

MODELOS NUMÉRICOS PARA CÁLCULO DINÁMICO DE PUENTES DE FERROCARRIL DE ALTA VELOCIDAD

J.M. Goicolea*, Jaime Domínguez Barbero*, J.A. Navarro* y F. Gabaldón*

* Grupo de Mecánica Computacional,
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos (ETSICCP),
Universidad Politécnica de Madrid,
Ciudad Universitaria, 28040 Madrid, España
e-mail: goicolea@mecanica.upm.es, web: <http://w3.mecanica.upm.es>

Palabras clave: Cálculo dinámico de estructuras, ferrocarril de alta velocidad.

Resumen. *Los puentes y viaductos para ferrocarril de alta velocidad están sometidos a acciones dinámicas elevadas, ya que al efecto clásico de la carga (aislada) móvil se viene a sumar la resonancia que se manifiesta para velocidades por encima de 220 km/h. Los métodos de valoración del impacto dinámico clásicos disponibles en la ingeniería y plasmados en las instrucciones de proyecto no recogen esta posibilidad de resonancia. El diseño de estas estructuras exige técnicas numéricas de cálculo dinámico que son el objeto de este artículo.*

Las técnicas aplicables son de distinto tipo, variando desde procedimientos analíticos mediante cotas superiores de las sumas de armónicos que componen la respuesta, a modelos completos de elementos finitos que incluyen la interacción dinámica vehículo estructura, empleando o no técnicas de reducción modal.

Se presentan asimismo en este artículo de forma resumida dos trabajos de investigación aplicada con repercusiones importantes para el diseño de los puentes de ferrocarril, que utilizan las técnicas numéricas anteriormente descritas. En primer lugar, mediante un estudio de un número amplio de casos de puentes y trenes de altavelocidad, se cuantifica la importancia de los efectos de la interacción vehículo-estructura en puentes de luces cortas (entre 10 y 40 m), demostrándose que la reducción de los efectos dinámicos puede alcanzar un 45% de la respuesta total. Por otra parte, se realiza una campaña de cálculos para pórticos y marcos de pasos inferiores de ferrocarril, cuyo tratamiento dinámico a priori exige métodos de cálculo complejos capaces de tratar estructuras hiperestáticas. Se demuestra que es posible establecer un método más sencillo con carácter de envolvente dinámica, basado en el cálculo de una viga isostática equivalente.

1. INTRODUCCIÓN Y ESTADO DE LA TÉCNICA

La construcción nueva de infraestructura de transporte ha experimentado un auge en los últimos años en España y en otros países Europeos. Dentro de ella, la parte principal en nuestro país es la dedicada a las nuevas líneas de alta velocidad ferroviaria, siendo este capítulo también prioritario en algunos países vecinos como Francia. Estas nuevas líneas de ferrocarril suponen una alternativa muy competitiva para el transporte entre las ciudades situadas a distancias medias. En estos momentos en España se encuentra en operación la línea Madrid–Sevilla, en estado avanzado de construcción la Madrid–Barcelona–frontera Francesa, y en diversos estados de proyecto o adjudicación las Córdoba–Málaga, Madrid–Valencia y Madrid–Valladolid–Galicia.

Esta importante actividad ingenieril pone de actualidad uno de los aspectos estructurales más importantes asociados específicamente al diseño de los puentes y estructuras de ferrocarril: los efectos dinámicos debidos a las cargas móviles de los trenes. La importancia de la respuesta dinámica ha sido conocida desde los inicios del ferrocarril; este motivo propició el estudio básico de una carga móvil sobre una viga isostática, cuyas soluciones clásicas fueron desarrolladas (entre otros) por Timoshenko [9]. Asimismo, dentro de la literatura clásica deben citarse los importantes trabajos de Fryba [10, 11], que recopilan modelos y aspectos muy diversos de la dinámica de puentes de ferrocarril.

Las normas existentes hasta ahora [12, 13, 14] para el cálculo de los puentes de ferrocarril tienen en cuenta la respuesta dinámica a través de un *coeficiente de impacto*, que representa el aumento de la respuesta dinámica respecto a la estática para *una única carga móvil*.

Según este coeficiente, el incremento dinámico adquiere [12] un valor máximo de $\varphi' = 1,32$, para una vía recta ideal (sin considerar irregularidades). El coeficiente de impacto se calculará al final como la envolvente

$$\Phi = \text{máx}(1 + \varphi' + \varphi''),$$

donde este último sumando (φ'') responde al efecto de las irregularidades de la vía.

La consideración del coeficiente de impacto Φ es suficiente para tener en cuenta el efecto dinámico de una única carga móvil, pero no tiene en cuenta la posible resonancia que se produciría por la repetición cíclica de cargas. Sin embargo, a este respecto hay que mencionar que para las frecuencias de vibración y distancias entre ejes de las composiciones circulantes la resonancia no ha sido un fenómeno que se diera en la práctica. . . ; hasta la aparición de la alta velocidad!

En efecto, por encima de las velocidades de 200 ó 220 km/h, para las distancias entre ejes de los coches ferroviarios reales (entre 13 y 20 m) —que para una velocidad determinada son las que determinan la frecuencia de repetición de las cargas—, pueden empezar a aparecer fenómenos resonantes. Como ejemplo, en [1] se documentan las mediciones resonantes evidenciadas en el viaducto del Tajo para el tren AVE a una velocidad de 219 km/h. En la citada referencia se discute en detalle de forma general la resonancia en puentes de ferrocarril, que a pesar de constituir un fenómeno clásico de respuesta dinámica, ha permanecido ausente hasta el momento de las normas de cálculo. En consecuencia, no ha sido tenido en cuenta en el proyecto, salvo por el margen que proporcionan los coeficientes de seguridad.

El problema técnico que se plantea en la ingeniería estructural es de gran calado: la sociedad demanda la ejecución de un gran número de estructuras y puentes para las nuevas líneas de alta velocidad, pero no se dispone aún de métodos de cálculo fiables, prácticos y suficientemente contrastados en las instrucciones y normas de proyecto. Esta ausencia se ha comenzado a paliar con algunas de las instrucciones de cálculo más recientes, entre las que cabe destacar la Italiana [15], el nuevo borrador de Eurocódigo 1 [16] y el nuevo borrador Español [8].

Sin embargo, a pesar de estas nuevas propuestas que sí consideran adecuadamente los fenómenos resonantes, existe aún una carencia de conocimientos sobre los efectos dinámicos reales en numerosos sistemas estructurales de los puentes de ferrocarril, por lo que resulta a nuestro juicio muy necesario un esfuerzo investigador importante.

Desde el punto de vista técnico sí existen diversos modelos para el cálculo, basados en dinámica estructural lineal. Sin embargo, puede decirse que estos métodos son insuficientemente conocidos por el momento por los ingenieros. Los modelos más sencillos en cuanto a su aplicación son los basados en la descomposición como una suma de armónicos de la respuesta dinámica, con el consiguiente establecimiento de cotas absolutas mediante procedimientos analíticos [3, 1]. El inconveniente asociado a estos modelos es que sólo son válidos para estructuras isostáticas, no pueden ser aplicados directamente en casos hiperestáticos. Este tipo de modelos se describe someramente en el apartado 2. En el apartado 6 se describe una analogía que permite extender, de forma indirecta, la aplicación de estos modelos a ciertas estructuras hiperestáticas.

El siguiente tipo de modelos disponibles para el análisis son los basados en el cálculo dinámico directo, con integración en el tiempo de la respuesta, para una serie de cargas móviles representativas de los ejes del tren [1]. Estos procedimientos se pueden abordar —aunque con cierta dificultad para el preproceso— mediante códigos de elementos finitos. En algunos casos de estructuras sencillas (vigas isostáticas, vigas continuas de dos o tres vanos), es posible aplicar este procedimiento también mediante una extracción analítica *exacta* de los modos. Estos modelos se discuten en el apartado 3.1, y con ellos pueden resolverse como es lógico el cálculo dinámico en todo tipo de estructuras.

Por último, los tipos de modelos más completos son los que consideran conjuntamente la vibración de la estructura y la dinámica del vehículo ferroviario. Este se tiene en cuenta a través de los resortes y amortiguadores de las suspensiones y las masas y conexiones que proporcionan las cajas de los vehículos. Algunos de estos modelos con *interacción vehículo–estructura* se describen en el apartado 4, y han sido analizados con mayor detalle en [1] y referencias allí citadas. Como es lógico, con estos modelos se pueden abordar también todo tipo de estructuras, siempre que se disponga de los datos dinámicos de los trenes reales —algo que desgraciadamente a menudo no ocurre—. Esta posibilidad es a costa de un mayor esfuerzo de cálculo y una complejidad más elevada en el planteamiento del modelo. Desde una perspectiva de investigación resultan interesantes o incluso a menudo imprescindibles, sin embargo no puede pensarse en un uso general de estos métodos para cálculos estándar de proyecto.

En el resto del artículo se ofrece en primer lugar una descripción de las características básicas de los métodos numéricos de cálculo. A continuación se presentan dos aplicaciones prácticas de los mismos, en las que se abordan sendas cuestiones de cierta relevancia. La primera de

ellas (apartado 5) trata de la valoración de la reducción dinámica que se produce por efecto de la interacción vehículo–estructura. La segunda (apartado 6) desarrolla el cálculo dinámico de estructuras en pórtico típicas de pasos inferiores, y propone un método simplificado (envolvente dinámica) basado en la analogía con una viga isostática.

2. MODELOS NUMÉRICOS BASADOS EN SERIES DE ARMÓNICOS

Este tipo de modelos, partiendo de distintos desarrollos matemáticos, desarrollan en última instancia una combinación de series de armónicos. Todos ellos introducen también un mismo concepto, de especial relevancia en la interpretación intuitiva de la respuesta: la *impronta dinámica* asociada a un tren de cargas dado.

Como su propio nombre indica, la *impronta dinámica* de un tren no es más que la «firma», entendida como una curva geométrica que caracteriza su agresividad en relación a los efectos dinámicos producidos en un puente de ferrocarril. Los modelos de este tipo propuestos hasta el momento son:

- **DER:** Basado en la Descomposición de la Excitación en la Resonancia.
- **LIR:** Método simplificado basado en la Línea de Influencia Residual (LIR).
- **IDP:** Método simplificado de la Impronta Dinámica Proporcional.

Los métodos DER y LIR nacen dentro del grupo de expertos reunidos por el Instituto Europeo de Investigación Ferroviaria (ERRI), en su comité D214 sobre puentes de ferrocarril para velocidades superiores a 200 km/h [3]. El método IDP ha sido desarrollado en [1] y [17].

Todos estos modelos tienen su aplicación limitada al ámbito de los puentes isostáticos, en los que se considera que la respuesta dinámica queda significativamente representada considerando únicamente el primer modo de vibración a flexión de la estructura. Además, se basan en que este primer modo se representa mediante una función armónica, lo que facilita el desarrollo analítico de las series que resultan.

El método DER parte de la descomposición de la respuesta dinámica del puente en serie de Fourier y se centra en el estudio del término que corresponde a la resonancia en frecuencias. De esta manera se obtiene una cota de la aceleración máxima en el centro del vano como producto de dos funciones: la primera de ellas caracteriza la respuesta del puente y la segunda es la que se denomina *impronta dinámica* del tren.

El desarrollo matemático del método LIR se fundamenta en el análisis de las vibraciones libres producidas tras el paso de cada carga móvil individual en un puente isostático, según el análisis dinámico de una viga sometida a la acción de sucesivas cargas móviles.

La propuesta IDP se centra en el estudio de la aceleración máxima residual de cada carga móvil aislada, de la que se deduce una interpretación ligeramente mejor ajustada de la *impronta dinámica* que el método LIR. En particular, tiene en cuenta el amortiguamiento que se produce desde que un eje entra en el puente hasta que lo abandona y lo deja con un estado de vibración residual.

Todos estos métodos terminan acotando, analíticamente, la máxima sollicitación dinámica en términos de aceleración o desplazamiento en un punto dado como producto de tres térmi-

nos. En este triple producto queda diferenciada claramente la contribución de la estructura y la agresividad del tren circulante.

Sirva como ejemplo la propuesta del método LIR para la aceleración máxima. Este valor en el centro del vano, Γ , se obtiene como producto de los factores siguientes:

$$\Gamma = C_{\text{acel}} \cdot A(r) \cdot G(\lambda), \quad (1)$$

donde $C_{\text{acel}} = 1/M$ es una constante (la inversa de la masa total del tramo isostático), $\lambda = v/f_0$ (longitud de onda), con v la velocidad de circulación y f_0 la frecuencia propia (Hz) del primer modo de vibración, y $r = \lambda/(2l)$, siendo l la longitud del tramo isostático. Los demás términos tienen la siguiente definición:

$$A(r) = \frac{r}{1-r^2} \sqrt{e^{-2\zeta \frac{\pi}{r}} + 1 + 2 \cos\left(\frac{\pi}{r}\right) e^{-\zeta \frac{\pi}{r}}} \quad (2)$$

$$G(\lambda) = \max_{i=1}^N \sqrt{\left[\sum_{x_1}^{x_i} F_i \cos(2\pi\delta_i) e^{-2\pi\zeta\delta_i} \right]^2 + \left[\sum_{x_1}^{x_i} F_i \sin(2\pi\delta_i) e^{-2\pi\zeta\delta_i} \right]^2} \quad (3)$$

En estas expresiones ζ es la tasa de amortiguamiento, x_i son las distancias de cada uno de los N ejes de carga F_i al primer eje de la composición, y $\delta_i = (x_i - x_1)/\lambda$.

El término $G(\lambda)$ (ecuación (3)) es el denominado con anterioridad *impronta dinámica*. Depende sólo de la distribución de las cargas por eje del tren y del amortiguamiento. Cada tren de cargas tiene una impronta dinámica propia del mismo, que es independiente de las características mecánicas de los puentes. En la figura 1 se representa la impronta dinámica del tren ICE2, para distintos valores de amortiguamiento.

$A(r)$ es una función determinada para cada caso particular de puente; depende de la longitud del puente (l), de su frecuencia natural (f_0), de su amortiguamiento (ζ) y del rango de velocidades de circulación (v) en estudio. A esta función del parámetro r se le llama *línea de influencia dinámica* del puente.

De los tres términos considerados, ni C_{acel} ni $A(r)$ dependen de las características del tren. Separando las contribuciones del puente y las del tren ($G(\lambda)$, impronta dinámica), se hace posible determinar rápidamente los parámetros críticos de luz y longitud de onda (proporcional a la velocidad de circulación del tren, v) que hacen máxima la respuesta del tablero.

3. MODELOS NUMÉRICOS BASADOS EN CARGAS MÓVILES

Esta clase de métodos se basan en el cálculo dinámico de la estructura, sometida a una serie de cargas móviles de valores dados, representativas de cada eje de la composición ferroviaria. El modelo de la estructura puede estudiarse bien mediante una integración completa del sistema con N grados de libertad, bien mediante una reducción de grados de libertad a partir de un análisis modal que reduzca sustancialmente el número de ecuaciones a integrar. A su vez, la reducción modal se puede realizar mediante una extracción numérica aproximada de los modos de vibración, capacidad existente en la mayoría de los programas de cálculo por elementos finitos, o bien alternativamente mediante un cálculo analítico de los mismos para ciertos casos

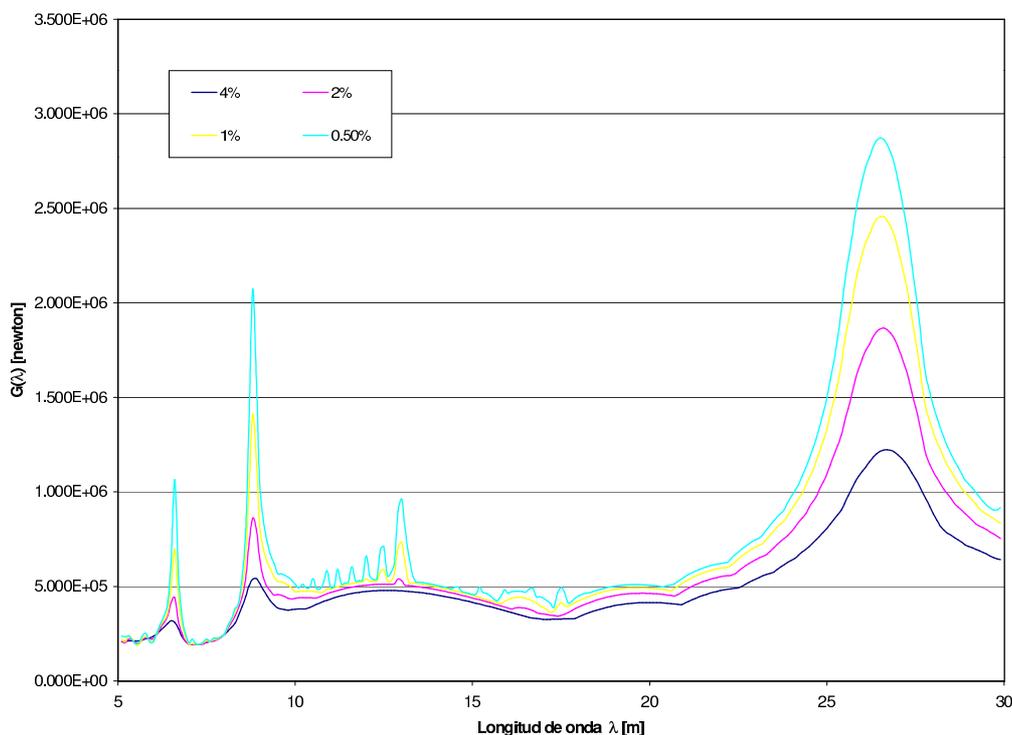


Figura 1. Impronta dinámica del tren ICE2 según distintos valores del índice de amortiguamiento.

de estructuras sencillas en las que esto resulta posible.

3.1. Métodos analíticos

El problema clásico de un puente isostático biapoyado puede tratarse mediante los modos de vibración *exactos* que responden a las hipótesis de la viga de Bernouilli [5], siendo las formas modales $\phi_n(x) = \text{sen}(n\pi x/l)$ y las frecuencias asociadas $\omega_n = (n\pi)^2 \sqrt{EI/(\bar{m}l^4)}$.

Para estructuras más complejas de tipo hiperestático no es posible en general una extracción analítica de modos de vibración y frecuencias propias. Sin embargo estas soluciones se han obtenido para pórticos (intraslacionales) y para vigas continuas de dos o tres vanos [10]. Para pórticos rectangulares el procedimiento [7] es algo más complejo que en el caso de la viga biapoyada. Por ejemplo, en la figura 2 se muestran los dos primeros modos de oscilación. La expresión de la frecuencia propia correspondiente al primer modo se expresa a través de un parámetro b mediante la ecuación:

$$\omega_1 = \left(\frac{b}{l_d}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\bar{m}_d}} \quad (4)$$

donde l_d es la luz del dintel, $E_d I_d$ es su rigidez a flexión y \bar{m}_d es su masa por unidad de longitud. El parámetro b se obtiene resolviendo la ecuación no lineal:

$$\frac{k_p(1 - \cosh(k_i b) \cos(k_i b))}{\cosh(k_i b) \text{sen}(k_i b) - \text{senh}(k_i b) \cos(k_i b)} + \frac{1 - \cosh b \cos b}{(\cosh b + 1) \text{sen} b - (\cos b + 1) \text{senh} b} = 0 \quad (5)$$

siendo:

$$k_p = \sqrt[4]{\frac{I_d^3 \bar{m}_d}{I_h^3 \bar{m}_h}} \quad k_i = \frac{l_h}{l_d} \sqrt[4]{\frac{I_d \bar{m}_h}{I_h \bar{m}_d}} \quad (6)$$

En esta ecuación el subíndice h se refiere al hastial del pórtico.

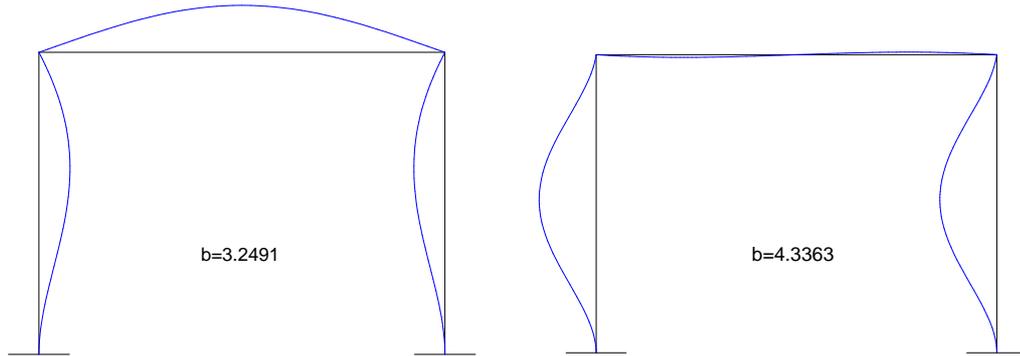


Figura 2. Dos primeros modos de oscilación de un pórtico correspondiente a un paso inferior de una línea de ferrocarril de alta velocidad y valor de la constante b para cálculo de la frecuencia propia según la ecuación (4)

Una vez que se conocen los modos de oscilación es necesario integrar las ecuaciones de la dinámica. Para ello, la solución básica es la respuesta de la estructura a una carga aislada (figura 3). Se considerará una viga continua de longitud l , siendo $\phi_i(x)$, M_i y ω_i la forma modal, la masa modal y la frecuencia propia del modo i -ésimo, respectivamente. La ecuación diferencial para una carga puntual F que recorre la estructura con velocidad constante v es:

$$M_i \ddot{y}_i + 2\zeta_i \omega_i M_i \dot{y}_i + \omega_i^2 M_i y_i = F \langle \phi_i(vt) \rangle \quad (7)$$

siendo y_i la amplitud del modo de vibración (flecha de la estructura), ζ_i la fracción de amortiguamiento crítico del modo i y $\langle \phi(\bullet) \rangle$ una notación con el significado siguiente:

$$\langle \phi(x) \rangle = \begin{cases} \phi(x) & \text{si } 0 < x < l \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases} \quad (8)$$

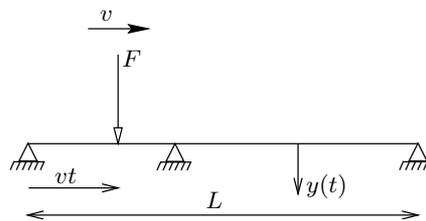


Figura 3. Respuesta bajo carga puntual aislada

Una vez que se conoce la respuesta a una carga puntual aislada, la respuesta a un tren de cargas se obtiene como la superposición de respuestas a cargas puntuales F_k (figura 4). La ecuación diferencial correspondiente al modo i es en este caso:

$$M_i \ddot{y}_i + 2\zeta_i \omega_i M_i \dot{y}_i + \omega_i^2 M_i y_i = \sum_{k=1}^{n_{\text{ejes}}} F_k \langle \phi_i(vt - d_k) \rangle. \quad (9)$$

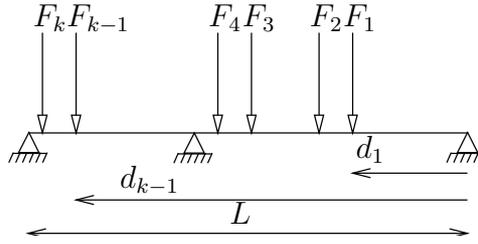


Figura 4. Respuesta a un tren de cargas

3.2. Métodos de elementos finitos

El cálculo dinámico de puentes de ferrocarril basado en modelos de cargas móviles también se puede abordar mediante métodos de elementos finitos. Estos métodos tienen una aplicabilidad general para cualquier tipo de estructuras, incluyendo si se desea comportamientos de tipo no lineal.

En este caso se realiza una discretización espacial de la estructura en elementos finitos obteniéndose un modelo con un número discreto N de grados de libertad, y una discretización temporal en pasos de tiempo. El análisis se puede realizar mediante la integración directa en el tiempo del modelo completo o mediante análisis modal. En ambos casos el problema básico a resolver es el sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{d}} + \mathbf{K}\mathbf{d} = \mathbf{f}, \quad (10)$$

donde \mathbf{M} es la matriz de masas, \mathbf{C} es la matriz de amortiguamientos, \mathbf{K} es la matriz de rigidez, \mathbf{f} es el vector de fuerzas externas, y \mathbf{d} es el vector (incógnita) de desplazamientos nodales.

Mediante la integración directa del modelo completo se resolvería en cada paso de tiempo el sistema completo de N grados de libertad, en el que las ecuaciones quedan acopladas. Este procedimiento es válido también para el caso en el que se deseen incluir efectos no lineales en la respuesta.

Si el comportamiento de la estructura es lineal se puede realizar un análisis modal con una reducción notable de grados de libertad. En una primera fase se resuelve el problema de autovalores obteniendo numéricamente los n autovalores (frecuencias propias) y modos normales de vibración más significativos (generalmente $n \ll N$). A continuación estos modos de vibra-

ción se integran en el tiempo. Las ecuaciones quedan desacopladas reduciéndose la respuesta de cada modo a la ecuación dinámica de un sistema con un grado de libertad [5].

El procedimiento más sencillo para modelizar el tren de cargas es aplicar escalones de carga en cada nodo. A cada nodo se le asigna en cada instante una carga si el eje está en un elemento que contiene al nodo en cuestión. En tal caso, la magnitud de la carga nodal depende de la distancia del eje al nodo. Este procedimiento se esquematiza en la figura 5 para un nodo genérico A .

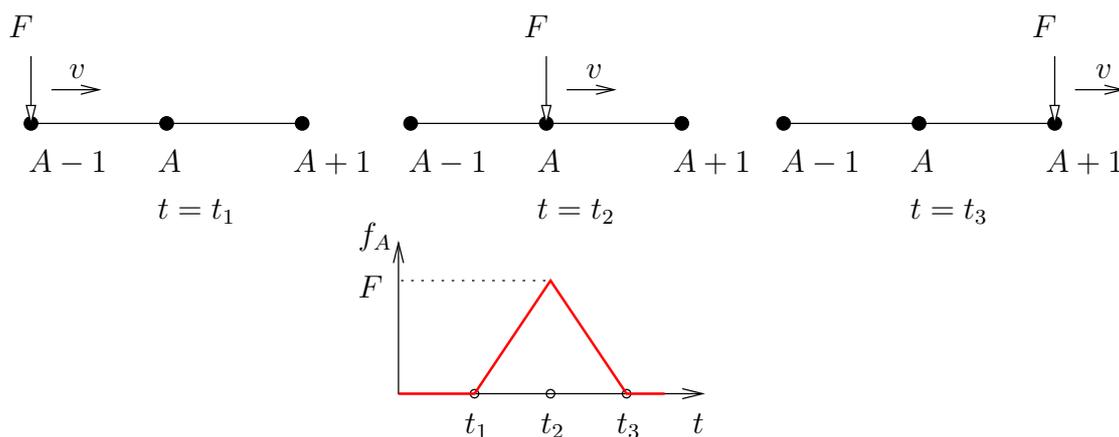


Figura 5. Definición de la fuerza nodal en el nodo A para una carga móvil F

Este esquema adaptado para los trenes reales definidos en la instrucción [8] se ha implementado en el programa de elementos finitos FEAP [6]. Con esta metodología y la integración en el tiempo de los modos de oscilación se han obtenido los resultados descritos en el apartado 6.

4. MODELOS NUMÉRICOS BASADOS EN INTERACCIÓN VEHÍCULO-ESTRUCTURA

Este tipo de modelos representan, en el caso más general (figura 6) la suspensión primaria, con sus valores de rigidez y amortiguamiento por eje (K_p, C_p), la suspensión secundaria, con los correspondientes valores de rigidez y amortiguamiento por bogie (K_s, C_s), la masa no suspendida, correspondiente a la masa nominal del eje de la rueda (m_w), la longitud, masa y momento de inercia del bogie (L_B, M_B, J_B), la masa suspendida y momento de inercia que corresponden a la caja del vehículo (M, J) y la geometría del vehículo: longitud total (L), distancia entre el centro de gravedad de la caja del vehículo y los pivotes de los bogies delantero y trasero (d_{Bd}, d_{Bt}) y la distancia entre ejes de un bogie (d_{eB}). En aquellos vehículos en los que el sistema de guiado no se realice a través de sistemas tipo bogies se adaptaría el esquema anterior a la configuración particular de los ejes y del sistema de suspensión, con el nivel de detalle equivalente.

Los modelos completos anteriores no siempre son necesarios, pudiendo realizarse una simplificación de los mismos. Se denominan *modelos simplificados* de cálculo con interacción

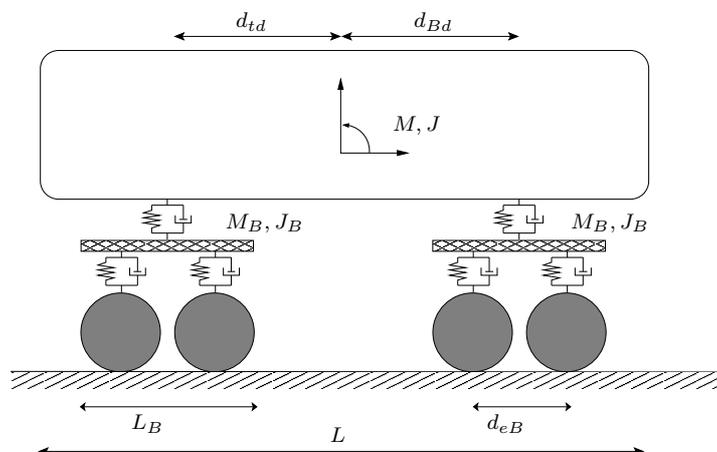


Figura 6. Modelo completo de interacción vehículo-estructura.

vehículo-estructura, aquellos en los que se modelizan las suspensiones de cada eje de forma independiente, sin tener en cuenta el efecto de acoplamiento de la caja del vehículo. De esta forma se tienen en cuenta (ver figura 7) la suspensión primaria, con sus valores de rigidez y amortiguamiento por eje (K_p, C_p), la suspensión secundaria, con los correspondientes valores de rigidez y amortiguamiento por bogie, la masa no suspendida, correspondiente a la masa nominal del eje de la rueda más la parte proporcional de la masa totalmente suspendida (caja del vehículo) (m_{ns})¹ y la masa suspendida, que en este caso, en valor es equivalente a la parte proporcional de la masa del bogie (m_s). Existe otra variante, equivalente a esta modelización,

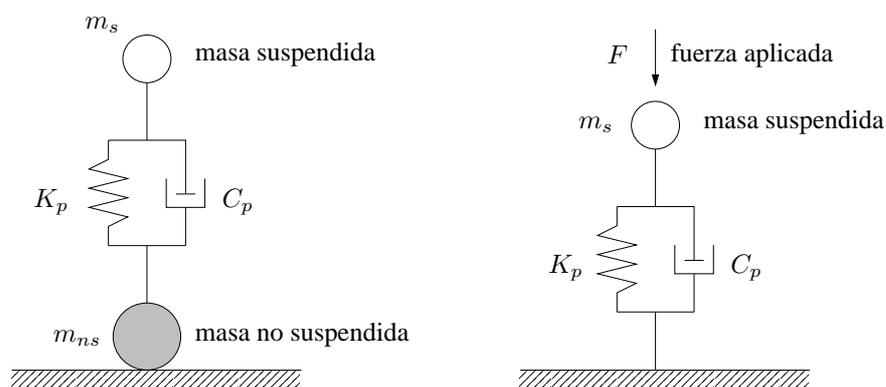


Figura 7. Modelo simplificado de interacción vehículo-estructura (izqda.). Variante al modelo propuesta en la ficha UIC-776-2 [4] (dcha.)

propuesta en la futura ficha UIC 776-2 [4] y que se representa en la figura 7.

¹Nótese que aunque se denomina de la misma manera —masa no suspendida— a m_{ns} (modelo simplificado) y a m_w (modelo completo), la manera de calcular estos valores es diferente.

Es importante señalar que en los modelos simplificados de interacción cada eje es independiente del resto —lo que significa que no hay interacción entre los ejes de un mismo vehículo—, mientras que en los modelos completos, existe cierta interacción entre ellos, pues la modelización parte de la totalidad de la caja del vehículo.

Modelo con interacción propuesto.— Este modelo se ha implementado en [2], aplicación informática que ha servido de base para el desarrollo del trabajo de investigación expuesto en este artículo. Se considera un tren de k cargas, representadas cada una de ellas según un modelo simplificado de interacción vehículo estructura (cfr. figuras 8 y 9).

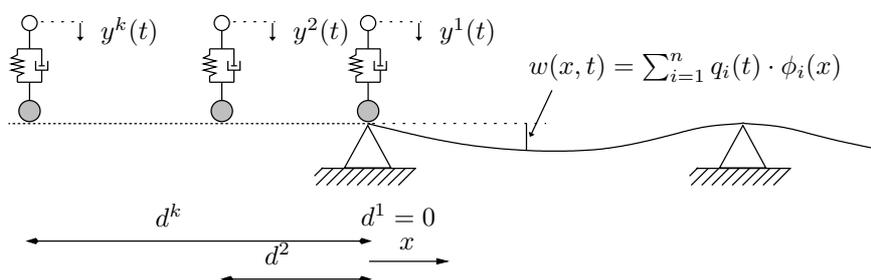


Figura 8. Tránsito de un tren de cargas según el modelo simplificado de interacción vehículo-estructura: definición geométrica de variables

Al considerar en el cálculo un tren de cargas, se incrementa el número de ecuaciones diferenciales a resolver; en el caso de una carga aislada se limita al número de modos de vibración considerados n más la correspondiente al sistema mecánico del elemento simplificado de interacción, en total $n+1$. Suponiendo un grupo de k cargas, tendremos que resolver un sistema de $n+k$ ecuaciones diferenciales.

Las ecuaciones correspondientes a los modos de vibración del puente varían en el término de la carga modal, puesto que, para cada instante, se deberá calcular qué cargas se encuentran sobre la deformada y el valor de la amplitud correspondiente a la posición.

Para el caso general se plantean las siguientes ecuaciones:

- Para cada modo de vibración ($i = 1 \dots n$):

$$M_i \ddot{q}_i + C_i \dot{q}_i + K_i q_i = \sum_{j=1}^k \langle \phi_i(d_{rel}^j) \rangle (g m^j + m_a^j \ddot{y}^j) \quad (11)$$

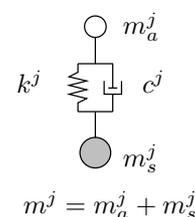


Figura 9. Elemento simplificado de interacción del tren de cargas

- Para cada elemento de interacción ($j = 1 \dots k$):

$$m_a^j \ddot{y}^j + k^j \left[y^j - \sum_{i=1}^n q_i \langle \phi_i(d_{rel}^j) \rangle \right] + c^j \left[\dot{y}^j - \sum_{i=1}^n \dot{q}_i \langle \phi_i(d_{rel}^j) \rangle - \sum_{i=1}^n q_i v \langle \phi_i'(d_{rel}^j) \rangle \right] = 0 \quad (12)$$

En las ecuaciones (11) y (12) se ha empleado la notación $\langle \phi(\bullet) \rangle$, definida en la ecuación (8). Por otra parte, se denomina d_{rel}^j a la posición relativa del elemento j sobre el puente. Tomando el instante inicial $t = 0$ cuando la cabeza de la composición está en la entrada al puente ($x = 0$), resulta:

$$d_{rel}^j = vt - d^j \quad (13)$$

Teniendo en cuenta la naturaleza de las ecuaciones que resultan (sistema de ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden), se recomienda, para su integración, la regla trapezoidal, variante de la familia β -Newmark definida por $\beta = 1/4$ y $\gamma = 1/2$. En [1] se discuten este y algunos otros aspectos sobre la implementación de modelos de integración en cálculo dinámico de puentes de ferrocarril.

5. VALORACIÓN DE LA INTERACCIÓN DINÁMICA VEHÍCULO–ESTRUCTURA EN PUENTES ISOSTÁTICOS

5.1. Objeto

La consideración de la interacción vehículo–estructura implica una reducción de las solicitaciones debido a la existencia de mecanismos que facilitan la disipación de energía (amortiguadores) o sistemas que la intercambian entre ambos subsistemas (suspensiones). Para situaciones no resonantes o puentes hiperestáticos los efectos de interacción no suelen ser determinantes en el cálculo, recomendándose la utilización de modelos de cargas puntuales. Sin embargo, en tableros isotáticos de luces cortas (10 – 30) m aparecen efectos resonantes pronunciados y aceleraciones elevadas, y en muchas ocasiones dichos modelos de cargas puntuales dan resultados por encima de los límites permitidos.

Con los modelos de interacción vehículo–estructura se puede conseguir, por el contrario, una reducción efectiva de estos resultados. El problema es que estos modelos de interacción son a menudo excesivamente complejos para aplicar a nivel de proyecto. El presente estudio tiene como objeto cuantificar numéricamente la reducción obtenida en el comportamiento dinámico de puente isostáticos como consecuencia de la utilización de los modelos de interacción simplificada propuestos en el apartado (4).

El objeto de esta aplicación es evaluar la reducción efectiva que es posible aplicar a los cálculos dinámicos realizados sin considerar la interacción vehículo-estructura, tales como los descritos en los apartados 2 y 3, típicos por otra parte de lo esperable en un proyecto real de ingeniería.

5.2. Alcance y resultados

Se ha realizado un análisis modal utilizando el primer modo de vibración, sin tener en cuenta la deformación por cortante, comparando un modelo de cargas puntuales con el modelo de interacción. La integración temporal se ha realizado usando la regla trapezoidal. Se han analizado puentes isostáticos de luces (l) entre 10 y 40 m, cuyas características siguen las propuestas en el catálogo de puentes isostáticos de [3]. El barrido de velocidades es de (120 – 420) km/h, con $\Delta v = 2,5$ km/h. Los trenes de carga utilizados han sido los correspondientes al ICE2, EU-ROSTAR y Talgo AV, detallados en [1], y las tasas de amortiguamiento $\zeta = 0,5\%$, $\zeta = 1\%$, $\zeta = 1,5\%$ y $\zeta = 2,0\%$. Para la implementación del modelo se ha usado la aplicación [2].

Los cálculos realizados, como era de esperar, muestran una reducción significativa de los desplazamientos y velocidades máximas para los modelos con interacción. Como muestra de los resultados obtenidos, se incluye el cuadro (1).

270		$\zeta=0.5\%$		$\zeta=1\%$		$\zeta=2\%$		$\zeta=4\%$	
L [m]		desp	acel	desp	acel	desp	acel	desp	acel
5		-25%	-35%	-15%	-25%	-10%	-20%	-5%	-10%
10		-30%	-35%	-25%	-25%	-15%	-15%	-5%	-10%
15		-25%	-45%	-20%	-35%	-10%	-20%	-5%	-15%
20		-10%	-20%	-5%	-15%	0%	-10%	0%	-5%
25		-10%	-35%	-5%	-25%	0%	-10%	0%	-5%
30		-5%	-15%	0%	-15%	0%	-5%	0%	-5%
40		0%	-10%	0%	-5%	0%	-5%	0%	0%

375		$\zeta=0.5\%$		$\zeta=1\%$		$\zeta=2\%$		$\zeta=4\%$	
L [m]		desp	acel	desp	acel	desp	acel	desp	acel
5		-25%	-35%	-15%	-25%	-10%	-20%	-5%	-10%
10		-30%	-35%	-25%	-25%	-15%	-15%	-5%	-10%
15		-30%	-45%	-20%	-35%	-10%	-20%	-5%	-15%
20		-20%	-20%	-15%	-20%	-10%	-15%	-5%	-10%
25		-20%	-35%	-15%	-25%	-5%	-15%	-5%	-10%
30		-10%	-15%	-5%	-15%	-5%	-10%	0%	-5%
40		-5%	-10%	0%	-10%	0%	-5%	0%	0%

Cuadro 1. Reducción aceleración y desplazamiento max. del modelo interacción simplificada respecto del de cargas puntuales. $V_{max}^{linea} = V_0 = 270$ y 375 km/h

A la vista de los resultados anteriores, se concluye en primer lugar que los modelos de cargas puntuales sobrevaloran de forma clara, en términos generales, la respuesta en aceleraciones y desplazamientos de una estructura; en términos comparativos, los modelos de interacción pueden reducir los valores de la aceleración máxima en puentes isostáticos hasta en un 45 % respecto los modelos de cargas puntuales.

Por otra parte, la reducción de la respuesta dinámica para una misma hipótesis de luz y amortiguamiento, es mayor en el campo de aceleraciones que en el de desplazamientos, y lo mismo puede decirse a medida que aumenta la velocidad de proyecto de la línea.

Por último, se observa también que la reducción de la respuesta es menor según aumenta la tasa de amortiguamiento y la luz del puente.

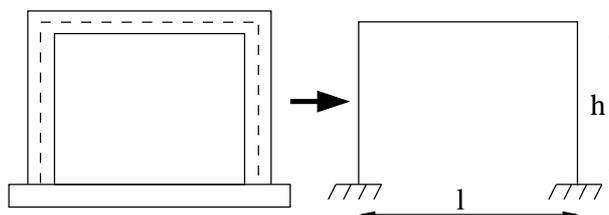


Figura 10. Idealización estructural como pórtico, aplicable a pórticos reales y marcos

6. RESPUESTA DINÁMICA DE PÓRTICOS DE PASOS INFERIORES

6.1. Objeto

Los pasos inferiores (pórticos, marcos o bóvedas) de ferrocarril son, por lo general, estructuras en las cuales el tablero tiene una sustentación hiperestática, por lo que no son aplicables directamente los procedimientos simples de evaluación de los esfuerzos dinámicos del apartado 2. Serían aplicables, a costa de una mayor complejidad, los otros métodos descritos en los apartados 3 y 4, empleando varios modos de vibración en el cálculo.

Confluyen además otros aspectos que complican una correcta modelización de la respuesta dinámica: el posible cubrimiento de tierras por debajo de balasto y subbalasto, la vibración transmitida al terreno en contacto con los hastiales o estribos, etc.

Todo lo anterior contribuye a una paradoja indeseable: las estructuras más simples, y en las que en la práctica no se evidencian efectos de resonancia, son las que a priori exigirían un esfuerzo de cálculo mayor para la valoración correcta de los efectos dinámicos. En el presente estudio se explora la posibilidad de ajustar un modelo de cálculo más simple, a través de una viga isostática equivalente que sea envolvente dinámica de los desplazamientos y aceleraciones de pórticos y marcos.

Tanto los pórticos como los marcos que constituyen los pasos inferiores se han modelizado como pórticos planos empotrados en los apoyos (figura 10). La justificación es la escasa energía de deformación que absorbe la losa inferior ante el paso de los trenes.

6.2. Justificación del modelo

En vigas isostáticas sometidas a trenes de carga, el primer modo de vibración es el que tiene una importancia preponderante. Para una viga de un vano con sustentación general, la frecuencia propia del primer modo de vibración se puede expresar como:

$$\omega = \frac{\pi^2}{(\beta_1 l)^2} \sqrt{\frac{EI}{\bar{m}}} \quad (\text{rad/s}) \quad (14)$$

con $\beta_1 = 1$ para vigas isostáticas y $\beta_1 = 0,6642$ para vigas biempotradas. El dintel de un paso inferior se encuentra entre los dos casos mencionados, ya que puede suponerse en cierta medida como una viga con empotramientos flexibles en sus extremos. Los parámetros del dintel son, en primera aproximación, su longitud l , su rigidez a flexión EI y su masa lineal \bar{m} . Con una

determinada longitud de una viga isostática equivalente, y ajustando el resto de parámetros, ésta podría proporcionar idéntica frecuencia propia fundamental que el marco, y por tanto tendría similar respuesta dinámica. Con esta filosofía, la analogía podría hacerse de varias maneras, según se conserve del dintel su l , \bar{m} , EI o su masa total $M = \bar{m}l$. Esta última opción surge para mantener la energía cinética de vibración en la viga equivalente.

Las diferencias entre el comportamiento dinámico del marco y su viga equivalente se podrían remediar ajustando proporcionalmente las \bar{m} y EI ficticias asignadas a la viga, de forma que se mantuviese el cociente entre ambos $\hat{k} = EI/\bar{m}$. De acuerdo a [1], esta variación proporcional permitiría mantener invariable la primera frecuencia de vibración, y sin modificar las velocidades críticas de resonancia, esto es, sin modificar la forma de las envolventes, disminuir o aumentar los máximos desplazamientos y aceleraciones. Por tanto, el objetivo será obtener una viga cuyas envolventes sean lo más parecidas a las del marco, y ajustar a continuación (en caso necesario) \bar{m} y EI , conservando su proporción (coeficiente \hat{k}), para ajustar en los picos los máximos desplazamientos y aceleraciones.

6.3. Verificación del modelo simplificado

Para establecer el modelo de viga equivalente más adecuado, se han definido cuatro vigas para cada marco de luz l , con longitudes l_{eq} cada una de l , $0.95l$, $0.90l$, y $0.85l$. En todas ellas se conserva la masa total del dintel, de modo que $\bar{m}_{viga} = \bar{m}_{dintel}l/l_{eq}$. Para la obtención de la rigidez a flexión EI de la viga se han igualado las frecuencias del primer modo de vibración:

$$(EI)_{eq} = \frac{\omega_{marco}^2 \bar{m}_{viga} l_{eq}^4}{\pi^4} \quad (15)$$

Se ha considerado el mismo amortiguamiento en el marco y la viga, y no se ha tenido en cuenta la deformación por cortante ni la aportación de las tierras. En este último aspecto se está del lado de la seguridad, ya que se puede considerar que las masas adicionales disminuirían las máximas aceleraciones y desplazamientos. Para el cálculo no se han tenido en cuenta ni los efectos de interacción vehículo–estructura ni las irregularidades del carril. Las estructuras elegidas para el análisis han sido 4 pasos inferiores del tramo de ferrocarril de alta velocidad Córdoba–Málaga, con luces de 8.5, 8.7, 9.8 y 15 m. Esto hace un total de 20 estructuras, siendo calculados los marcos con el programa de elementos finitos [6], y las vigas con la aplicación [2]. Para cada caso se han calculado las envolventes de aceleraciones, desplazamientos y coeficientes de impacto Φ bajo el paso de los 7 trenes especificados en la [8]. El barrido de velocidades ha sido de (120 – 420) km/h, con $\Delta v = 5$ km/h. Con todo ello se han realizado un total de 8540 cálculos dinámicos. Como muestra de los resultados, se incluyen las figuras 11 y 12.

6.4. Discusión de los resultados

Con el criterio de que las envolventes de aceleraciones de la viga y del marco fueran lo más parecidas, puesto que este es el aspecto crítico en estas estructuras, se ha elegido la viga equivalente de longitud l . De esta manera, la viga isostática equivalente tendrá la misma longitud l , masa lineal \bar{m} y amortiguamiento ζ que el dintel del marco, y se calcula EI de acuerdo a la

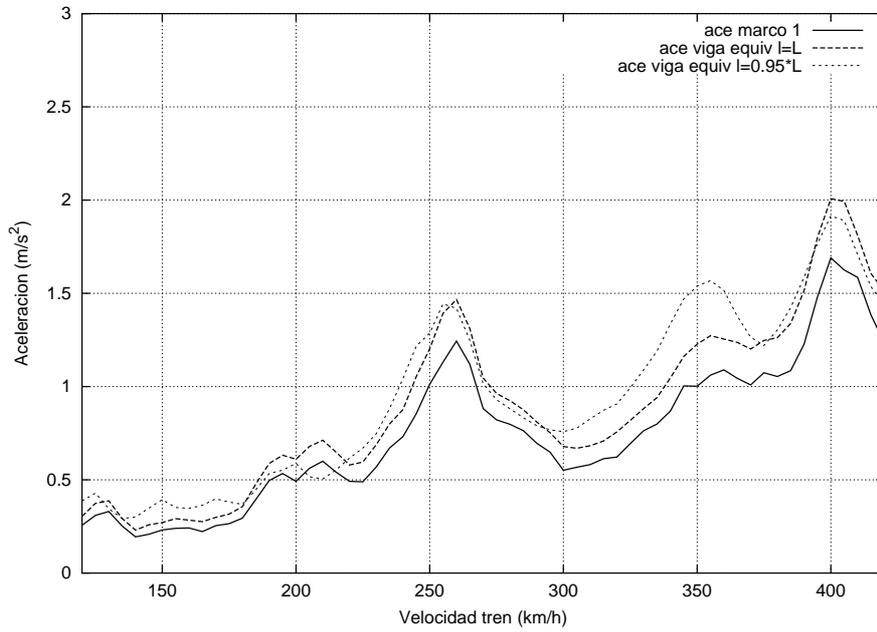


Figura 11. Envolturas de aceleraciones máximas del marco 1 y sus vigas equivalentes de longitudes l y $0,95l$ para el tren TALGO AV

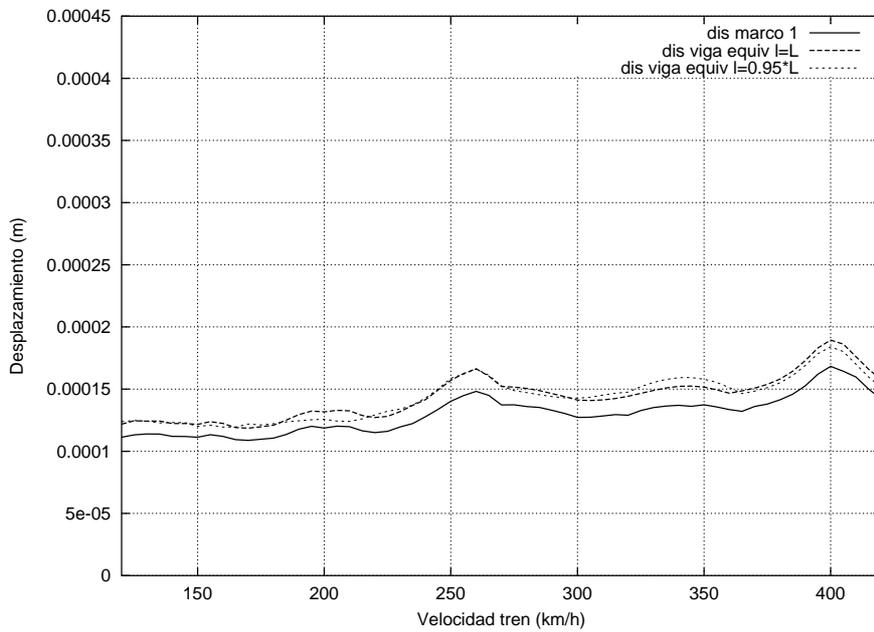


Figura 12. Envolturas de desplazamientos máximos del marco 1 y sus vigas equivalentes de longitudes l y $0,95l$ para el tren TALGO AV

ecuación (15). Por tanto, las conclusiones del estudio son:

- es posible definir una viga isostática equivalente para el cálculo dinámico de las tipologías de marcos usuales en pasos inferiores de ferrocarril, la cual conserva la forma de las envolventes de aceleraciones (a), desplazamientos (δ) y coeficientes de impacto (Φ).
- La viga isostática equivalente está, en términos prácticos, siempre del lado de la seguridad en los puntos críticos para el diseño, que son las velocidades de circulación a las que aparecen los picos máximos de las envolventes, tanto para a , como para δ y Φ . Además, no es necesario el ajuste del cociente $\hat{k} = \frac{EI}{m}$, mencionado en el apartado (6.2).
- En el resto de velocidades no críticas para las cuales no se produce el pico máximo de resonancia de la magnitud medida, los resultados de la viga equivalente casi siempre son envolventes de los resultados del marco (figuras 11, 12), pero no se puede afirmar con generalidad que la viga isostática equivalente sea envolvente del marco para cualquier velocidad no crítica. Sin embargo, este aspecto carece de relevancia al no ser determinante para el diseño y dimensionamiento de la estructura.
- El comportamiento dinámico de los marcos analizados no presenta especiales problemas. La $a_{max,cdv} = 1,69 \text{ m/s}^2 \leq 0,35 \text{ g}$ y siempre $\Phi \leq 1$, límites establecidos en [8, 16].

7. CONCLUSIONES

De forma esquemática se resaltan las siguientes observaciones finales:

- Los puentes de ferrocarril de alta velocidad, por la posibilidad real de la resonancia, exigen para su dimensionamiento la consideración de la vibración dinámica bajo las cargas móviles de los trenes, para lo que existen diversos modelos numéricos descritos en este artículo, de menor o mayor complejidad.
- Resulta de gran importancia aplicar dichos métodos de cálculo dinámico en la investigación aplicada para conocer mejor las facetas más relevantes de la respuesta dinámica de los puentes desde el punto de vista del proyecto, así como poder disponer de métodos e instrucciones de proyecto suficientemente prácticas, contrastadas, y simples de utilizar.
- Es necesario emplear en ciertas ocasiones métodos complejos de cálculo que involucren interacción vehículo-estructura, con objeto de valorar de forma más realista la aproximación que se hace con los métodos más sencillos.

REFERENCIAS

- [1] J. Domínguez, *Dinámica de puentes de ferrocarril para alta velocidad: métodos de cálculo y estudio de la resonancia*. Tesis Doctoral. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid (UPM), 2001. Publicada por la Asociación Nacional de Constructores Independientes (ANCI).
- [2] Caldintav v.2.0. *Cálculo Dinámico para trenes de alta velocidad*. Grupo de Mecánica Computacional, 2002.

- [3] Comité ERI D214, *Design of Railway Bridges for Speed up to 350 km/h; Dynamic loading effects including resonance; Final report. Draft C*. European Rail Research Institute (ERRI), 1998.
- [4] Comité ERI D214, *Ponts-Rails pour vitesses > 200 km/h; Final report. Part B. Proposition de fiche UIC 776-2R*. European Rail Research Institute (ERRI), 1999.
- [5] Clough, R. y Penzien, J. *Dynamics of Structures*. Mc Graw-Hill. 1993.
- [6] Taylor, R.L. FEAP. A Finite Element Analysis Program. User's Manual. <http://www.ce.berkeley.edu/~rlt>
- [7] Goicolea, J.M., Domínguez, J., Gabaldón, F. y Navarro, J.A. *Estudio de fenómenos resonantes en puentes de ferrocarril: II. Cálculo de pasos inferiores*. Informe técnico. Diciembre, 2001.
- [8] *Instrucción de acciones a considerar en el proyecto de puentes de ferrocarril*. Ministerio de Fomento, 2001. Pendiente de publicación.
- [9] Timoshenko, S.P. y Young, D.H.: *Vibration problems in engineering*. Van Nostrand, NY, 1955 (3.^a ed.).
- [10] Fryba, L.: *Vibration of solids and structures under moving loads*. Academia, Prague, Noordhoff, 1972.
- [11] Fryba, L.: *Dynamics of railway bridges*. Thomas Telford, 1996.
- [12] Union Internationale des Chemins de Fer (UIC), *UIC Code 776-1 R: Charges a prendre en consideration dans le calcul des ponts-rails*, (1979).
- [13] Comité Europeo de Normalización: *Eurocódigo 1: Bases de proyecto y acciones en estructuras; parte 3, acciones de tráfico en puentes*, traducido y publicado por AENOR (1998).
- [14] Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo: *Instrucción relativa a las acciones a considerar en el proyecto de puentes de ferrocarril*, 1975.
- [15] Ferrovie dello Stato: *Sovracarichi per il calcolo dei ponti ferroviari*, 1997.
- [16] European Committee for Standardization: *prEN 1991-2: EUROCODE 1 - Actions on structures, Part 2: Traffic loads on bridges*, 2002.
- [17] Jorge Nasarre y de Goicoechea: *comunicación particular*, Subdirección General de Planes y Proyectos de Infraestructuras Ferroviarias del Ministerio de Fomento (2000).