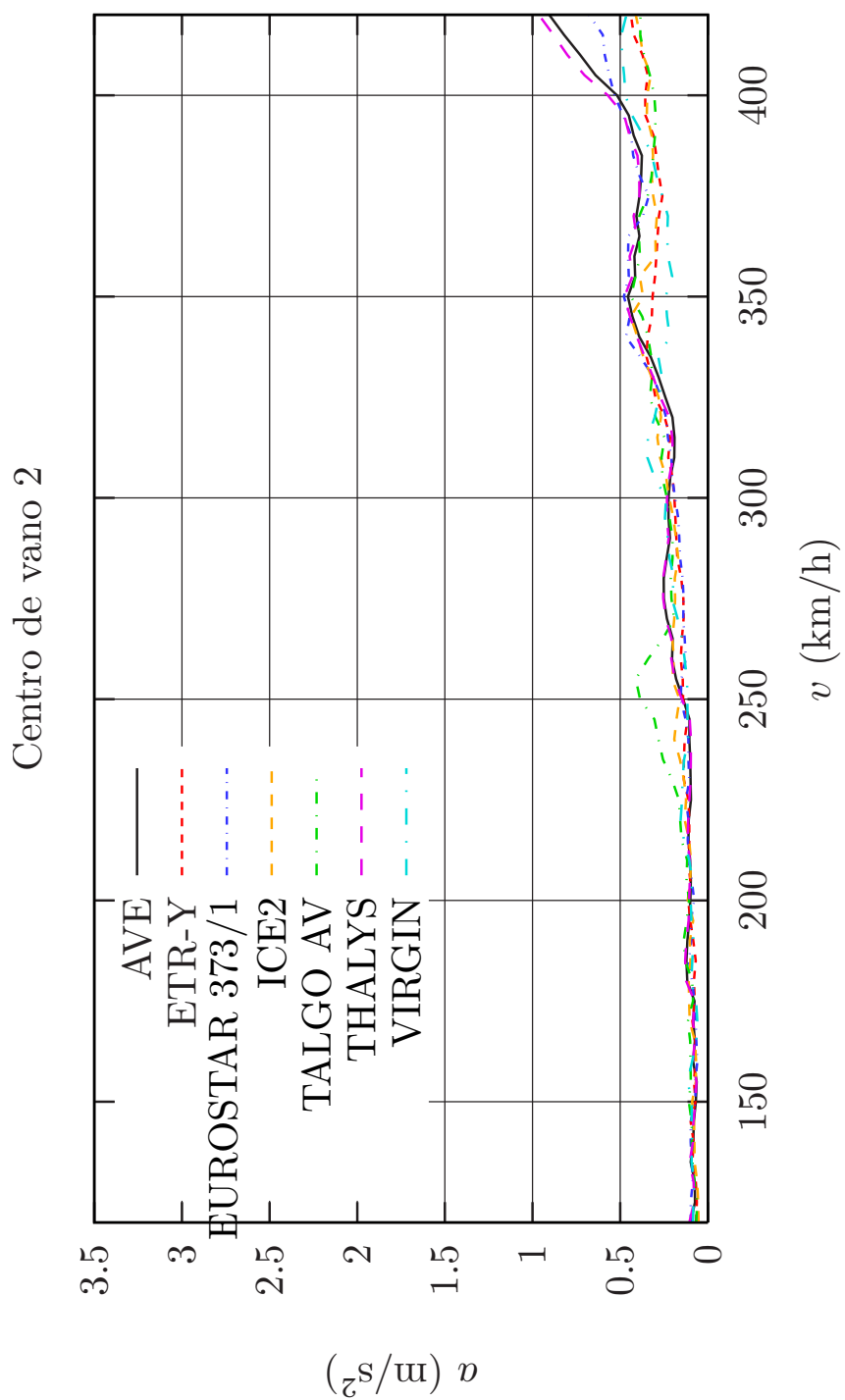


Figura 32: Aceleraciones en el centro del vano 2 (25 m.). Trenes reales.

Centro de vano 3

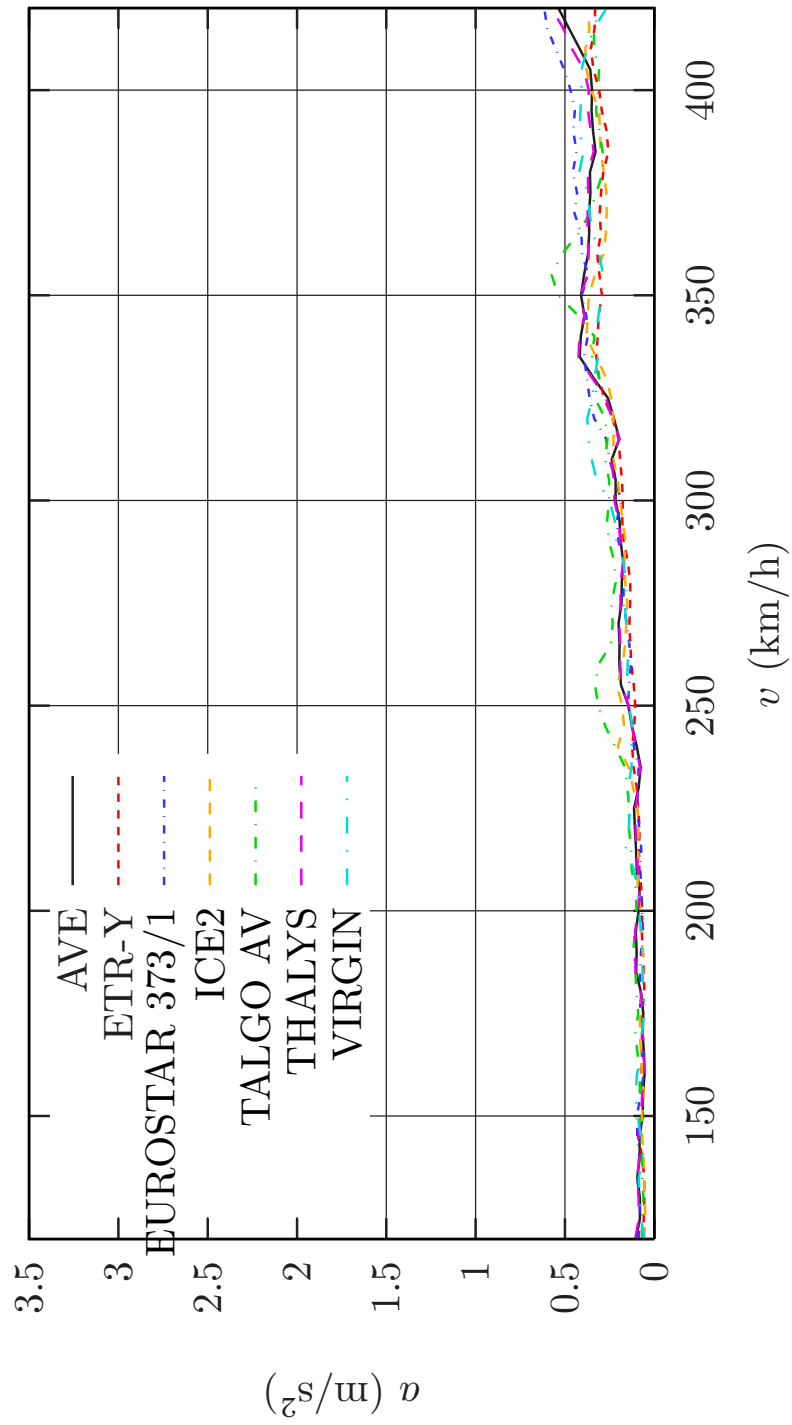


Figura 33: Aceleraciones en el centro del vano 3 (25 m.). Trenes reales.

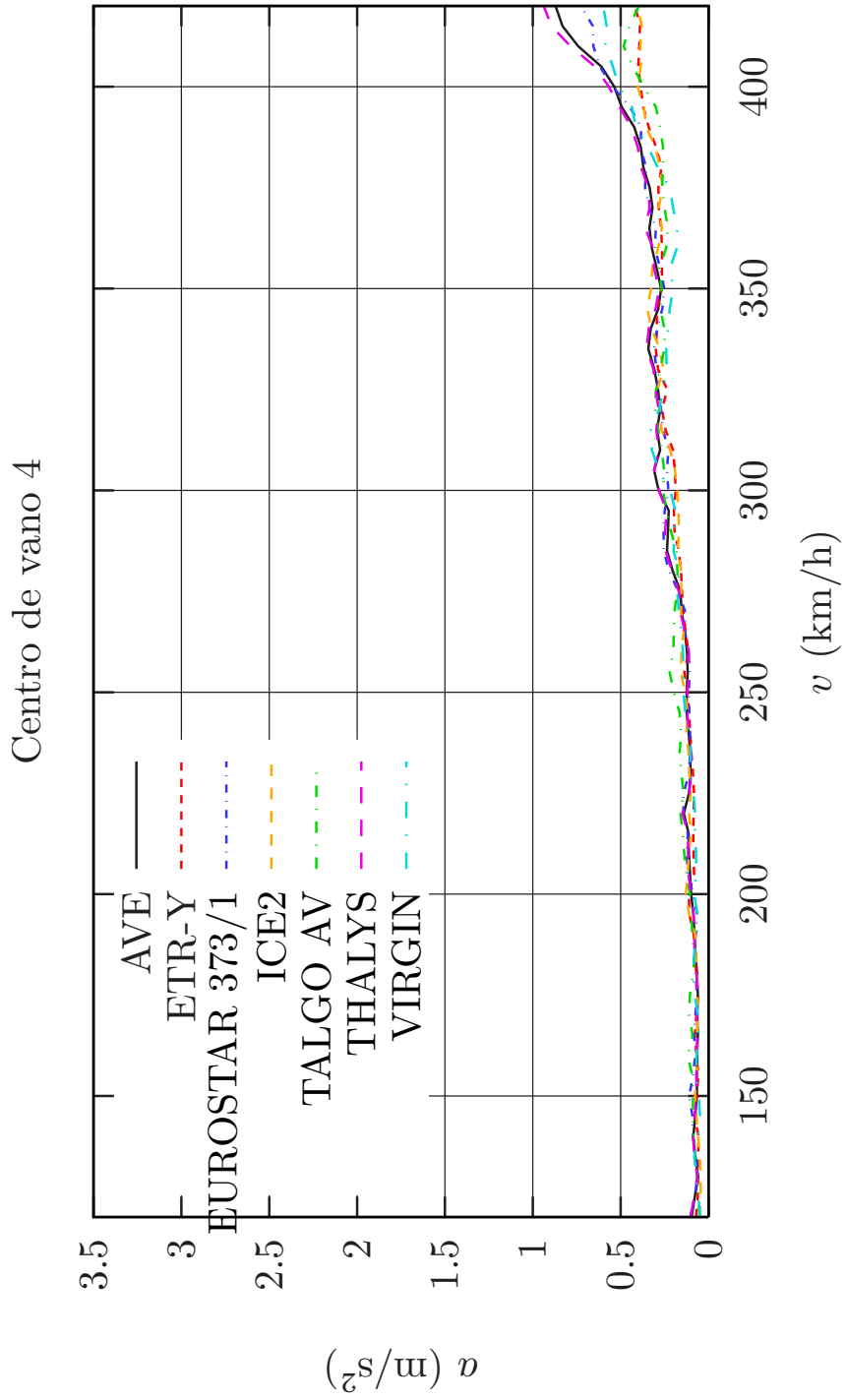


Figura 34: Aceleraciones en el centro del vano 4 (25 m.). Trenes reales.

Centro de vano 5

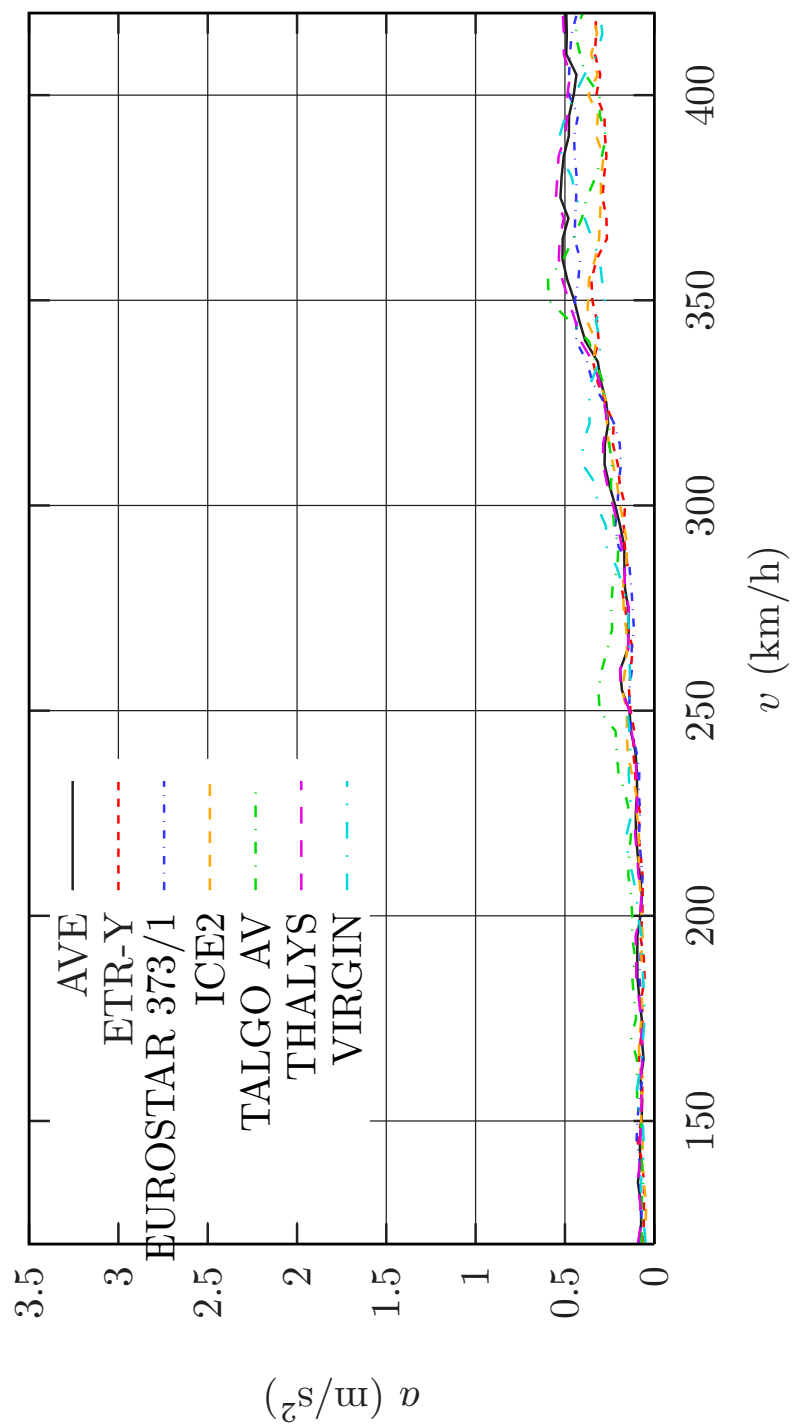


Figura 35: Aceleraciones en el centro del vano 5 (25 m.). Trenes reales.

Centro de vano 6

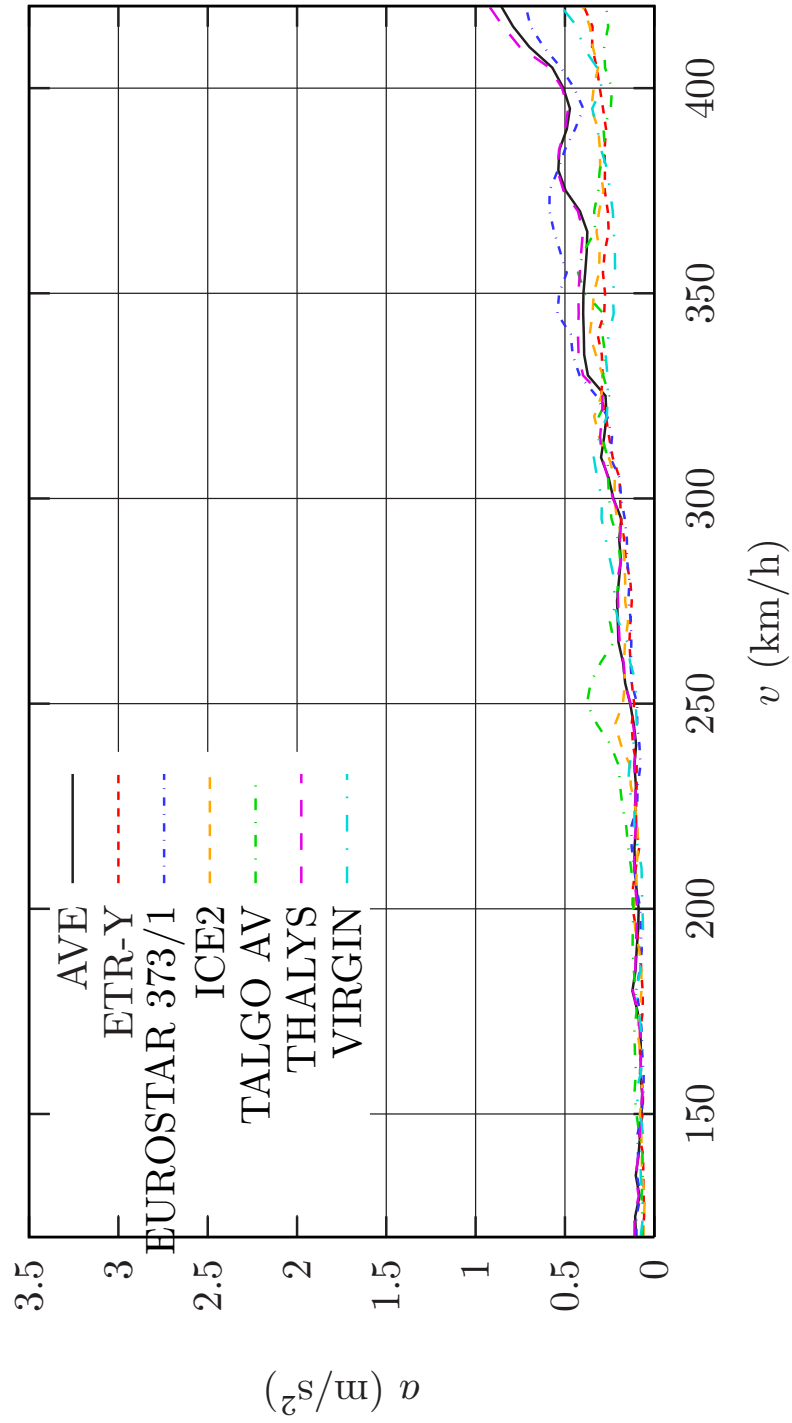


Figura 36: Aceleraciones en el centro del vano 6 (25 m.). Trenes reales.

Centro de vano 7

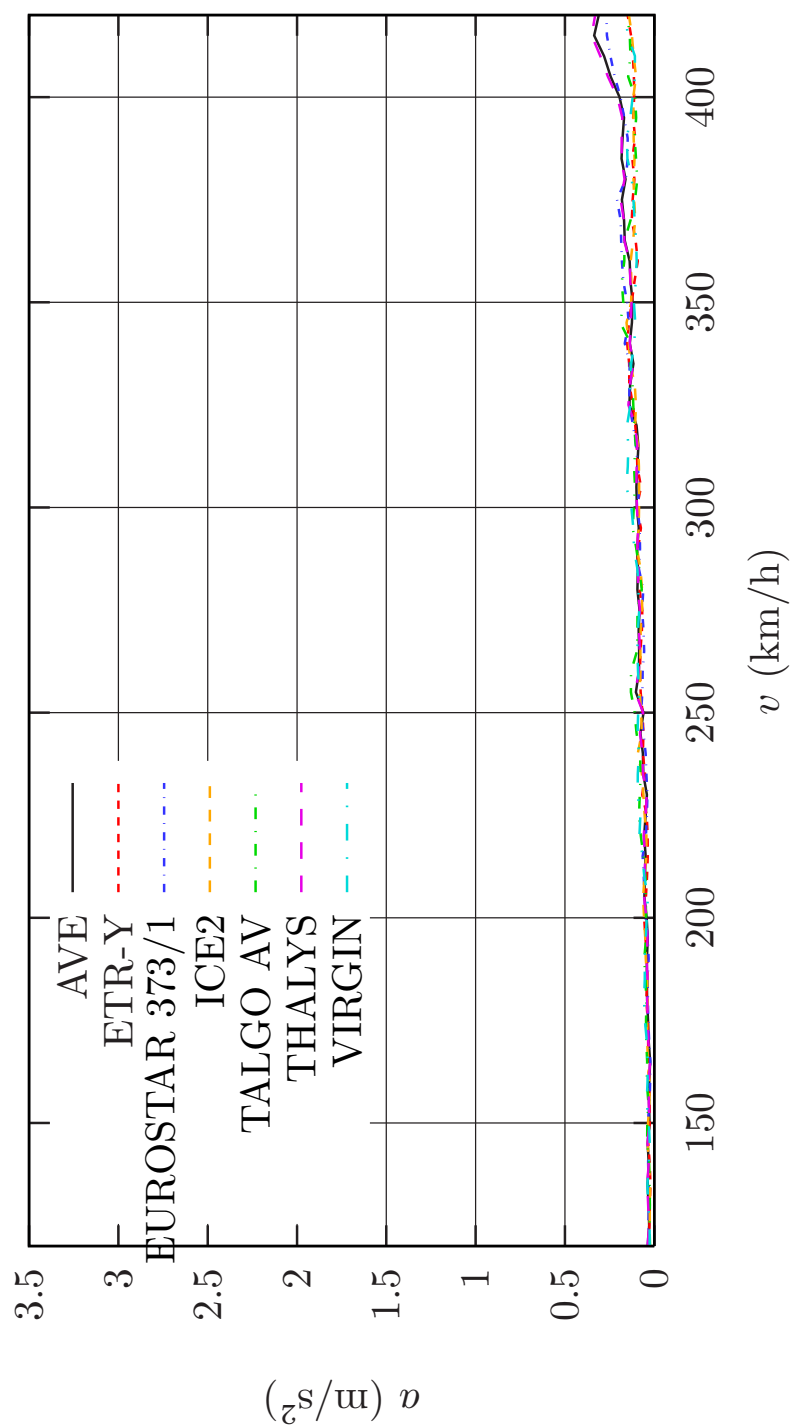


Figura 37: Aceleraciones en el centro del vano 7 (20 m.). Trenes reales.



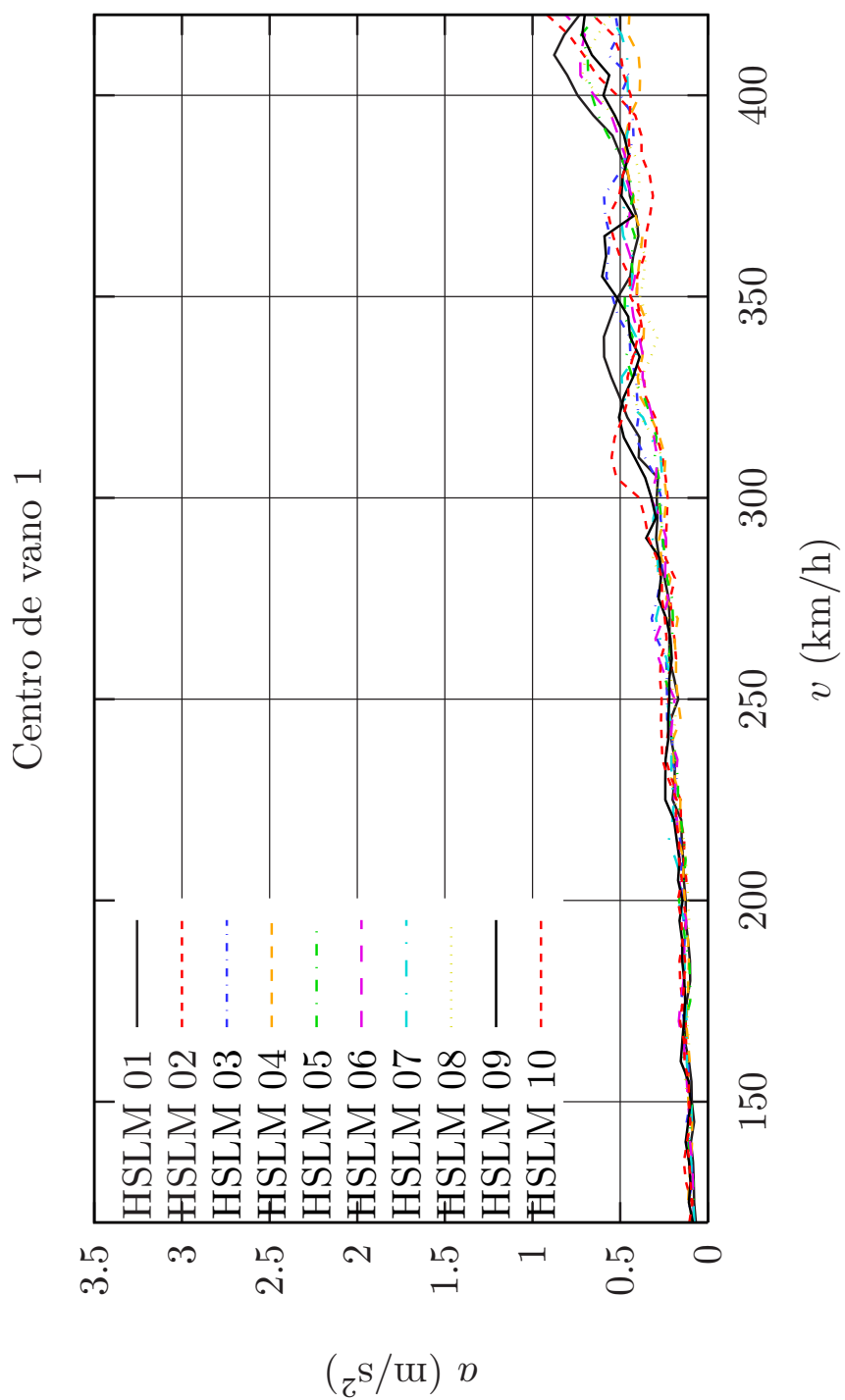


Figura 38: Aceleraciones en el centro del vano 1 (20 m.). Trenes universales.

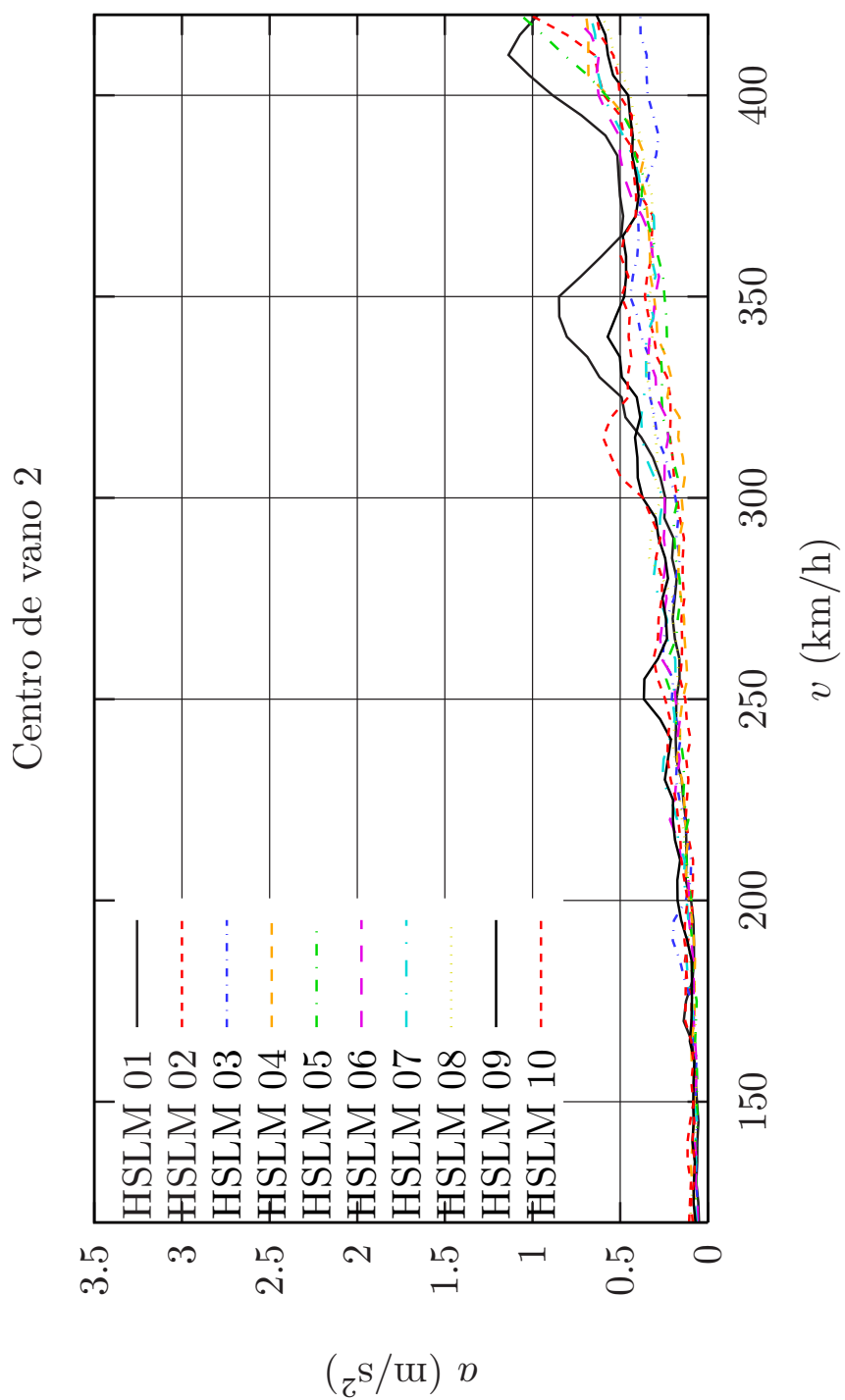


Figura 39: Aceleraciones en el centro del vano 2 (25 m.). Trenes universales.

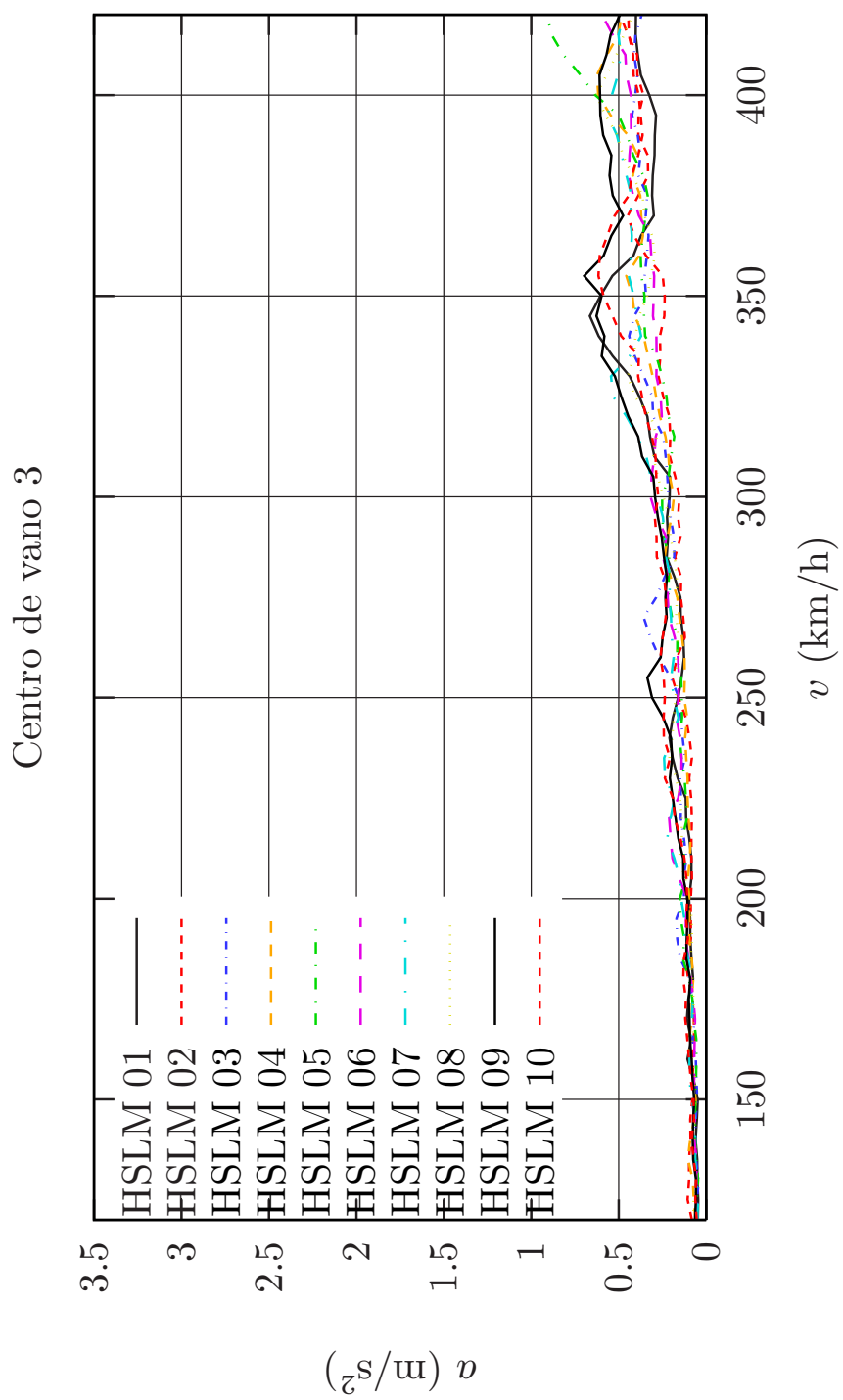


Figura 40: Aceleraciones en el centro del vano 3 (25 m.). Trenes universales.

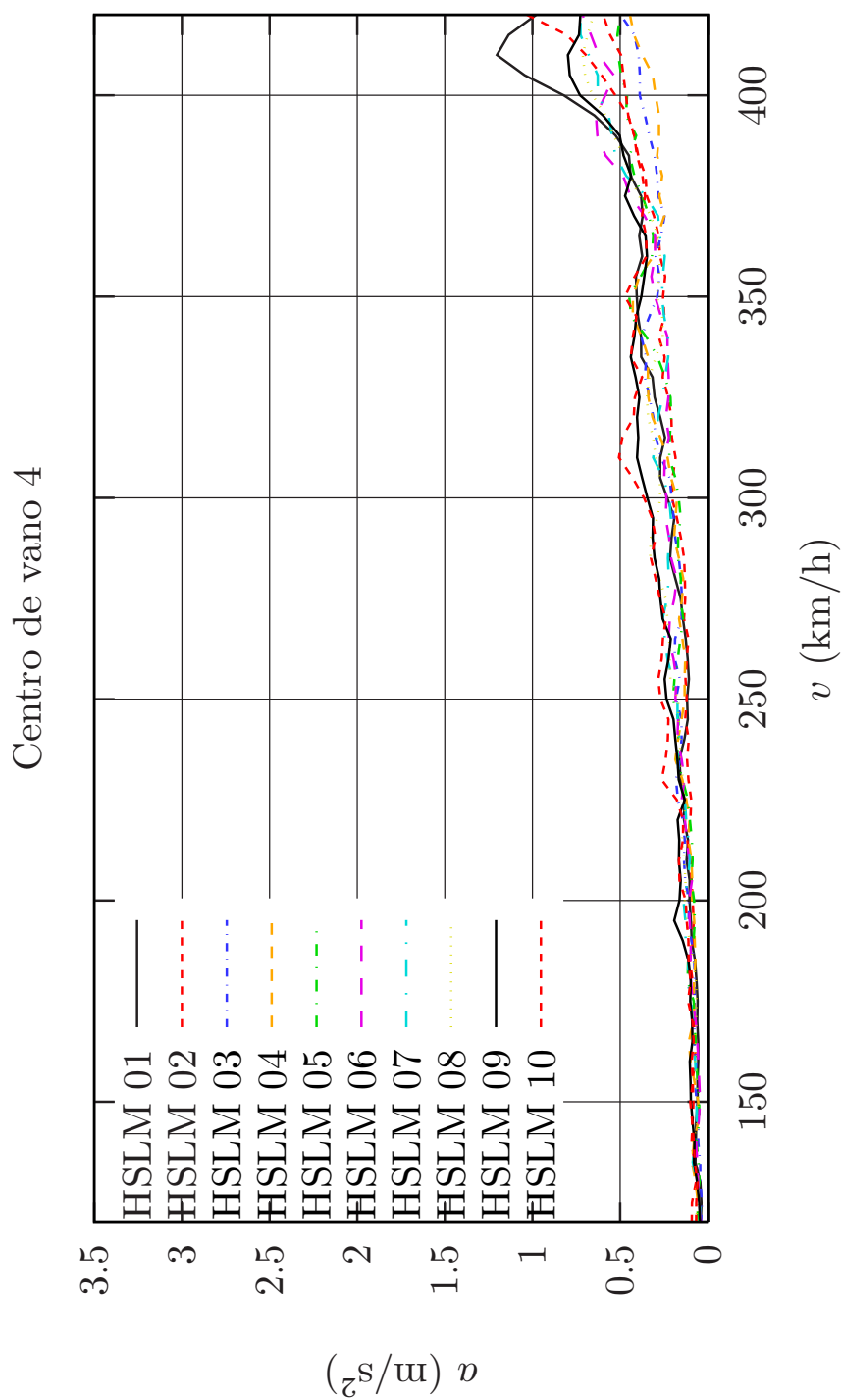


Figura 41: Aceleraciones en el centro del vano 4 (25 m.). Trenes universales.

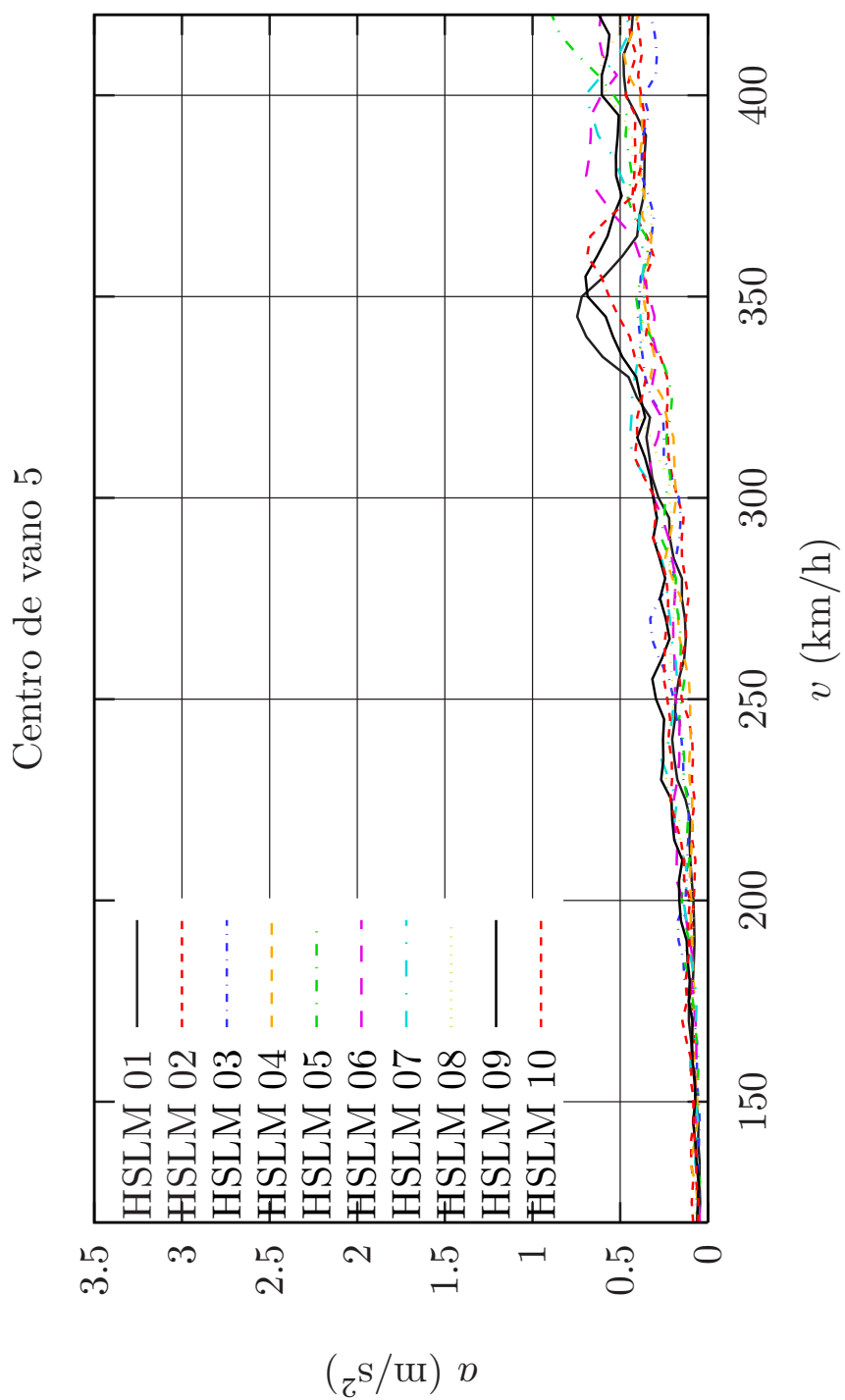


Figura 42: Aceleraciones en el centro del vano 5 (25 m.). Trenes universales.

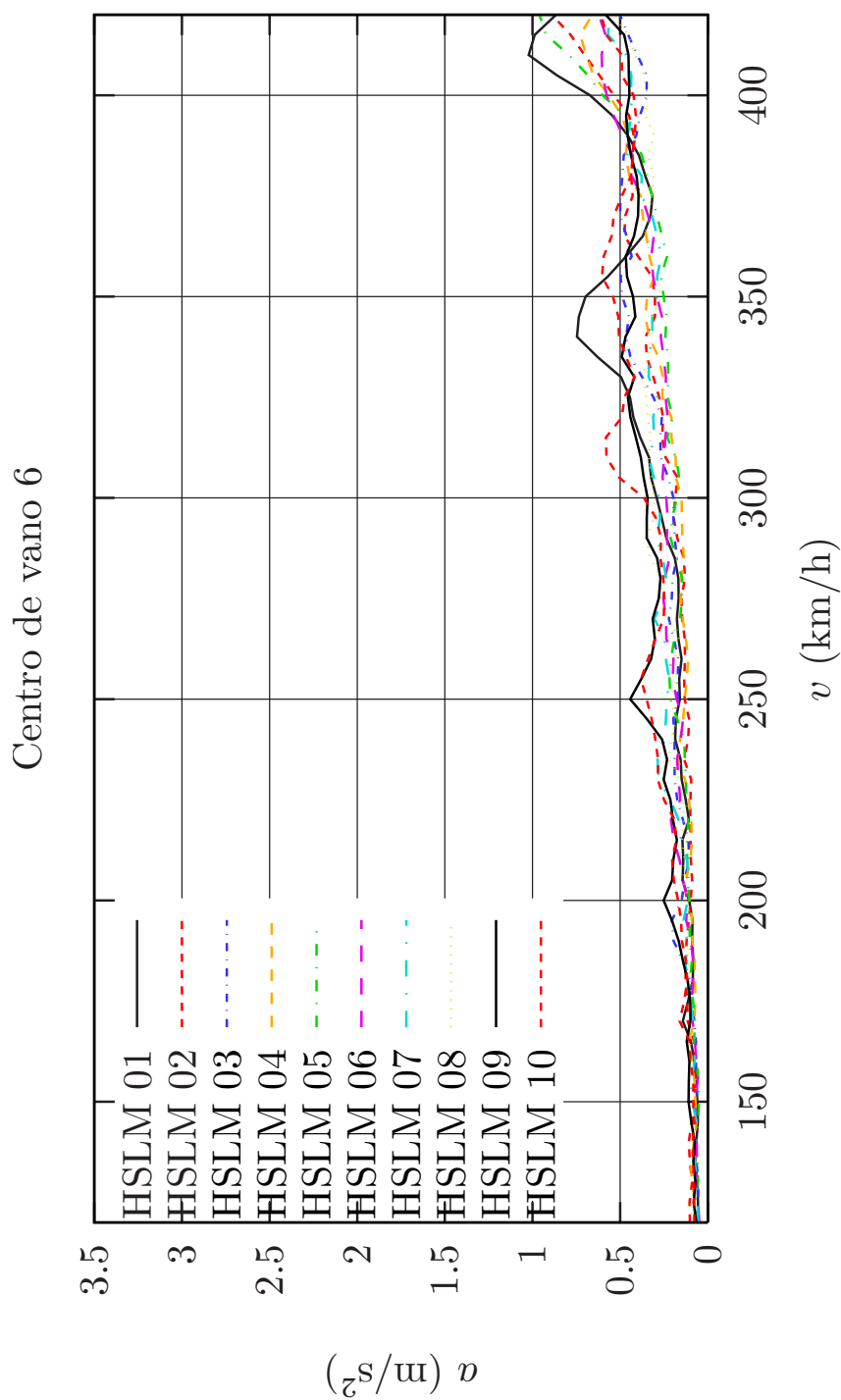


Figura 43: Aceleraciones en el centro del vano 6 (25 m.). Trenes universales.

Centro de vano 7

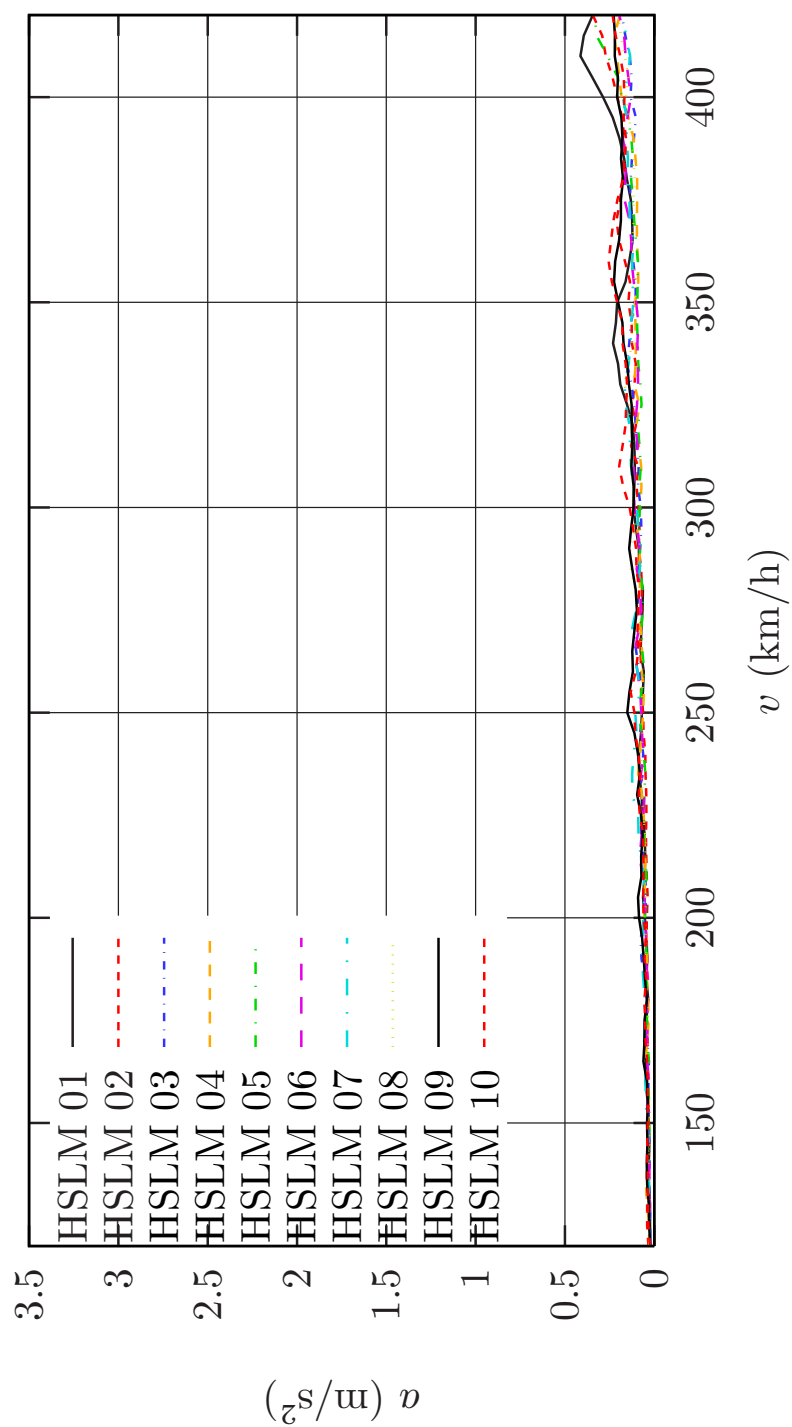


Figura 44: Aceleraciones en el centro del vano 7 (20 m.). Trenes universales.

#### 4.6.2. Alabeo

El máximo alabeo  $t$  del tablero, medido entre dos secciones distantes entre sí una longitud de 3 m., según la IAPF 2003 [1] (apartado 4.2.1.1.2.) no será mayor que los siguientes límites:

$$t \leq 4,5\beta \text{ mm./3 m.}, \text{ para } V \leq 120 \text{ km/h.} \quad (55)$$

$$t \leq 3,0\beta \text{ mm./3 m.}, \text{ para } 120 < V \leq 220 \text{ km/h.} \quad (56)$$

$$t \leq 1,5\beta \text{ mm./3 m.}, \text{ para } V > 220 \text{ km/h.} \quad (57)$$

donde:

$$\beta = \frac{1,78r^2}{(r+c)^2} \quad (58)$$

$$c = 0,5 \text{ m.} \quad (59)$$

$$r = \text{ancho de vía} + 0,065\text{m.} \quad (60)$$

**Observación 4.7** En el Eurocódigo [6] (apartado A2.4.4.2) el valor máximo del alabeo en (57) se reemplaza por el límite:

$$t \leq 1,5 \text{ mm./3 m.} \quad (61)$$

En caso de que el coeficiente  $\beta$  de la instrucción española [1] sea mayor que la unidad, el criterio del Eurocódigo es más restrictivo que el de la IAPF 2003 [1]

Sustituyendo en (58) los valores  $c = 0,5$  y  $r = 1,5$  resulta:

$$\beta = 1,00125 \quad (62)$$

En las figuras 45 y 46 se muestran los alabeos de la sección en centro de vano respecto del empotramiento obtenidos para los trenes reales en el vano de 20 m. y en el vano de 25 m., respectivamente. Análogamente, en las figuras 47 y 48 se muestran dichos alabeos para los trenes universales en los vanos de 20 m. y 25 m., respectivamente. Dado que dicho alabeo (obtenido para las secciones correspondientes al centro de vano y el apoyo, que distan 10 m. o 12 m. según el caso) verifica el límite especificado, no es necesario hacer el cálculo para dos secciones que disten 3 m.



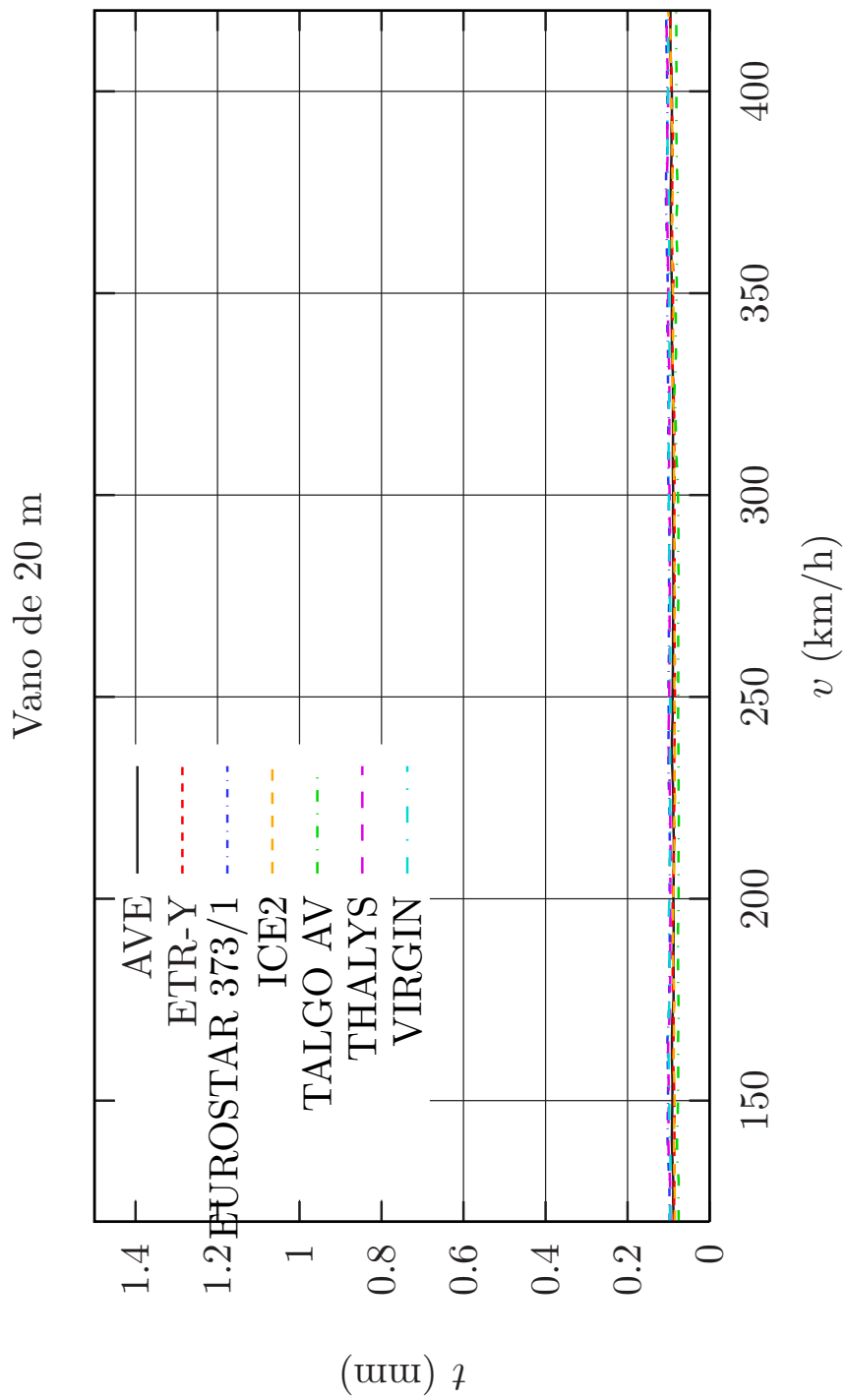


Figura 45: *Envolventes del alabeo del tablero en el vano de 20 m. Trenes reales.*

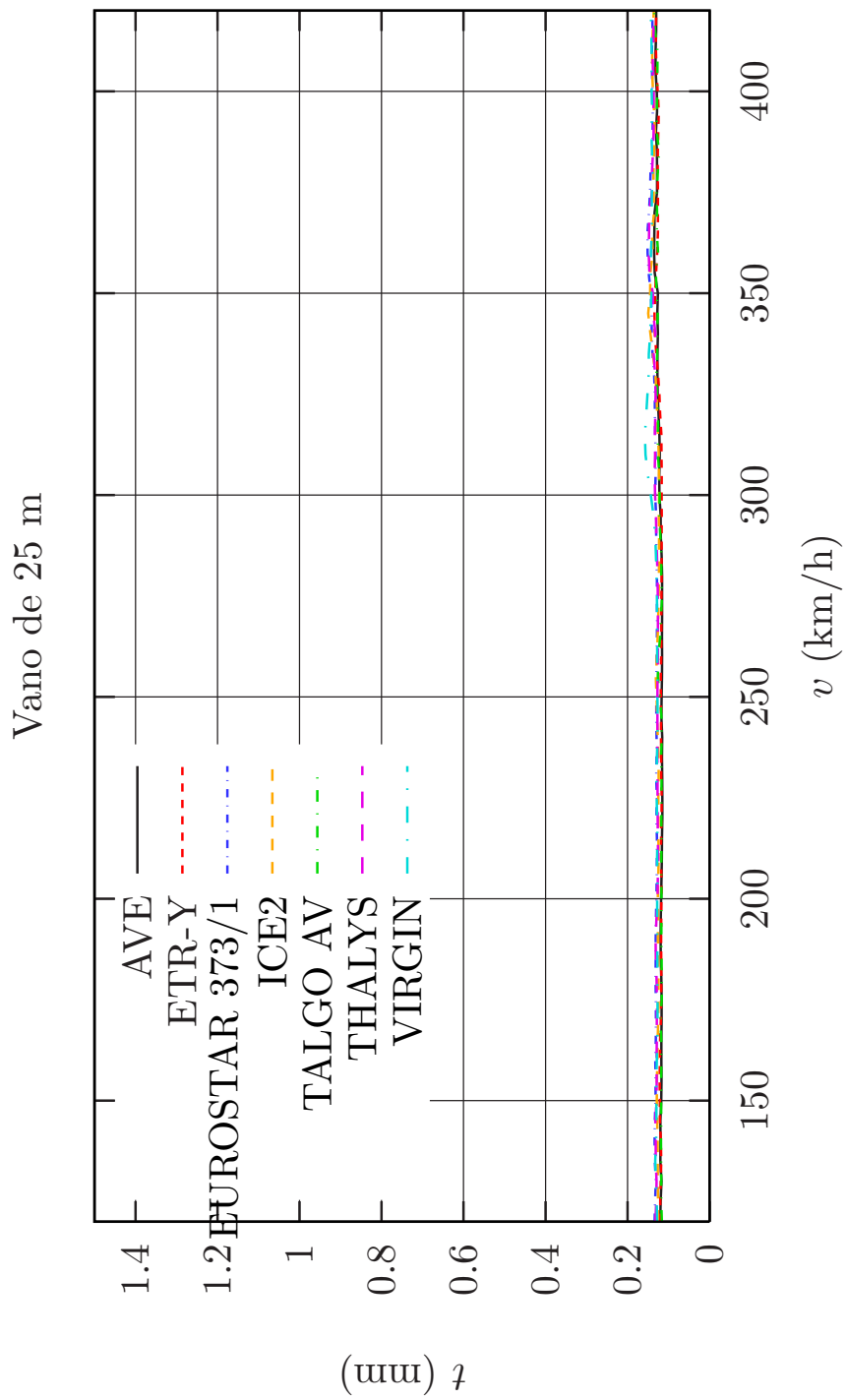


Figura 46: *Envolventes del alabeo del tablero en el vano de 25 m. Trenes reales.*

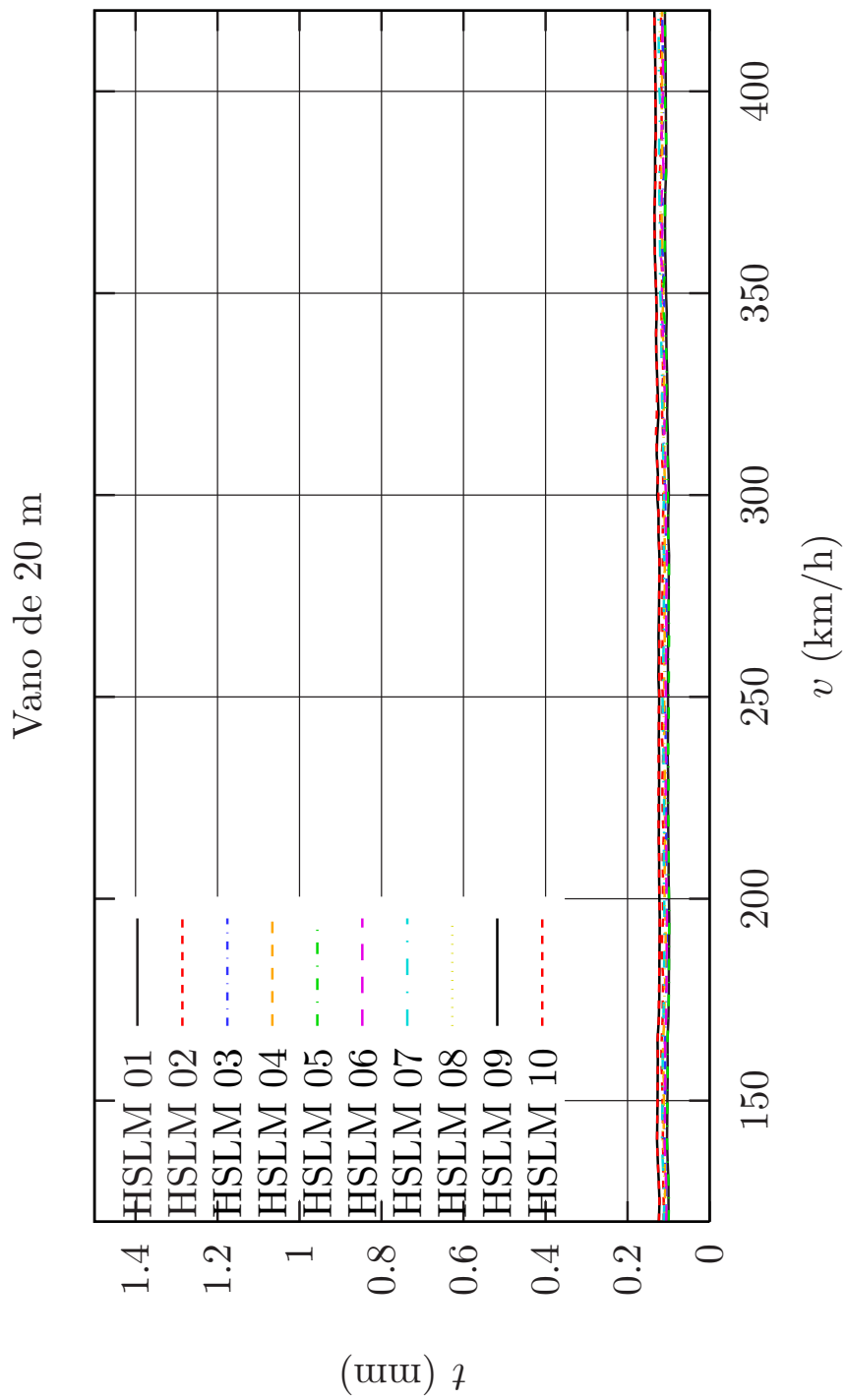


Figura 47: *Envolventes del alabeo del tablero en el vano de 20 m. Trenes universales modelo HSLM-A.*

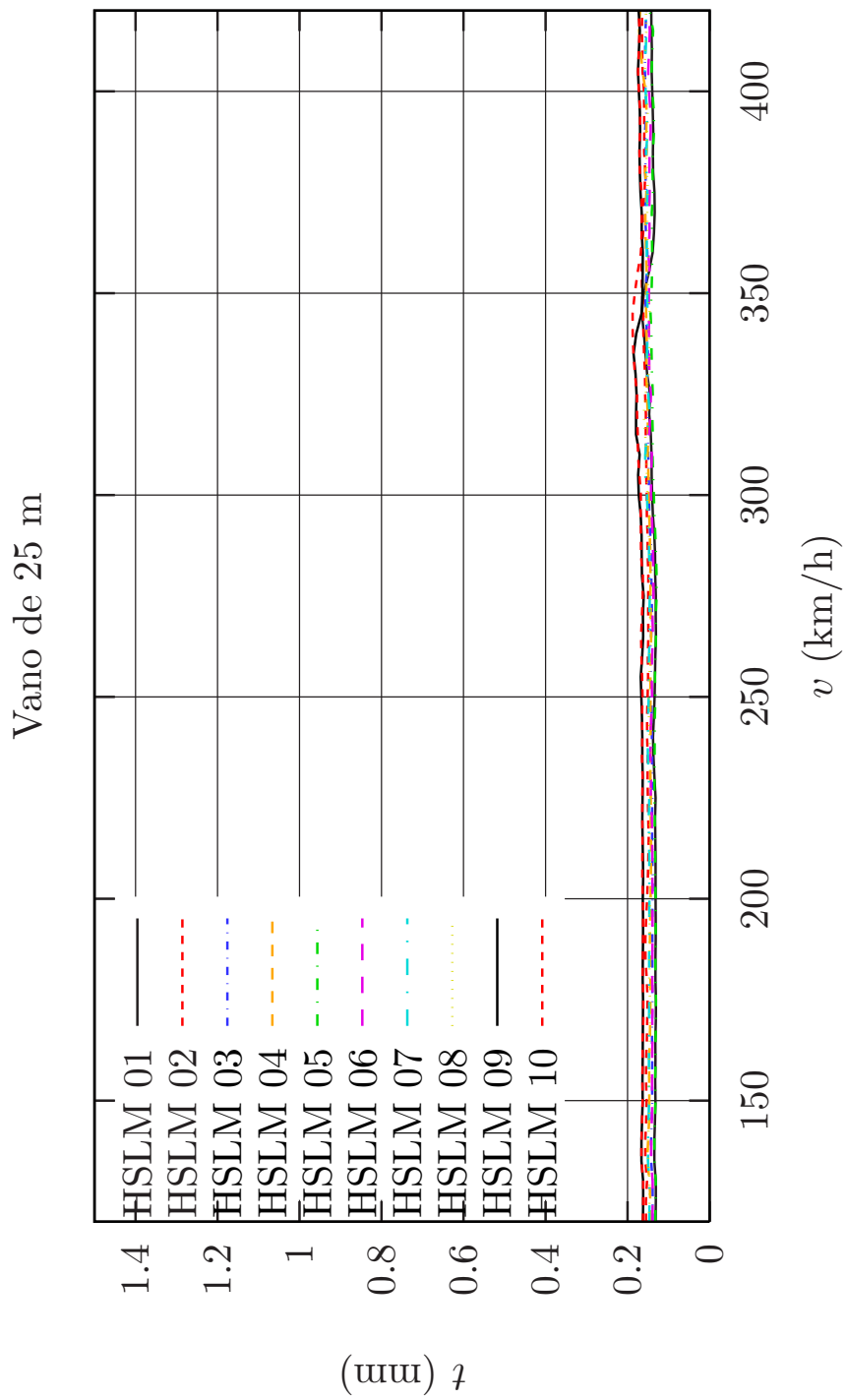


Figura 48: *Envolventes del alabeo del tablero en el vano de 25m. Trenes universales modelo HSLM-A.*

### 4.6.3. Giros en los apoyos

En el apartado 4.2.1.1.3 de la IAPF 2003 se establecen los límites del giro máximo por flexión en los extremos del tablero en el eje de la vía. En el caso de este ejemplo dicho límite corresponde al establecido para puentes con vía doble o múltiple (con sólo una vía cargada). Para la transición tablero-estribo se establece el límite:

$$\theta \leq 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \quad (63)$$

Al tratarse de un viaducto continuo el giro relativo del tablero entre vanos consecutivos es cero, no siendo necesario hacer las comprobaciones adicionales de los viaductos con vanos isostáticos (ver apartado 3.6.3)

En las figuras 49 y 50 se muestran las envolventes de giros, calculadas con los trenes reales, en los apoyo de entrada y de salida del viaducto, respectivamente. Análogamente, en las figuras 51 y 52 se muestran las envolventes de giros en los apoyo de entrada y de salida pero calculadas en este caso con los trenes universales. Puede comprobarse que en todos los casos se verifica sobradamente el requisito (63).

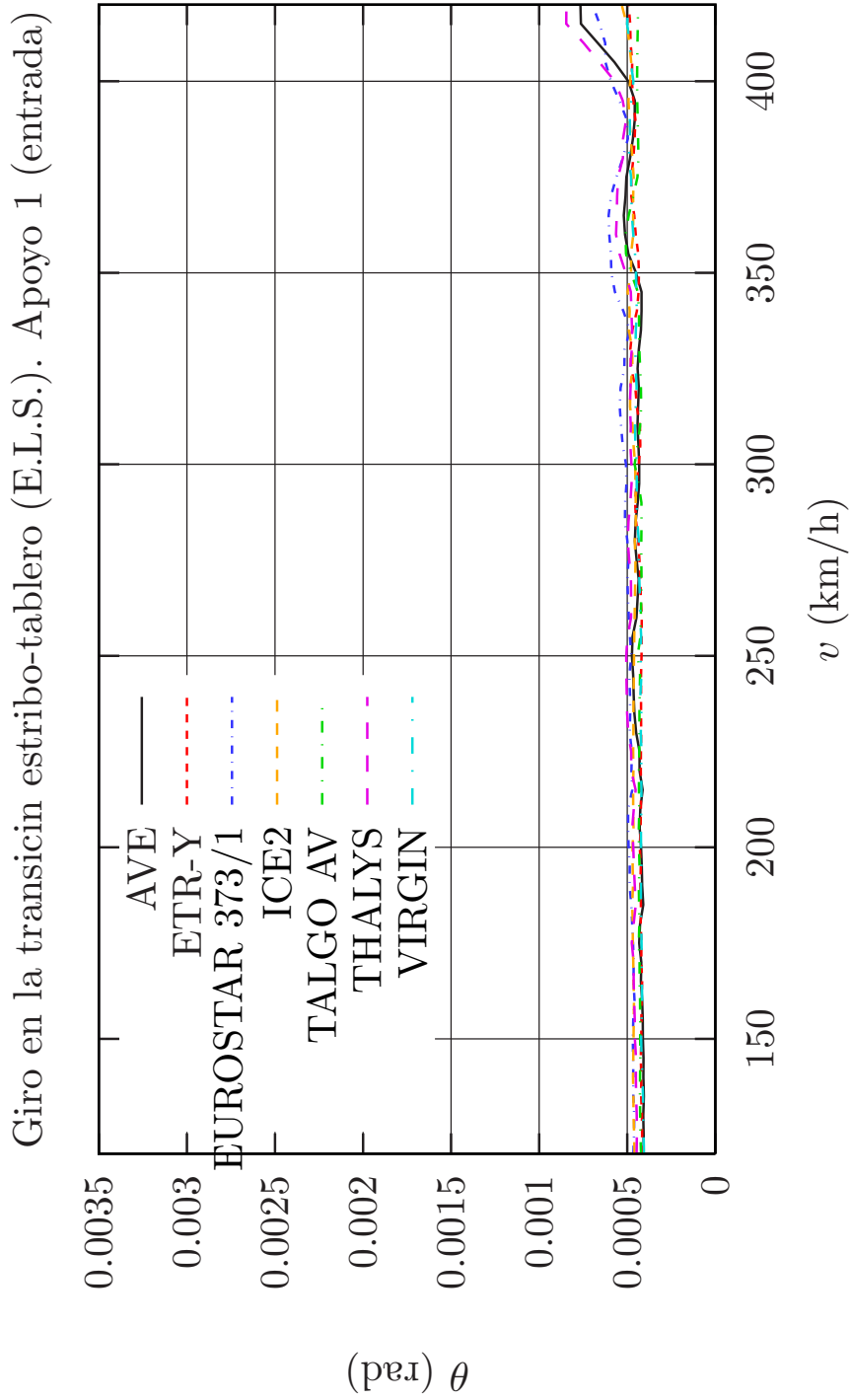


Figura 49: *Envolvente de giros en el apoyo de entrada al viaducto. Trenes reales*

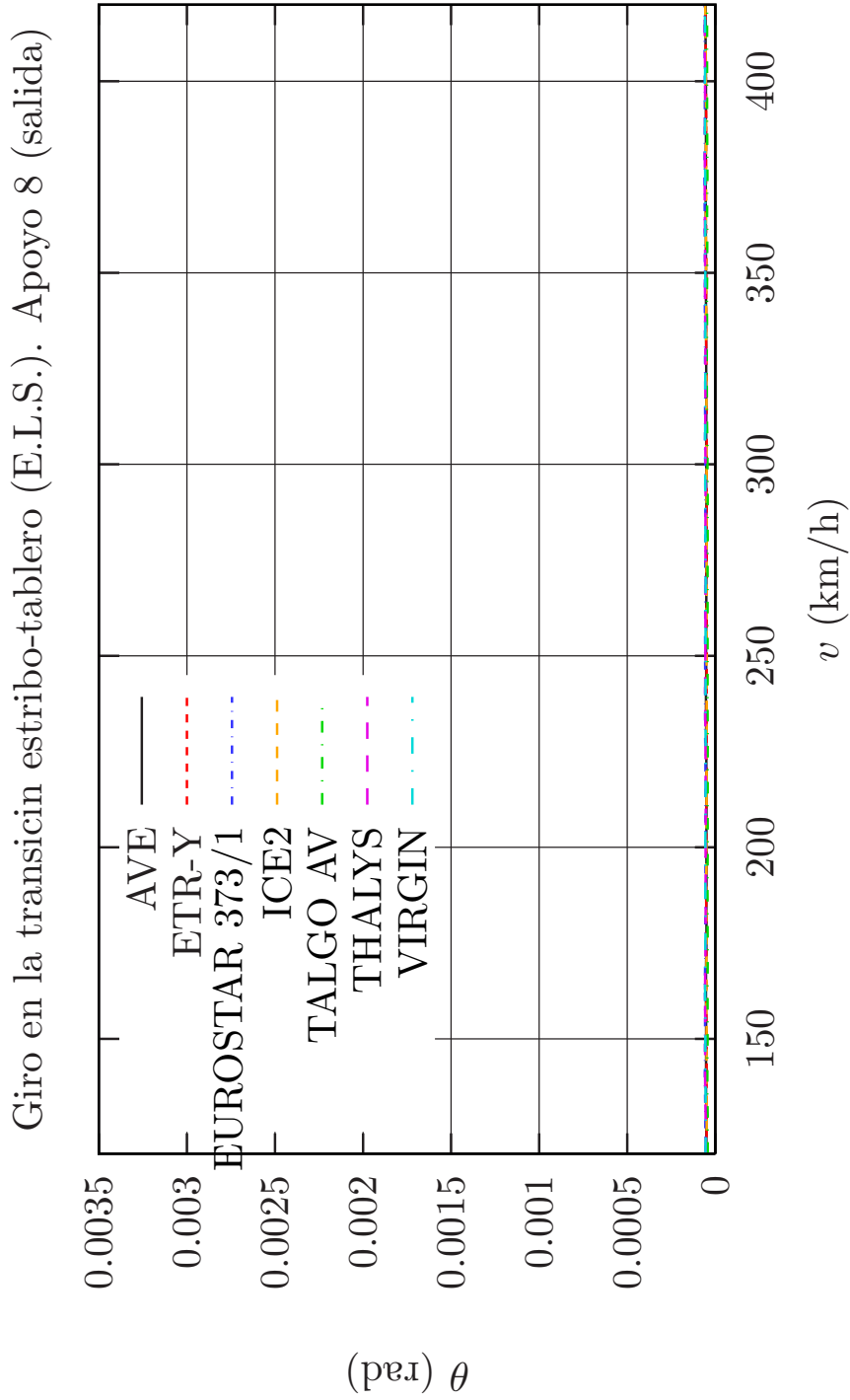


Figura 50: *Envolvente de giros en el apoyo de salida del viaducto. Trenes reales*

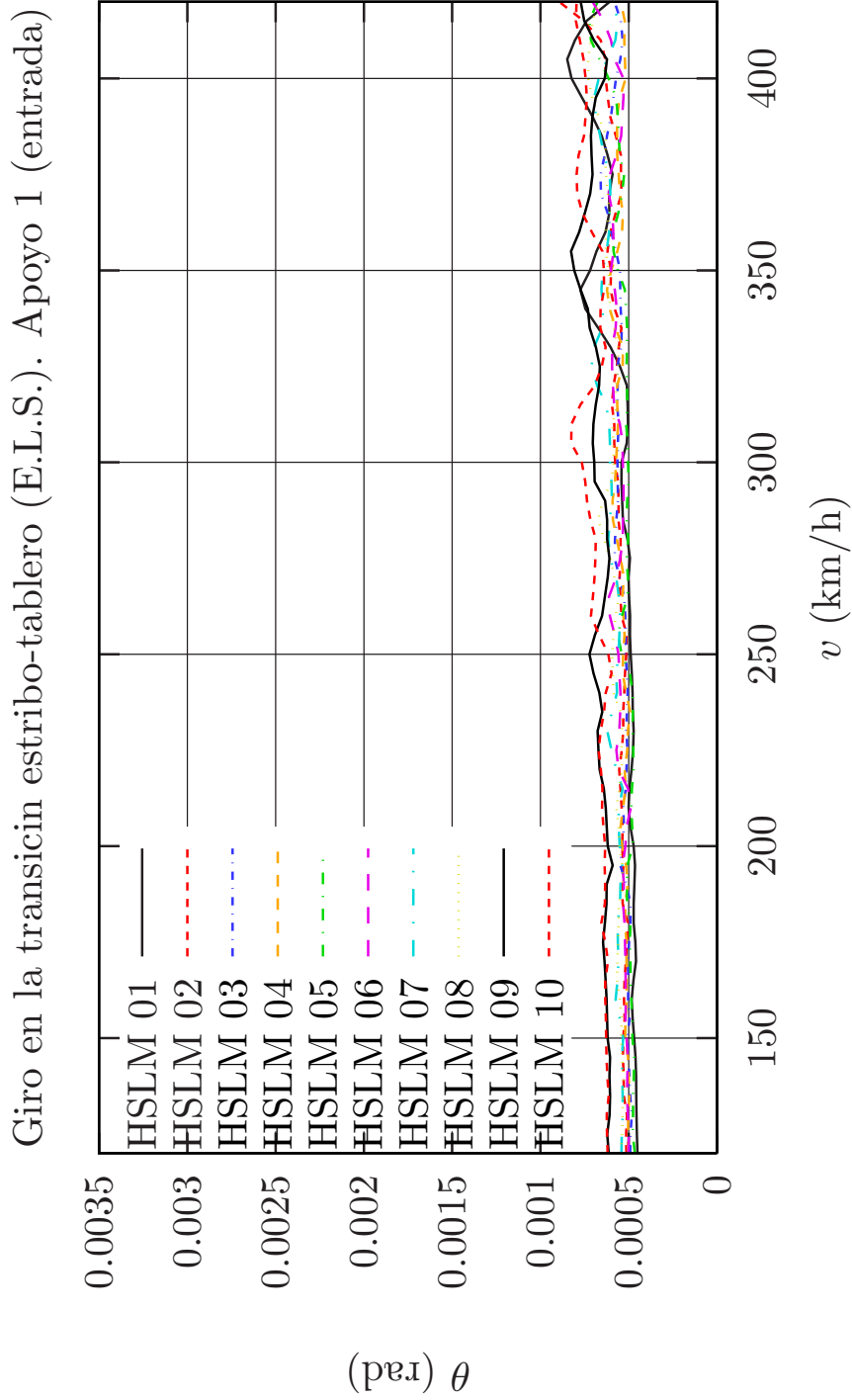


Figura 51: *Envolvente de giros en el apoyo de entrada al viaducto. Trenes universales*



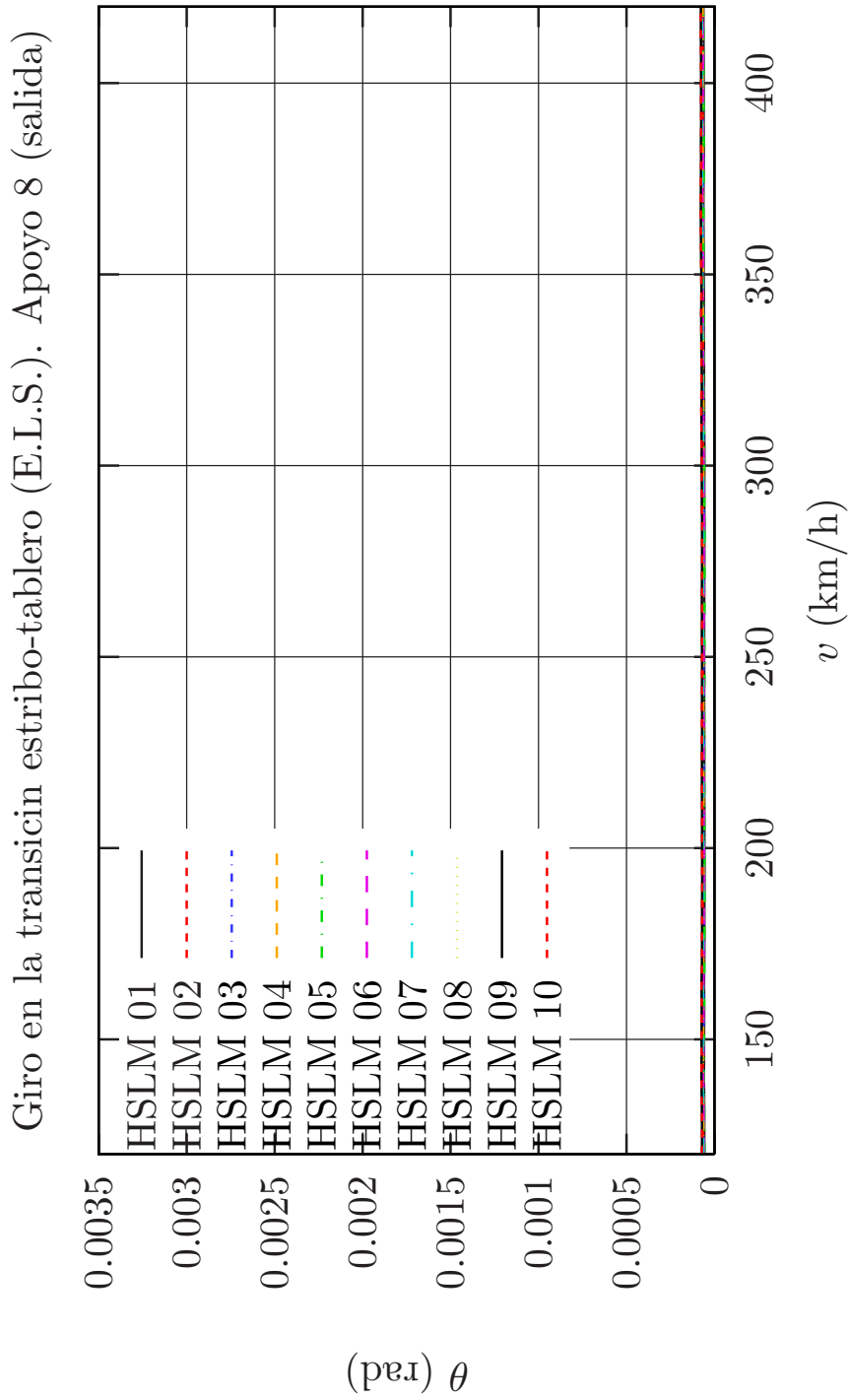


Figura 52: *Envolvente de giros en el apoyo de salida del viaducto. Trenes universales.*

#### 4.6.4. Condiciones para la comodidad de los usuarios

Para asegurar la comodidad de los usuarios, en el apartado 4.2.1.2 de la IAPF 2003 [1] se limitan las deformaciones verticales de los puentes de ferrocarril en función de la longitud del vano  $L$  y de la velocidad del tren  $v$ .

De acuerdo con lo descrito en dicho apartado es necesario calcular la flecha en el eje de la vía debida al tren de cargas tipo. A las flechas por flexión ya expresadas en (3), es necesario sumar las contribuciones debidas a los giros de torsión  $\theta_{\text{tors}}$  en el centro de cada uno de los vanos. Los resultados correspondientes a la flecha de flexión, giro de torsión, y flecha en el eje de vía calculada considerando la excentricidad  $e = 2,733$  se muestran en el cuadro 4 (los resultados correspondientes a los vanos 5, 6 y 7 son simétricos).

Vano	$\delta_{\text{UIC}}$ (mm)	$\theta_{\text{tors}}$ (rad $\cdot 10^{-4}$ )	$\delta$ (mm.)
1	1.6100	1.4365	1.8589
2	2.4620	2.1149	2.8285
3	2.6126	2.1149	2.9791
4	2.6481	2.1149	3.0146

Cuadro 4: Flecha estática  $\delta$  en el eje de la vía calculada con un tren de la UIC y coeficiente de clasificación 1.

**Observación 4.8** Dado que el coeficiente de clasificación es mayor que 1 y la velocidad de proyecto mayor de 120 km/h., para calcular los valores de la flecha  $\delta$  en el cuadro 4 se considera un coeficiente de clasificación unidad.

**Observación 4.9** Para calcular la flecha  $\delta$  en el cuadro 4, como se trata de un puentes de varias vías, de acuerdo con la IAPF 2003 [1] se considera una única vía cargada.

Una vez calculado  $\delta$ , el parámetro de diseño es el cociente  $L/\delta$ , resultando para cada uno de los cuatro vanos considerados:

$$\frac{L_1}{\delta} = \frac{20}{1,8589 \cdot 10^{-3}} = 10759,05 \quad (64)$$

$$\frac{L_2}{\delta} = \frac{25}{2,8285 \cdot 10^{-3}} = 8838,61 \quad (65)$$

$$\frac{L_3}{\delta} = \frac{25}{2,9791 \cdot 10^{-3}} = 8391,80 \quad (66)$$

$$\frac{L_4}{\delta} = \frac{25}{3,0146 \cdot 10^{-3}} = 8292,97 \quad (67)$$

En todo caso ha de verificarse  $L/\delta \geq 600$ . Para estructuras continuas con tres o más vanos han de verificarse los límites de la figura 4.3 de la IAPF 2003 [1], multiplicados por un coeficiente igual a 0,9. En este caso el valor de referencia que se obtiene en dicha figura para  $L = 20$  m. y  $L = 25$  m. es  $L/\delta = 1500$ . Como los valores obtenidos en las expresiones (64) a (67) son notablemente mayores, la estructura verifica los requisitos en cuanto a comodidad de los usuarios.

#### 4.6.5. Vibraciones transversales

Según lo establecido en el apartado 4.2.1.1.5 de la IAPF 2003 [1], a fin de evitar fenómenos de resonancia lateral en los vehículos, la frecuencia propia de vibración transversal de los tableros del puente no será inferior a 1,2 Hz.

En este ejemplo no es necesario calcularla para hacer esta comprobación ya que será mayor que la frecuencia de flexión longitudinal (por ser considerablemente mayor la rigidez transversal que la longitudinal) cuyo valor más bajo es  $f_0 = 4,65$  Hz. En general, la metodología para calcular esta frecuencia es idéntica a la descrita anteriormente para el cálculo de las frecuencias asociadas a la flexión longitudinal (ver apartado 4.3).

## Referencias

- [1] IAPF 2003. Instrucción de Acciones a considerar en el proyecto de Puentes de Ferrocarril. Ministerio de Fomento, 2003. Pendiente de Publicación.
- [2] ERRI D214 RP 5: *Ponts-rails pour vitesses > 200 km/h; Etude numérique de l'influence des irrégularités de voie dans les cas de résonance des ponts*. Rapport technique. European Rail Research Institute (ERRI). Marzo de 1999.
- [3] Dinámica de puentes de ferrocarril para alta velocidad: métodos de cálculo y estudio de la resonancia. Jaime Domínguez Barbero. Tesis Doctoral. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid (UPM). 2001.
- [4] FEAP v7.3 *User's Manual*. R.L.Taylor. Department of Civil and Environmental Engineering. University of California, Berkeley. <http://www.ce.berkeley.edu/~rlt/feap/>.
- [5] Instrucción de hormigón estructural. Ministerio de Fomento. Secretaría General Técnica. 1999.

- [6] EN 1991-2: 2003. Eurocode 1: Actions on structures - Part 2: Traffic loads on bridges. CEN, 2003.
- [7] Estados límite de servicio en relación con la vía en puentes de ferrocarril. Jorge Nasarre y de Goicoechea. Puentes de Ferrocarril. Proyecto, Construcción y Mantenimiento. Congreso del Grupo Español de IABSE. Vol, 2. Madrid, Junio de 2002.
- [8] Comportamiento dinámico de puentes para ferrocarril de alta velocidad: justificación de propuestas para instrucción de acciones de proyecto en puentes de ferrocarril. TOMO III Parte III: Solicitaciones dinámicas máximas y mínimas. *Informe Técnico para M. Fomento*. Jose M.<sup>a</sup> Goicolea Ruigómez, Jaime Domínguez Barbero, Juan Antonio Navarro González-Valerio, Felipe Gabaldón Castillo. Madrid, 2002.