

# Mecánica

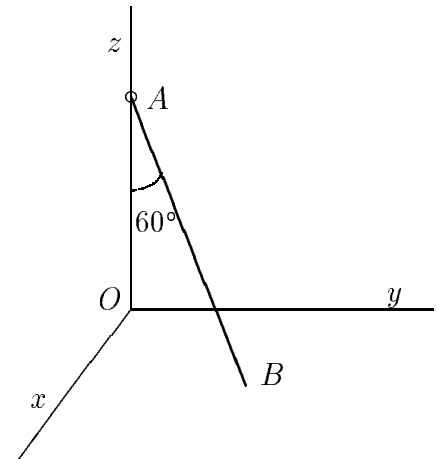
EXAMEN FINAL ORDINARIO (28 de Junio de 1996)

Apellidos	Nombre	Nº	Grupo

Ejercicio 6º

Tiempo: 45 min.

Una barra homogénea de longitud  $AB = 2l$  y masa  $m$  se mueve con su extremo  $A$  obligado a deslizar sin rozamiento sobre un eje vertical  $Oz$ . Inicialmente la barra forma un ángulo  $\theta = 60^\circ$  con la vertical y se deja caer sin velocidad desde una altura  $z_A = 2l$ , chocando mediante el extremo  $B$  con el plano horizontal fijo  $Oxy$ , de forma perfectamente elástica.

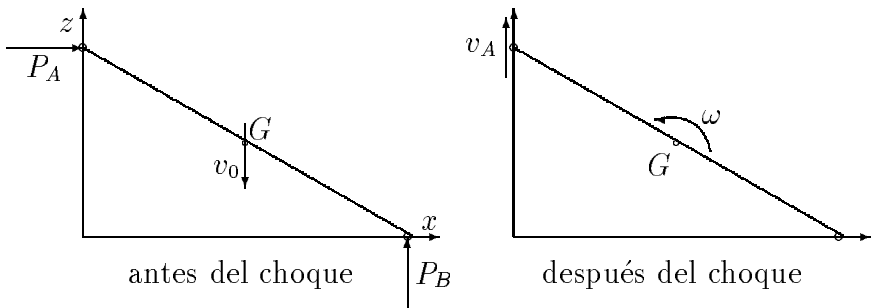


Se pide:

1. Movimiento instantáneo de la barra después del choque;
2. Impulsión reactiva producida en  $A$ .

La caída de la barra se desarrolla desde  $z_A^1 = 2l$  hasta  $z_A^2 = 2l \cos 60^\circ = l$ , es decir, cae una altura  $l$ . Puesto que parte del reposo cae paralelamente a sí misma, desarrollando una velocidad de traslación  $v_0 = \sqrt{2gl}$ .

El movimiento antes y después del choque se desarrolla dentro de un mismo plano vertical, dentro del que tomaremos el eje de abscisas  $x$ . En el punto  $B$  se produce una percusión vertical  $P_B$ , mientras que en  $A$  aparece una percusión reactiva  $P_A$ .



1.- Caracterizamos el movimiento después del choque por las variables  $\omega$ , velocidad de rotación de la barra, y  $v_A$ , velocidad del punto  $A$ . Establecemos en primer lugar las ecuaciones de balance de cantidad de movimiento:

$$P_A = m\omega \frac{l}{2}; \tag{1}$$

$$-mv_0 + P_B = m \left( v_A + \omega l \frac{\sqrt{3}}{2} \right). \tag{2}$$

Por otra parte, el balance del momento cinético en  $G$  expresa

$$P_B l \frac{\sqrt{3}}{2} - P_A l \frac{1}{2} = \frac{1}{12} m (2l)^2 \omega. \tag{3}$$

Por último, la ecuación del coeficiente de restitución ( $e = 1$ ) es

$$v_0 = v_A + \omega l \sqrt{3}. \tag{4}$$

Las 4 ecuaciones anteriores quedan planteadas en función de las incógnitas  $(\omega, v_A, P_A, P_B)$ .  
Resolviendo resulta:

$$\omega = \frac{3\sqrt{3}v_0}{4l}; \quad v_A = -\frac{5}{4}v_0$$

2.- Sustituyendo los valores de  $\omega$  y  $v_A$  en las ecuaciones (1) y (2) resulta

$$P_A = \frac{3\sqrt{3}}{8}mv_0; \quad P_B = \frac{7}{8}mv_0$$