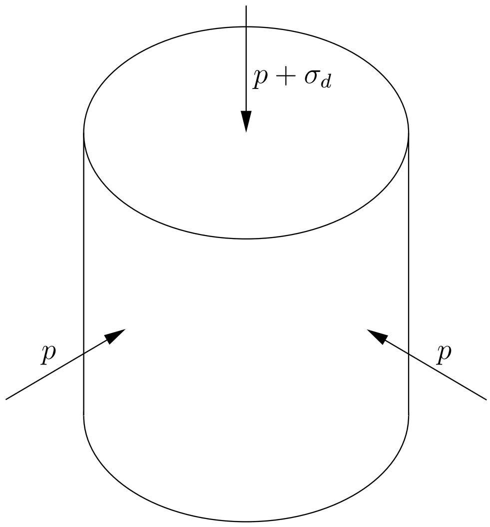
Mecánica de Medios Continuos

EXAMEN PARCIAL (9 de junio de 2004)

Apellidos *Nombre* *N.º*

Ejercicio 1.º (puntuación: 10/30) Tiempo: 60 min.



Se desea interpretar un ensayo triaxial de una muestra de suelo, sobre una probeta cilíndrica, sobre la que actúa la presión hidrostática p de un fluido, además de una compresión adicional uniforme en dirección axial de valor σ_d («desviador de tensiones»).

1. Expresar la matriz de componentes del tensor de tensiones así como las tensiones principales, ordenadas de la forma $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. Calcular además la tensión de von Mises, $\sigma_{\text{mis}} = \sqrt{\frac{3}{2}\sigma'_{pq}\sigma'_{pq}}$, siendo σ'_{ij} las componentes de la tensión desviadora.

2. Admitiendo que el material sigue el criterio de fallo de Mohr-Coulomb, $F_0(\boldsymbol{\sigma}) = (\sigma_1 - \sigma_3) + (\sigma_1 + \sigma_3)\operatorname{sen}\phi - 2c\cos\phi = 0$, obtener el valor del desviador σ_d que será necesario aplicar para el fallo plástico del material, expresándolo en función de la presión p y de los parámetros del material (c, ϕ). Particularizar para los valores $c = 100$ kPa, $\phi = 30°$, y $p = 200\sqrt{3}$.

3. Obtener el valor de σ_d que se obtendría para el fallo si se cambiasen en cada caso los siguientes parámetros:

   a) $c \;\to\; c/2 = 50$ kPa;

   b) $\phi \;\to 45°$;

   c) $p \;\to 0$.

   Dibujar en cada caso el círculo de Mohr correspondiente al estado de tensiones y la línea de fallo de Mohr-Coulomb en el mismo diagrama. Discutir sobre la base de los anteriores resultados el efecto de la cohesión c, el ángulo de rozamiento ϕ y la presión p sobre la resistencia del material.

4. Se admite ahora que el material obedece al criterio de fallo de Von Mises, $F_0(\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_{\text{mis}} - \sigma_y = 0$, siendo $\sigma_{\text{mis}} = \sqrt{\frac{3}{2}\sigma'_{pq}\sigma'_{pq}}$, en función de las componentes de las tensión desviadora σ'_{ij}. Se tomará $\sigma_y = 100$ kPa, discutiéndose la variación del desviador de tensiones para el fallo del material tomando los valores $p = 200\sqrt{3}$ y $p = 0$. Dibujar en cada caso el círculo de Mohr correspondiente al estado de tensiones y la línea de fallo de Von Mises en el mismo diagrama.

1.— El eje del cilindro y dos direcciones normales transversales cualesquiera son direcciones principales de tensión, siendo las componentes de tensión

$$\sigma_1 = \sigma_2 = -p\,, \quad \sigma_3 = -p - \sigma_d\,. \tag{1}$$

La tensión media y las componentes (también principales) de la tensión desviadora son

$$\sigma_m = -p - \frac{\sigma_d}{3}\,; \quad \sigma_1' = \sigma_2' = \frac{\sigma_d}{3}\,,\ \sigma_3' = -2\frac{\sigma_d}{3}\,. \tag{2}$$

La tensión de Von Mises, expresada en componentes principales, vale

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{mis}} &= \sqrt{\frac{3}{2}\sigma'_{pq}\sigma'_{pq}} \\ &= \sqrt{\frac{3}{2}\left((\sigma_1')^2 + (\sigma_2')^2 + (\sigma_3')^2\right)} = \sqrt{\frac{3}{2}\left[\left(\frac{\sigma_d}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_d}{3}\right)^2 + \left(2\frac{\sigma_d}{3}\right)^2\right]} = \sigma_d\end{aligned} \tag{3}$$

2.— Sustituyendo los valores de las tensiones principales (1) en el criterio de Mohr-Coulomb,

$$(\sigma_1 - \sigma_3) + (\sigma_1 + \sigma_3)\operatorname{sen}\phi = \sigma_d(1 - \operatorname{sen}\phi) - 2p\operatorname{sen}\phi = 2c\cos\phi\,, \tag{4}$$

y despejando,

$$\sigma_d = 2\frac{p\operatorname{sen}\phi + c\cos\phi}{1 - \operatorname{sen}\phi}\,. \tag{5}$$

Sustituyendo los valores numéricos del enunciado,

$$\sigma_d = 2\frac{200\sqrt{3}\cdot 1/2 + 100\cdot\sqrt{3}/2}{1 - 1/2} = 600\sqrt{3}\,\text{kPa} = 1039{,}2\,\text{kPa}\,. \tag{6}$$

3.— Para las distintas hipótesis de cambio de parámetros resulta

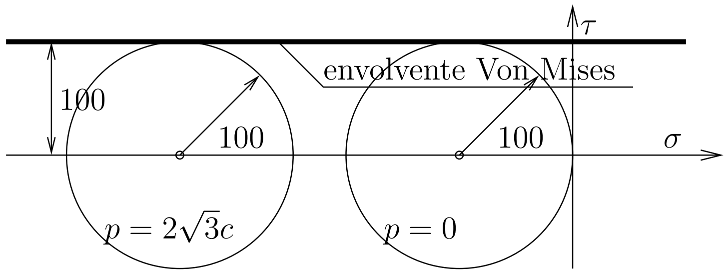
a) $c \ \to\ c/2 = 10$ kPa; $\quad \sigma_d = 500\sqrt{3}\,\text{kPa} = 866\,\text{kPa}\,.$
(disminuye la resistencia al desviador al disminuir la cohesión)

b) $\phi \ \to 45°$; $\quad \sigma_d = 2\dfrac{200\sqrt{3} + 100}{\sqrt{2} - 1}\,\text{kPa} = 2155{,}5\,\text{kPa}\,.$
(aumenta la resistencia al desviador al aumentar el rozamiento interno)

c) $p \ \to 0$; $\quad \sigma_d = 200\sqrt{3}\,\text{kPa} = 346{,}4\,\text{kPa}\,.$
(disminuye la resistencia al desviador al disminuir o anularse la presión)

4.— Según se ha deducido antes en (3), la condición de fallo es simplemente

$$\sigma_y = \sigma_{\text{mis}} = \sigma_d \quad \Rightarrow \quad \sigma_d = 100\,\text{kPa}. \tag{7}$$



Se comprueba analítica y gráficamente en este caso que la resistencia no depende de la presión p.