# ANÁLISIS DINÁMICO DE ESTRUCTURAS SOMETIDAS A ACCIONES DE TRENES DE ALTA VELOCIDAD, CONSIDERANDO LA INTERACCIÓN VEHÍCULO-ESTRUCTURA

Felipe Gabaldón<sup>1\*</sup>, Francisco Riquelme<sup>1</sup> y José María Goicolea<sup>1</sup>

1: Grupo de Mecánica Computacional Departamento de Mecánica de Medios Continuos. E.T.S. Ingenieros de Caminos Universidad Politécnica de Madrid C/Profesor Aranguren s/n. 28040 Madrid e-mail: felipe@mecanica.upm.es, web: http://w3.mecanica.upm.es

**Palabras clave:** Dinámica, Trenes de Alta Velocidad, Interacción vehículo-estructura, Puentes arco

**Resumen.** Un aspecto relevante del diseño de estructuras sometidas a acciones de trenes de alta velocidad corresponde a los efectos dinámicos asociados a las cargas móviles de los trenes. En este artículo se consideran los métodos de cálculo dinámico basados en la integración temporal de las ecuaciones del movimiento considerando cargas móviles, con y sin interacción vehículo-estructura. Además se distinguen los métodos basados en la integración temporal de los modos de oscilación de la estructura, y los basados en la integración completa considerando todos los grados de libertad del modelo estructural y del vehículo.

Asimismo se presentan algunas aplicaciones de los modelos de interacción vehículoestructura. En estas se analiza la respuesta dinámica de puentes cortos, y la reducción de los efectos dinámicos que se produce al considerar la interacción en el análisis dinámico de un puente arco singular.

#### 1. INTRODUCCIÓN

La construcción de nuevas infraestructuras de transporte constituye una de las principales inversiones de los últimos años en numerosos países europeos. En España la mayor parte de esta inversiones se ha dedicado al proyecto y construcción de nuevas lineas de ferrocarril de alta velocidad, ya que éstas se consideran una alternativa competitiva frente a otros modos de transporte para medias distancias. Actualmente hay dos líneas de alta velocidad en operación: Madrid–Sevilla y el tramo Madrid–Lérida, perteneciendo este último a la línea Madrid–Barcelona–Frontera Francesa, varias líneas en fase de proyecto y/o construcción: Córdoba–Málaga, Madrid–Valencia–Murcia, Madrid–Segovia–Valladolid, y las líneas de enlace con Portugal dentro de la red internacional de alta velocidad Portugal-España-Resto de Europa.

Toda esta actividad ha conllevado un aumento del interés por los aspectos ingenieriles relacionados con el diseño de estructuras para los trenes de alta velocidad. Entre estos cabe destacar los efectos dinámicos asociados a las cargas móviles del tren, discutidos detalladamente en [3, 4]. Para velocidades superiores a los 200 o 220 km/h y distancias características entre los ejes del tren de 13 a 25 m. pueden aparecer efectos resonantes que superen los requisitos estructurales de Estado Límite Último y Estado Límite de Servicio. Un ejemplo ilustrativo de resonancia que compara medidas experimentales con resultados computacionales es el correspondiente al tren AVE circulando a 219 km/h sobre el puente del río Tajo en la línea Madrid–Sevilla, detallado en [1].

Los métodos de cálculo dinámico aplicados en el diseño de viaductos, pasos subterráneos, etc. se basan en la integración en el tiempo del modelo estructural considerando las acciones del tren como cargas móviles. Estos cálculos pueden aplicarse siguiendo distintas metodologías. Una de ellas corresponde a considerar los modelos estructurales completos como sistemas discretos con N grados de libertad e integradores temporales del tipo  $\beta$  de Newmark. Otras metodologías se basan en un análisis modal de la estructura, previo a la integración temporal de los n modos más significativos. En ambos casos puede tenerse en cuenta o no la interacción vehículo–estructura. En caso de que se consideren los fenómenos de interacción la complejidad del modelo aumenta, requiriendo mayores tiempos de cálculo. Aunque este tipo de simulaciones son más interesantes en un entorno de investigación, no es habitual realizarlas para los cálculos de diseño salvo en situaciones excepcionales.

### 2. MODELOS BASADOS EN LA INTEGRACIÓN TEMPORAL CON CAR-GAS MÓVILES PUNTUALES

Estos métodos se basan en la integración temporal de las ecuaciones dinámicas de la estructura bajo las acciones correspondientes a las cargas móviles del tren, considerando para éstas los valores constantes que son representativos de las cargas de cada eje.

El modelo estructural se puede analizar mediante la integración del sistema discreto completo con N grados de libertad, o reduciendo el número de grados de libertad mediante un análisis modal previo que disminuye de manera notable el número de ecuaciones. El análisis modal se pude realizar numéricamente obteniendo los modos de oscilación y las frecuencias propias de forma aproximada. Este tipo de análisis está disponible en la mayoría de los programas de elementos finitos.

El método de elementos finitos tiene la ventaja de que es aplicable a estructuras de tipologías arbitrarias, considerando incluso efectos no lineales. Haciendo una semidiscretización espacial de la estructura se llega al siguiente sistema discreto de ecuaciones diferenciales con N grados de libertad:

$$\mathbf{M}\mathbf{d} + \mathbf{C}\mathbf{d} + \mathbf{K}\mathbf{d} = \mathbf{f}(t) \tag{1}$$

donde **M** es la matriz de masas, **C** es la matriz de amortiguamiento, **K** es la matriz de rigidez, f(t) es el vector de fuerzas externas, y d es el vector incógnita de desplazamientos nodales. Este sistema de ecuaciones diferenciales se puede integrar con un método directo que resuelva el sistema completo (1) en cada paso de tiempo, y como en general las ecuaciones están acopladas éstas han de ser resueltas simultáneamente. Este procedimiento es válido incluso cuando se consideran efectos no lineales. En tal caso, las fuerzas internas elásticas y las fuerzas de amortiguamiento viscoso deben incluirse en un término general no lineal  $f^{int}(d, \dot{d})$ .

Si el análisis estructural se realiza en régimen lineal, se puede hacer un análisis modal resultando un sistema con un número de grados de libertad considerablemente menor. En primer lugar, se hace el análisis modal del sistema no amortiguado resolviendo el problema de autovalores generalizado correspondiente al sistema estructural discreto:

$$\left(-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}\right) \boldsymbol{a} = \boldsymbol{0} \tag{2}$$

De este análisis se obtienen las n frecuencias propias más significativas  $\omega_i$ ,  $i = 1 \dots n$ , y los correspondientes modos normales de oscilación  $\mathbf{a}_i$ , siendo generalmente  $n \ll N$ . A continuación se integran en el tiempo los modos de oscilación  $\mathbf{a}_i$  vibrando con las correspondientes frecuencias propias  $\omega_i$ . Con este procedimiento las ecuaciones diferenciales se desacoplan, y la respuesta de cada modo se obtiene de la ecuación dinámica de un sistema con un grado de libertad.

El procedimiento más simple para definir el tren de cargas es aplicando en cada nodo una historia de carga. Para el paso de tiempo  $t_i$  y la carga f de uno de los ejes del tren, al nodo J se le asigna una carga nodal  $f_J$  si el eje está sobre un elemento que contiene al nodo J. La magnitud de  $f_J$  depende linealmente de la distancia del eje al nodo. Este procedimiento se representa de forma esquemática en la figura 1 para una única carga puntual. Esta metodología se ha implementado en el programa de elementos finitos **iris** [8] para los diez trenes universales HSLM-A (High Speed Load Model) definidos en el Eurocódigo 1 [2, 7], para los siete trenes reales definidos en la Instrucción para las Acciones en Puentes de Ferrocarril [7], y para el nuevo tren AVE-103 (ICE 350) que entrará en circulación próximamente

### 3. MODELOS DE INTERACCIÓN VEHÍCULO-ESTRUCTURA

Cuando en el modelo estructural se considera el movimiento vertical de los vehículos relativo al tablero se representa de manera más realista el comportamiento dinámico de la estructura. En vez de representar el tren mediante un conjunto de cargas puntuales, en los modelos de interacción se incluyen masas que representan las masas no suspendidas de los bogies, las masas suspendidas correspondientes a los coches, muelles que modelan las suspensiones, amortiguadores, etc. En este trabajo se utilizan modelos de interacción simplificados como el de la figura 2. Para un tren con k cargas, cada eje j se representa por un elemento de interacción j en el que la masa no suspendida es  $m_s^j$ , la masa suspendida es  $m_a^j$ , y las constantes de rigidez y amortiguamiento son  $k^j$  y  $c^j$ .



Figura 1: Definición de la historia temporal de cargas en el nodo J correspondiente a la cargaF de un eje, moviéndose con velocidad v



Figura 2: Tren de cargas con interacción vehículo-estructura: a) modelo de interacción simplificado. b) definición de las variables

Los sistemas de ecuaciones que se obtienen para la estructura y para el vehículo vienen dados por las ecuaciones (3) y (4), respectivamente:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_{\mathsf{WW}} & \mathbf{M}_{\mathsf{WB}} \\ \mathbf{M}_{\mathsf{BW}} & \mathbf{M}_{\mathsf{BB}}^{\mathsf{w}} \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{c} \ddot{\boldsymbol{w}} \\ \ddot{\boldsymbol{b}} \end{array} \right\} + \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{\mathsf{WW}} & \mathbf{C}_{\mathsf{WB}} \\ \mathbf{C}_{\mathsf{BW}} & \mathbf{C}_{\mathsf{BB}}^{\mathsf{w}} \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{c} \dot{\boldsymbol{w}} \\ \dot{\boldsymbol{b}} \end{array} \right\} + \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{\mathsf{WW}} & \mathbf{K}_{\mathsf{WB}} \\ \mathbf{K}_{\mathsf{BW}} & \mathbf{K}_{\mathsf{BB}}^{\mathsf{w}} \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{c} \boldsymbol{w} \\ \boldsymbol{b} \end{array} \right\} = \\ \left\{ \begin{array}{c} \boldsymbol{f}_{\mathsf{W}} \\ \boldsymbol{f}_{\mathsf{B}}^{\mathsf{w,ar}} + \boldsymbol{f}_{\mathsf{B}}^{\mathsf{w,ext}} \end{array} \right\} \quad (3)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_{\mathsf{B}\mathsf{B}}^{\mathsf{y}} & \mathbf{M}_{\mathsf{B}\mathsf{Y}} \\ \mathbf{M}_{\mathsf{Y}\mathsf{B}} & \mathbf{M}_{\mathsf{Y}\mathsf{Y}} \end{pmatrix} \begin{cases} \ddot{\boldsymbol{b}} \\ \ddot{\boldsymbol{y}} \end{cases} + \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{\mathsf{B}\mathsf{B}}^{\mathsf{y}} & \mathbf{C}_{\mathsf{B}\mathsf{Y}} \\ \mathbf{C}_{\mathsf{Y}\mathsf{B}} & \mathbf{C}_{\mathsf{Y}\mathsf{Y}} \end{pmatrix} \begin{cases} \dot{\boldsymbol{b}} \\ \dot{\boldsymbol{y}} \end{cases} + \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{\mathsf{B}\mathsf{B}}^{\mathsf{y}} & \mathbf{K}_{\mathsf{B}\mathsf{Y}} \\ \mathbf{K}_{\mathsf{Y}\mathsf{B}} & \mathbf{K}_{\mathsf{Y}\mathsf{Y}} \end{pmatrix} \begin{cases} \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{y} \end{cases} = \\ \begin{cases} \boldsymbol{f}_{\mathsf{B}}^{\mathsf{y},\mathsf{ar}} + \boldsymbol{f}_{\mathsf{B}}^{\mathsf{y},\mathsf{ext}} \\ \boldsymbol{f}_{\mathsf{Y}} \end{cases} \end{cases}$$
(4)

En las expresiones anteriores se han agrupado los grados de libertad en tres conjuntos correspondientes a los puntos de contacto de las masas no suspendidas con el tablero del viaducto (**b**), el resto de nodos del tablero (**w**) y los grados de libertad correspondientes a las masas suspendidas (**y**). En el vector de fuerzas correspondiente a los puntos de contacto rueda-tablero se ha hecho distinción de la contribución de las fuerzas de acción-reacción entre el vehículo y la estructura ( $\mathbf{f}^{\cdot, \text{ar}}$ ) y el resto de las fuerzas externas ( $\mathbf{f}^{\cdot, \text{ext}}$ ).

#### 3.1. INTEGRACIÓN MEDIANTE DESCOMPOSICIÓN MODAL DE LA ESTRUCTURA

La solución de la ecuación (3) se puede expresar de la siguiente forma:

$$\left\{\begin{array}{c}\boldsymbol{w}\\\boldsymbol{b}\end{array}\right\}(x_k(t),t) = \sum_{i=1}^N q_i(t) \left\{\begin{array}{c}\boldsymbol{\phi}_{W_i}\left(x_k(t)\right)\\\boldsymbol{\phi}_{B_i}\left(x_k(t)\right)\end{array}\right\}$$
(5)

En donde  $q_i = q_i(t)$  es la amplitud modal dependiente del tiempo, N es el número de modos utilizados en el análisis,  $\phi_{W_i} \ge \phi_{B_i}$  son las componentes del i-ésimo autovector correspondientes a los grados de libertad  $\boldsymbol{w} \ge \boldsymbol{b}$  respectivamente,  $\ge x_k(t)$  indica la posición del eje k del tren sobre el tablero del viaducto.

Normalizando los autovectores respecto de la matriz de masas, la ecuación de cada modo es:

$$\ddot{q}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = \left\{ \begin{array}{c} \boldsymbol{\phi}_{\mathsf{W}_i} \\ \boldsymbol{\phi}_{\mathsf{B}_i} \end{array} \right\}^T \left\{ \begin{array}{c} \boldsymbol{f}_{\mathsf{W}} \\ \boldsymbol{f}_{\mathsf{B}}^{\mathsf{w}, \mathrm{ar}} + \boldsymbol{f}_{\mathsf{B}}^{\mathsf{w}, \mathrm{ext}} \end{array} \right\}, \quad i = 1 \dots N$$
(6)

Despejando  $f_{\mathsf{B}}^{\mathsf{y},\mathsf{ar}}$  en (4) y sustituyendo  $f_{\mathsf{B}}^{\mathsf{w},\mathsf{ar}} = -f_{\mathsf{B}}^{\mathsf{y},\mathsf{ar}}$ , resulta:

$$\boldsymbol{f}_{\mathsf{B}}^{\mathsf{w},\mathrm{ar}} = \boldsymbol{f}_{\mathsf{B}}^{\mathsf{y},\mathrm{ext}} - \mathbf{M}_{\mathsf{BY}} \ddot{\boldsymbol{y}} - \mathbf{M}_{\mathsf{BB}}^{\mathsf{y}} \ddot{\boldsymbol{b}} - \mathbf{C}_{\mathsf{BY}} \dot{\boldsymbol{y}} - \mathbf{C}_{\mathsf{BB}}^{\mathsf{y}} \dot{\boldsymbol{b}} - \mathbf{K}_{\mathsf{BY}} \boldsymbol{y} - \mathbf{K}_{\mathsf{BB}}^{\mathsf{y}} \boldsymbol{b}$$
(7)

Sustituyendo en (7) la expresión modal de **b** que tenemos en (5), la ecuación diferencial (6) resulta:

$$\ddot{q}_{i} + 2\xi_{i}\omega_{i}\dot{q} + \omega^{2}q_{i} = \phi_{\mathsf{W}_{i}}\boldsymbol{f}_{\mathsf{W}} + \phi_{\mathsf{B}_{i}}\boldsymbol{f}_{\mathsf{B}}^{\mathrm{ext}} - \phi_{\mathsf{B}_{i}}\mathbf{M}_{\mathsf{BY}}\boldsymbol{\ddot{y}} - \phi_{\mathsf{B}_{i}}\mathbf{C}_{\mathsf{BY}}\boldsymbol{\dot{y}} - \phi_{\mathsf{B}_{i}}\mathbf{K}_{\mathsf{BY}}\boldsymbol{y} - \phi_{\mathsf{B}_{i}}\mathbf{M}_{\mathsf{BB}}^{\mathsf{y}}\sum_{j=1}^{N} \left\{ \ddot{q}_{j}\phi_{\mathsf{B}_{j}} + 2v\dot{q}_{j}\phi_{\mathsf{B}_{j}}' + v^{2}q_{j}\phi_{\mathsf{B}_{j}}' \right\} - \phi_{\mathsf{B}_{i}}\mathbf{C}_{\mathsf{BB}}^{\mathsf{y}}\sum_{j=1}^{N} \left\{ \dot{q}_{j}\phi_{\mathsf{B}_{j}} + vq_{j}\phi_{\mathsf{B}_{j}}' \right\} - \phi_{\mathsf{B}_{i}}\mathbf{K}_{\mathsf{BB}}^{\mathsf{y}}\sum_{j=1}^{N} \left\{ q_{j}\phi_{\mathsf{B}_{j}} \right\}$$

$$(8)$$

siendo  $\mathbf{f}_{B}^{\text{ext}} = \mathbf{f}_{B}^{\text{x,ext}} + \mathbf{f}_{B}^{\text{y,ext}}$  y  $x_{k} = vt$  (con la hipótesis de que el tren se mueve con velocidad constante).

Para integrar el movimiento de las masas suspendidas sustituimos la expresión modal de b en (4), resultando el sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\mathbf{M}_{\mathbf{YY}}\ddot{\boldsymbol{y}} + \mathbf{C}_{\mathbf{YY}}\dot{\boldsymbol{y}} + \mathbf{K}_{\mathbf{YY}}\boldsymbol{y} = \mathbf{f}_{\mathbf{Y}} - \mathbf{M}_{\mathbf{YB}}\sum_{j=1}^{N} \left\{ \ddot{q}_{j}\boldsymbol{\phi}_{\mathsf{B}j} + 2v\dot{q}_{j}\boldsymbol{\phi}_{\mathsf{B}j}' + v^{2}q_{j}\boldsymbol{\phi}_{\mathsf{B}j}' \right\} - \mathbf{C}_{\mathbf{YB}}\sum_{j=1}^{N} \left\{ \dot{q}_{j}\boldsymbol{\phi}_{\mathsf{B}j} + vq_{j}\boldsymbol{\phi}_{\mathsf{B}j}' \right\}$$

$$- \mathbf{K}_{\mathbf{YB}}\sum_{j=1}^{N} \left\{ q_{j}\boldsymbol{\phi}_{\mathsf{B}j} \right\}$$

$$(9)$$

Las ecuaciones (8) y (9) se integran simultáneamente para obtener la evolución temporal de las amplitudes modales  $q_j$  y de los grados de libertad de las masas suspendidas  $\boldsymbol{y}$ . Posteriormente, los grados de libertad del viaducto  $\boldsymbol{w}$  y  $\boldsymbol{b}$  se obtienen de la ecuación (5).

#### 3.2. INTEGRACIÓN DIRECTA

El modelo empleado para la integración del sistema completo, considerando todos los grados de libertad, se basa en un elemento de viga de Bernoulli con un grado de libertad adicional correspondiente al eje del tren [6], tal y como se muestra en la figura 3.

Denominaremos  $w_1$ ,  $\theta_1$ ,  $w_2$ ,  $\theta_2$  a los grados de libertad de los nodos del elemento viga, e y y b a los grados de libertad correspondientes a las masas suspendida  $m_v$  y no suspendida  $m_w$ , respectivamente. Planteando las ecuaciones de equilibrio dinámico del elemento de interacción resulta:

$$\mathbf{M}_{\text{interac}} \left\{ \begin{array}{c} \ddot{y} \\ \ddot{b} \end{array} \right\} + \mathbf{C}_{\text{interac}} \left\{ \begin{array}{c} \dot{y} \\ \dot{b} \end{array} \right\} + \mathbf{K}_{\text{interac}} \left\{ \begin{array}{c} y \\ b \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} F_y \\ F_b \end{array} \right\}$$
(10)



Figura 3: Elemento viga de Bernoulli con interacción

siendo:

$$\mathbf{M}_{\text{interac}} = \begin{pmatrix} m_v & 0\\ 0 & m_w \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}_{\text{interac}} = \begin{pmatrix} c_v & -c_v\\ -c_v & c_v \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K}_{\text{interac}} = \begin{pmatrix} k_v & -k_v\\ -k_v & k_v \end{pmatrix}$$
(11)

El desplazamiento b de la masa no suspendida se interpola con los desplazamientos nodales del elemento viga en la forma estándar empleando las cuatro funciones de forma hermíticas del elemento viga de dos nodos [9]:

$$b = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 \end{bmatrix} \begin{cases} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{cases}$$
(12)

Utilizando la matriz de transformación  $\mathbf{T}$ :

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ N_1 & N_2 & 0 & N_3 & N_4 \end{pmatrix}$$
(13)

las ecuaciones del movimiento del elemento resultan [6]:

$$\left\{\begin{array}{c}
F_{1}\\
M_{1}\\
F_{y}\\
F_{2}\\
M_{2}\\
\end{array}\right\} = \mathbf{M} \left\{\begin{array}{c}
\ddot{w}_{1}\\
\ddot{\theta}_{1}\\
\ddot{y}\\
\ddot{w}_{2}\\
\ddot{\theta}_{2}\\
\end{array}\right\} + \mathbf{C} \left\{\begin{array}{c}
\dot{w}_{1}\\
\dot{\theta}_{1}\\
\dot{y}\\
\dot{\psi}_{2}\\
\dot{\theta}_{2}\\
\end{array}\right\} + \mathbf{K} \left\{\begin{array}{c}
w_{1}\\
\theta_{1}\\
y\\
w_{2}\\
\theta_{2}\\
\end{array}\right\}$$
(14)

Siendo:

$$\mathbf{M} = \mathbf{T}^T \mathbf{M}_{\text{interac}} \mathbf{T}, \quad \mathbf{C} = \mathbf{T}^T \mathbf{C}_{\text{interac}} \mathbf{T}, \quad \mathbf{K} = \mathbf{T}^T \mathbf{K}_{\text{interac}} \mathbf{T}$$
(15)

Las matrices (15) deberán ser ensambladas con las correspondientes matrices estándar del elemento de viga de Bernoulli para obtener las matrices del elemento con interacción.

Las matrices elementales deben ser recalculadas en cada paso de tiempo ya que, dependiendo de si hay o no un eje sobre el elemento, se deberá escoger entre el modelo con interacción o el modelo sin interacción.

#### 4. APLICACIONES

### 4.1. ANÁLISIS DINÁMICO DE VIADUCTOS DE LUZ CORTA

Se han estudiado cuatro viaductos de luz corta definidos en el catálogo de puentes isostáticos del comité ERRI D214 con las propiedades indicadas en la tabla 1. En los

Luz (m)	Masa $(t/m)$	Frecuencia (Hz)	$EI (kNm^2)$
5.0	7	16	453919
7.5	9	12	1661921
10.0	10	8	2593823
20.0	20	4	50660592

Tabla 1: Definición de viaductos cortos según catalogo ERRI D214.

análisis dinámicos se ha usado un amortiguamiento modal del 2%. En todos los casos se han considerado las cargas correspondientes al tren ICE 350 E de la figura 4, que en España circulará con la marca AVE 103. Las curvas de la figura 5 corresponden a las



Figura 4: Tren AVE 103.

envolventes de aceleraciones y desplazamientos en el centro del viaducto de 7,5 m. En ellas se observa una traslación hacia la izquierda de los picos de las envolventes de modelos con interacción, respecto de los picos obtenidos con el modelo sin interacción. Esto se

debe a que los modelos con interacción incluyen la masa del vehículo, disminuyendo en consecuencia la frecuencia del viaducto. También se puede observar una disminución de la respuesta máxima de aceleraciones y desplazamientos para los modelos con interacción.



Aceleraciones en el centro de vano L=7.5m

Figura 5: Aceleración y desplazamiento vertical en el centro de la viga.

Con la formulación estándar de elementos finitos para el elemento viga de Euler-Bernoulli [9], la matriz de masas se obtiene con la expresión:

$$M_{ij} = \rho I \int_L N_{i,x} N_{j,x} \, dx + \rho A \int_L N_i N_j \, dx \tag{16}$$

Los términos del primer sumando del lado derecho en la ecuación (16) corresponden a la matriz de masa rotacional ( $\mathbf{M}_{rot}$ ), y los del segundo a la matriz de masa traslacional ( $\mathbf{M}_{tras}$ ), siendo  $\mathbf{M} = \mathbf{M}_{rot} + \mathbf{M}_{tras}$ . La contribución de  $\mathbf{M}_{rot}$  a la matriz de masa total  $\mathbf{M}$ es pequeña en comparación con la de  $\mathbf{M}_{tras}$ , para vigas relativamente largas. Sin embargo en vigas de luz corta la contribución de la matriz de masas rotacional puede ser mayor que la de la matriz traslacional. Este hecho se muestra en la tabla 2, en la que se compara la primera frecuencia propia de una viga biapoyada calculada considerando o no la masa rotacional, para distintas luces.

	Frecuencias (Hz)	
Longitud (m)	con M.R.	sin M.R.
5.0	13.5478	16.0000
7.5	11.0682	12.0000
10.0	7.6322	8.0000
20.0	3.9515	4.0000

Tabla 2: Frecuencias con y sin masa rotacional en una viga biapoyada.

Asimismo, en las figuras 6 y 7 se comparan las envolventes de desplazamientos en viaductos de L = 5,0 m y L = 20,0 m con masa rotacional y sin ella, en modelos con y sin interacción. Para la luz de 5 m. comparando los resultados obtenidos al considerar la masa rotacional (curvas negra y azul) con los que se obtienen despreciando dichas masas (curvas roja y amarilla) se observa una traslación importante hacia la izquierda de las envolventes que incluyen la masa rotacional. Esto se debe a que disminuye la frecuencia de la estructura por el considerable aumento de la masa asociado a los términos rotacionales.

Las velocidades resonantes correspondientes a los picos de las envolventes coinciden con los reportados en la Tabla 3, que se han obtenido con la ecuación:

$$v_{\rm res} = \frac{f_0 d_k}{i}, \quad i = 1 \dots n \tag{17}$$

siendo  $f_0$  la frecuencia del primer modo de oscilación y  $d_k$  una de las distancias características del tren AVE 103 ( $d_k = 24,775$  m).

También se observa para la luz de 5 m. que, para la misma formulación de la matriz de masa, si se comparan modelos con y sin interacción (curva negra frente a curva azul y curva roja frente a curva amarilla) también se produce una traslación de los picos resonantes aunque menos importante en este caso que en el caso anterior.

De la figura 7 se concluye que para la luz L = 20 m. la contribución de la matriz de masa rotacional es prácticamente despreciable.



Figura 6: Desplazamiento vertical en el centro del vano L = 5 m.



Figura 7: Desplazamiento vertical en el centro del vano L = 20 m.

	Velocidades (km/h)	
Longitud (m)	con M.R.	sin M.R.
5.0	403, 302	476, 357
20.0	352, 176	357, 178

Tabla 3: Velocidades de resonancia en vigas con y sin masa rotacional en modelos sin interacción.

## 4.2. ANÁLISIS DINÁMICO DE UN VIADUCTO ARCO

En este apartado se muestran resultados de los cálculos dinámicos de un viaducto arco, proyectado para la línea de Alta Velocidad Ourense-Santiago.

Este viaducto es un arco de hormigón de 170 m de luz. Para el acceso al vano principal se han dispuesto dos accesos constituidos por viaductos de 4 y 5 vanos de hormigón pretensado. La unión del arco con el tablero se realiza, mediante 5 montantes también de hormigón, siendo la longitud de este de 630 m.

Para realizar los cálculos se ha hecho un modelo bidimensional de elementos finitos de viga. El modelo tiene 1639 elementos y 1636 nodos, que dan lugar a un sistema con 4872 grados de libertad. En los cálculos dinámicos se ha usado un amortiguamiento modal del 2% del amortiguamiento crítico. Se ha realizado un barrido de velocidades entre 120 km/h y 420 km/h, considerando las cargas del tren AVE 103. Para realizar la integración temporal se han utilizado los 114 primeros modos, considerando así todas las frecuencias menores de 30Hz. Todos los modelos de cálculo se han implementado en el programa de elementos finitos iris [8]. La malla del modelo se muestra en la figura 8, habiendo marcado con dos círculos rojos los puntos donde se muestran los resultados de desplazamientos y aceleraciones.



Figura 8: Modelo de elementos finitos del viaducto.

Las figuras 9 a la 12 muestran las envolventes de desplazamientos y aceleraciones en el centro del tercer vano y en la clave del arco (ver los dos puntos marcados en rojo en la figura 8). Puede observarse en estas figuras que los efectos dinámicos tienen más importancia en la clave del arco, que en los vanos del tablero apoyados en las pilas. Asimismo al ser una estructura hiperestática con luces relativamente largas, no se observa reducción de los efectos dinámicos al utilizar modelos de interacción vehículo-estructura.



Desplazamientos en la clave del arco

Figura 9: Desplazamiento vertical en la clave del arco.



Figura 10: Desplazamiento vertical en el centro del vano 3.



Aceleraciones en la clave del arco

Figura 11: Aceleración vertical en la clave del arco.



Figura 12: Aceleración vertical en el centro del vano 3.

#### 5. CONCLUSIONES

Se han presentado los resultados de distintos análisis dinámicos de estructuras sometidas a las acciones de trenes de alta velocidad. Se han utilizado integradores modales e integradores basados en el método de Newmark, considerando o no la interacción entre los vehículos y el tablero del viaducto. Para los análisis de tableros de luz corta se ha comprobado la importancia de considerar todos los términos en la matriz de masas (términos traslacionales y rotacionales), y la disminución de los efectos resonantes, ya reportada por otros autores [1, 5], que tiene lugar al considerar los modelos de interacción vehículo-estructura. Asimismo se han presentado resultados de los cálculos dinámicos de una estructura singular, correspondiente a un puente arco, analizando la relevancia de los efectos dinámicos en la zona del arco y la escasa influencia que tiene el considerar los modelos de interacción. En todos los cálculos se han considerado las acciones correspondientes al tren AVE -103, que próximamente entrará en circulación en la Red Española de Alta Velocidad.

**Agradecimientos:** Los autores agradecen la financiación del Ministerio de Fomento de España, a través del proyecto "Análisis Dinámico de Estructuras Sometidas a Acciones de Trenes de Alta Velocidad" del programa "Acciones Estratégicas del Área Sectorial de Construcción Civil y Conservación del Patrimonio Histórico Cultural" del "Plan Nacional de Investigación Científica, Desarrollo e Innovación Tecnológica 2002-2003".

#### REFERENCIAS

- Domínguez Barbero, J. Dinámica de puentes de ferrocarril para alta velocidad: métodos de cálculo y estudio de la resonancia. Tesis Doctoral. E.T.S. Ingenieros de Caminos, Universidad Politécnica de Madrid. 2001.
- [2] Eurocode 1. Actions on structures Part 2: Traffic loads on bridges. CEN, 2003.
- [3] Frýba, L. Vibration of solids and structures under moving loads. Academia, Noordhoff. 1972.
- [4] Frýba, L. Dynamics of railway bridges. Thomas Telford. 1996.
- [5] Resonant effects in short span high speed railway bridges: modelling and design issues. J. Goicolea, J. Domínguez, F. Gabaldón, J.A. Navarro. Structural Dynamics Eurodyn 2002, Munich, (2002)
- [6] Ju, S. and Lin, H. Numerical Investigation of a steel arch bridge and interaction with high-speed trains. *Engineering Structures*. Vol 25. pp. 241-250, (2003).
- [7] Ministerio de Fomento, España. Instrucción de acciones a considerar en el proyecto de puentes de ferrocarril. Borrador J.. 2003.

- [8] Romero, I. iris: User Manual. Universidad Politécnica de Madrid. http://w3. mecanica.upm.es/~ignacio/iris.html
- [9] O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor, *The finite element method*, Butterworth-Heinemann, (2000).