

## PROBLEMAS TEMA 3: ELASTICIDAD

Curso 2006-07

**Problema 1.**— En un punto de un sólido se conocen las componentes cartesianas del tensor de deformaciones lineal:

$$[\boldsymbol{\varepsilon}] = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 3 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot 10^{-3}$$

El sólido es elástico lineal e isótropo, con módulos elásticos  $E = 20$  MPa y  $\nu = 1/4$ . Se pide:

- Obtener las deformaciones principales y sus direcciones
- Calcular las componentes del tensor de tensiones
- Calcular las tensiones principales y sus direcciones
- Calcular la densidad de energía elástica volumétrica, desviadora y total.

**Problema 2.**— Demostrar que para un cuerpo elástico sometido a tensión plana en las direcciones  $\{1, 2\}$ , la deformación en la dirección normal vale

$$\varepsilon_{33} = -\frac{\nu}{1-\nu}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22})$$

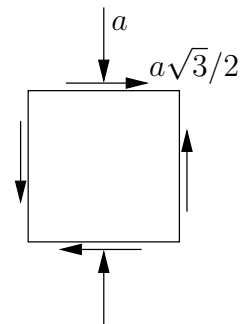
**Problema 3.**— Comprobar que para un cuerpo sometido a deformación plana la matriz de módulos elásticos se puede expresar como

$$[\mathbb{C}] = \frac{\bar{E}}{1-\bar{\nu}^2} \begin{pmatrix} 1 & \bar{\nu} & 0 \\ \bar{\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\bar{\nu}}{2} \end{pmatrix},$$

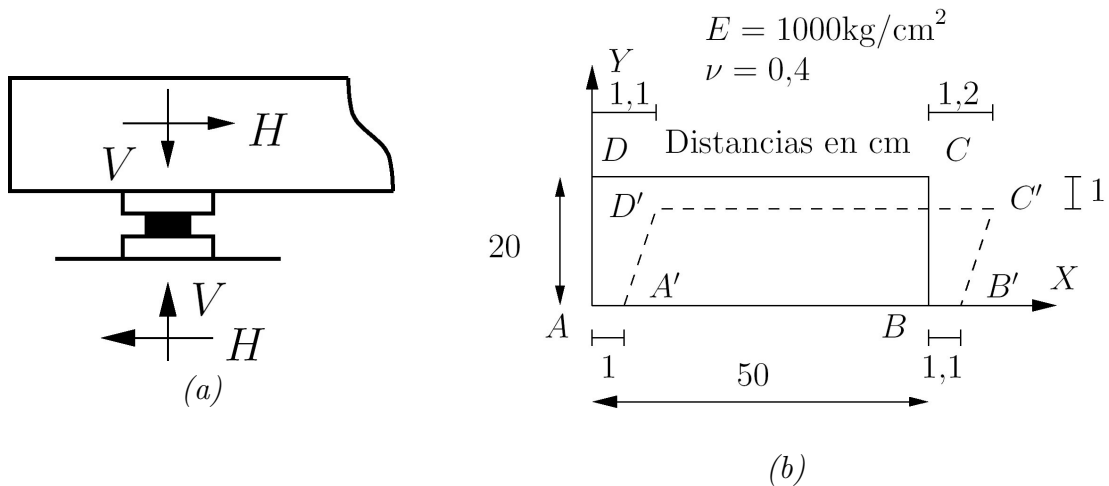
siendo  $\bar{E} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{E}{1-\nu^2}$ ,  $\bar{\nu} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\nu}{1-\nu}$ .

**Problema 4.**— Se considera un material elástico lineal isótropo sometido a un estado de deformación plana, con las tensiones esquematizadas en la figura adjunta (compresión vertical  $a$ , cortante  $a\sqrt{3}/2$ ). Los módulos elásticos son  $E = 10^3 a$ ,  $\nu = 1/3$ . Se pide:

- Expresar las componentes del tensor de tensiones y calcular las tensiones principales y sus direcciones. Calcular las deformaciones principales y sus direcciones.
- Obtener el valor de  $a$  para que la densidad de energía elástica debida a las componentes desviadoras valga  $W_d = 10^3 \text{ J/m}^3$ .



**Problema 5.**— En la figura (a) se representa un dispositivo de apoyo de un puente. Dicho aparato de apoyo está constituido por un bloque de neopreno de dimensiones  $(50 \times 20 \text{ cm})$ , representado en la figura (b) por el elemento  $ABCD$ , supuesto bajo deformación plana.



Se pide:

- a) Calcular las componentes de la deformación y la deformación volumétrica en cualquier punto.
- b) Hallar las fuerzas  $P$  y  $H$  que transmite el tablero al apoyo, por metro de anchura (la anchura se mide en dirección  $OZ$ )
- c) Determinar la deformación normal en la dirección de la diagonal  $AC$
- d) Resolver el apartado anterior utilizando únicamente consideraciones geométricas. Comentar las diferencias.
- e) Hallar la tensión máxima que se produce en el neopreno, indicando el plano en el que se produce.
- f) Determinar el apartado c) utilizando el círculo de Mohr de deformaciones.