

PROBLEMAS TEMA 3: ELASTICIDAD

Curso 2006-07

Problema 1.— En un punto de un sólido se conocen las componentes cartesianas del tensor de deformaciones lineal:

$$[\boldsymbol{\varepsilon}] = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 3 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot 10^{-3}$$

El sólido es elástico lineal e isótropo, con módulos elásticos $E = 20$ MPa y $\nu = 1/4$. Se pide:

- Obtener las deformaciones principales y sus direcciones
- Calcular las componentes del tensor de tensiones
- Calcular las tensiones principales y sus direcciones
- Calcular la densidad de energía elástica volumétrica, desviadora y total.

Problema 2.— Demostrar que para un cuerpo elástico sometido a tensión plana en las direcciones $\{1, 2\}$, la deformación en la dirección normal vale

$$\varepsilon_{33} = -\frac{\nu}{1-\nu}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22})$$

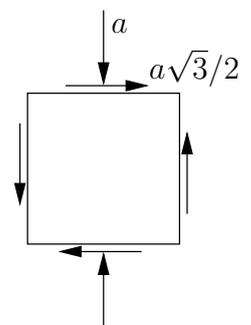
Problema 3.— Comprobar que para un cuerpo sometido a deformación plana la matriz de módulos elásticos se puede expresar como

$$[\mathbb{C}] = \frac{\bar{E}}{1-\bar{\nu}^2} \begin{pmatrix} 1 & \bar{\nu} & 0 \\ \bar{\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\bar{\nu}}{2} \end{pmatrix},$$

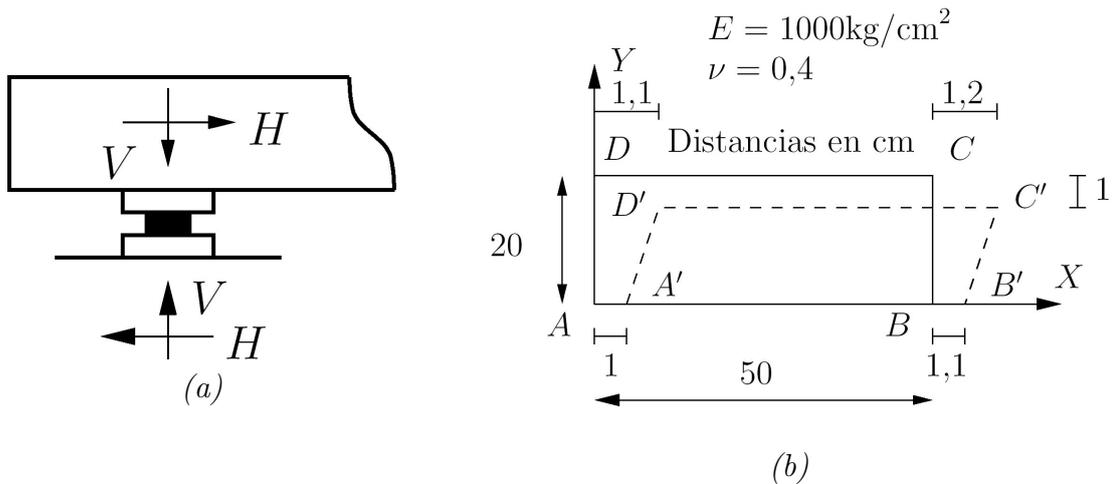
siendo $\bar{E} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{E}{1-\nu^2}$, $\bar{\nu} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\nu}{1-\nu}$.

Problema 4.— Se considera un material elástico lineal isótropo sometido a un estado de deformación plana, con las tensiones esquematizadas en la figura adjunta (compresión vertical a , cortante $a\sqrt{3}/2$). Los módulos elásticos son $E = 10^3 a$, $\nu = 1/3$. Se pide:

- Expresar las componentes del tensor de tensiones y calcular las tensiones principales y sus direcciones. Calcular las deformaciones principales y sus direcciones.
- Obtener el valor de a para que la densidad de energía elástica debida a las componentes desviadoras valga $W_d = 10^3 \text{ J/m}^3$.



Problema 5.— En la figura (a) se representa un dispositivo de apoyo de un puente. Dicho aparato de apoyo está constituido por un bloque de neopreno de dimensiones $(50 \times 20 \text{ cm})$, representado en la figura (b) por el elemento $ABCD$, supuesto bajo deformación plana.



Se pide:

- Calcular las componentes de la deformación y la deformación volumétrica en cualquier punto.
- Hallar las fuerzas P y H que transmite el tablero al apoyo, por metro de anchura (la anchura se mide en dirección OZ)
- Determinar la deformación normal en la dirección de la diagonal AC
- Resolver el apartado anterior utilizando únicamente consideraciones geométricas. Comentar las diferencias.
- Hallar la tensión máxima que se produce en el neopreno, indicando el plano en el que se produce.
- Determinar el apartado $c)$ utilizando el círculo de Mohr de deformaciones.