LOCALIZACIÓN DE DEFORMACIONES EN PROBETAS DE HORMIGÓN

Francisco J. Martínez, José M. Goicolea y José Marín

E.T.S. Ingenieros de Caminos, Universidad Politécnica de Madrid, Ciudad Universitaria, 28040 Madrid

Resumen

El hormigón y otros materiales de características cohesivo-friccionales experimentan un comportamiento mecánico que incluye una fase de reblandecimiento en las etapas próximas a la rotura. Dicho reblandecimiento está asociado a la interacción entre los componentes microestructurales constitutivos del propio material.

El objeto de esta comunicación es contribuir al análisis por métodos numéricos del fenómeno de localización de deformaciones en probetas de hormigón. En este trabajo se verifica cómo los aspectos relativos al ablandamiento por deformación en estados de compresión se deben en gran medida a la naturaleza heterogénea del hormigón constituido de dos fases bien diferenciadas: árido y mortero.

El modelo numérico propuesto permite comprobar que con una adecuada representación del mortero como un material elasto-frágil y el árido como un material granular se reproducen modos localizados de deformación bajo estados tensionales de compresión.

1 INTRODUCCIÓN

Diversos resultados experimentales constatan la aparición de bandas de localización en probetas de hormigón en estados de compresión [10], [9], [12]. Estas bandas generan estados de deformación no uniformes que dan lugar a una respuesta con un marcado ablandamiento en los diagramas tensión - deformación.

Desde nuestro punto de vista, la aparición de estas bandas de localización se puede explicar por la propia naturaleza heterogénea del hormigón en masa. El hormigón es un material compuesto de dos fases bien diferenciadas: el mortero y el árido. Bajo estados de compresión se generan concentraciones de tensiones alrededor de los granos de árido que dan lugar a la aparición de microdefectos. Al incrementarse la carga estas microfisuras se activan y, para determinadas combinación de tensiones, se concentran en bandas de pequeño espesor que posteriormente dan lugar a planos bien definidos de rotura.

Se desarrolla a continuación un modelo original que pretende interpretar el comportamiento del hormigón partiendo de premisas muy sencillas y una justificación física sólida.

El modelo numérico propuesto en este trabajo pretende verificar que con una adecuada representación del mortero como un material elasto-frágil y los áridos como un material granular, haciendo uso de la teoría de mezclas, es posible representar los aspectos fundamentales de la rotura a compresión del hormigón.

Debemos agradecer la contribución a este trabajo de M. Ortiz, del cual han partido algunas de las ideas fundamentales empleadas ([5], [6]).

2 HORMIGÓN COMO MATERIAL COMPUESTO

La idealización del hormigón en masa como material compuesto fue inicialmente propuesta por Ortiz y Popov [5]. Resumimos aquí las ideas principales del modelo, que se pueden encontrar con mayor detalle en la referencia citada y en ([6] y [4]).

La teoría de mezclas se sustenta en dos hipótesis fundamentales. En primer lugar, la ley de mezclas:

$$\boldsymbol{\sigma} = \alpha_1 \boldsymbol{\sigma}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{\sigma}_2, \tag{1}$$

donde ($\boldsymbol{\sigma}_1$, $\boldsymbol{\sigma}_2$) son las tensiones de fase medias respectivamente del árido y del mortero, $\boldsymbol{\sigma}$ la tensión global (de la mezcla), y (α_1, α_2) las respectivas fracciones volumétricas. Conviene observar que $\boldsymbol{\sigma}_1$ y $\boldsymbol{\sigma}_2$ deben entenderse en el sentido de la mecánica de medios continuos, y no como tensiones interfaciales o intergranulares (es decir, no a nivel micromecánico).

La segunda hipótesis corresponde a admitir la ausencia de difusión entre las fases, es decir, la compatibilidad de las deformaciones:

$$\boldsymbol{\varepsilon} \equiv \boldsymbol{\varepsilon}_1 = \boldsymbol{\varepsilon}_2, \tag{2}$$

donde $\boldsymbol{\varepsilon}_1$, $\boldsymbol{\varepsilon}_2$ y $\boldsymbol{\varepsilon}$ representan los tensores de deformación del árido, mortero y hormigón (mezcla), respectivamente.

Con base en estas dos hipótesis se deducen las relaciones

$$\boldsymbol{\sigma}_1 = \boldsymbol{B}_1 : \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\rho}_1, \qquad \boldsymbol{\sigma}_2 = \boldsymbol{B}_2 : \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\rho}_2, \tag{3}$$

donde $\boldsymbol{B}_1$ y $\boldsymbol{B}_2$ son los llamados tensores de influencia y $\boldsymbol{\rho}_1$ y $\boldsymbol{\rho}_2$ las tensiones residuales en cada fase.

Los modelos constitutivos propuestos para el árido y el mortero son ambos independientes de la velocidad de deformación. Admitimos pues su descripción mediante relaciones incrementales del tipo:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_1 = \boldsymbol{D}_1^T : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1, \qquad \dot{\boldsymbol{\sigma}}_2 = \boldsymbol{D}_2^T : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_2, \tag{4}$$

donde $\boldsymbol{D}_1^T$ y $\boldsymbol{D}_2^T$ corresponden a las rigideces tangentes respectivas. Haciendo uso de (1) y (2) se obtiene:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{D}^T : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \tag{5}$$

donde $\boldsymbol{D}^T = \alpha_1 \boldsymbol{D}_1^T + \alpha_2 \boldsymbol{D}_2^T$, rigidez tangente del hormigón.

Modelización del árido como un material granular.- El árido se puede idealizar como un medio granular cuyo comportamiento constitutivo y capacidad resistente viene regida principalmente por la presión media. El criterio de plastificación adoptado es el modelo de Drucker-Prager que se puede expresar como:

$$\mathcal{F} \equiv \sqrt{J_2} + \alpha I_1 - \kappa_p, \tag{6}$$

donde $I_1 = \sigma_{ii}$ es el primer invariante del tensor de tensiones y $J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}$ es el segundo invariante del tensor desviador de tensiones (sumatorio implícito para índices repetidos).

Los coeficientes α y κ_p están relacionados respectivamente con el ángulo de rozamiento del material (Φ) y la cohesión (c) del modelo de Mohr-Coulomb. Dichas constantes pueden obtenerse imponiendo, por ejemplo, la coincidencia del meridiano de compresión para ambos criterios.

Otra característica diferenciadora de los materiales granulares es el hecho que el ángulo de dilatancia Ψ, definido como el cociente entre la componente volumétrica y desviadora de la tasa de deformación plástica, no coincide con el ángulo de rozamiento Φ. Esto implica la definición de una función potencial del tipo:

$$\mathcal{G} \equiv \sqrt{J_2} + \beta I_1, \tag{7}$$

donde $\beta(\Psi)$ es una función del ángulo de dilatancia. La tasa de deformación plástica se expresa, por tanto, como:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\gamma}\,\frac{\partial \mathcal{G}(\boldsymbol{\sigma})}{\partial \boldsymbol{\sigma}}, \tag{8}$$

siendo $\dot{\gamma}$ el parámetro de consistencia plástica.

En este trabajo se adopta una ley de endurecimiento con la deformación plástica para α similar a la empleada en [11] y [3], caracterizada por un valor de saturación:

$$\left.\begin{array}{ll} \alpha(\bar{\varepsilon}_p) = \alpha_0 + (\alpha_{sat} - \alpha_0)\sqrt{1 - \dfrac{[\bar{\varepsilon}_p - (\bar{\varepsilon}_p)_{sat}]^2}{(\bar{\varepsilon}_p)^2_{sat}}} & \bar{\varepsilon}_p \leq (\bar{\varepsilon}_p)_{sat}; \\ \alpha(\bar{\varepsilon}_p) = \alpha_{sat} & \bar{\varepsilon}_p > (\bar{\varepsilon}_p)_{sat}. \end{array}\right\} \tag{9}$$

Por tanto, el ángulo de rozamiento crece monotónicamente desde $\Phi_0 = \Phi(\alpha_0)$ a $\Phi_{sat} = \Phi(\alpha_{sat})$ a medida que aumenta la deformación plástica efectiva.

Modelización del mortero como material elasto-frágil.- La fase de mortero proporciona cohesión a la fase granular (árido). Una característica diferenciadora del hormigón es la degradación de las propiedades elásticas como consecuencia de la microfisuración en el mortero. Esta microfisuración dota al hormigón de un marcado carácter anisótropo en su respuesta tensional. En la formulación que se describe a continuación, el mortero se representa como un material elasto-frágil, gobernado por un criterio simple pero consistente con la mecánica de la fractura para la propagación de la fisuración.

El modelo empleado para ello se basa en considerar que la fisura se propaga por eliminación de elementos de la malla. Esta técnica ha sido utilizada con anterioridad en [7] para cerámicas y en [8] para el hormigón.

Admitiendo que la energía de fractura viene completamente determinada por las condiciones tensionales existentes en el fondo de la fisura, se define el criterio de fractura como:

$$\mathcal{G}^e = \mathcal{G}^c, \tag{10}$$

siendo $\mathcal{G}^e$ la tasa de liberación de energía debido a la extensión de la fisura y $\mathcal{G}^c$ una constante del material denominada tasa crítica de liberación de energía (ambas por unidad de área).

La tasa de liberación de energía debido a la eliminación de un elemento Ω_e se puede estimar, admitiendo que se pierde su energía elástica de deformación, del siguiente modo:

$$\mathcal{G}^e_{\Omega_e} \approx \frac{1}{h}\int_{\Omega_e} \frac{1}{2} D_{ijkl}\varepsilon_{ij}\varepsilon_{kl}\, d\Omega_e. \tag{11}$$

El criterio adoptado para eliminar un elemento de la malla es por tanto:

$$\mathcal{G}^e_{\Omega_e} \geq \mathcal{G}^c. \tag{12}$$

Para elementos paralelepipédicos ("bricks") isoparamétricos con integración $(2 \times 2 \times 2)$, la integral (11) puede aproximarse para un punto de integración como:

$$\mathcal{G}^e_{\Omega_e} \approx W_e h/8, \tag{13}$$

siendo $W_e = \frac{1}{2} D_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl}$ la densidad de energía de deformación en dicho punto.

3 RESULTADOS NUMÉRICOS

El modelo arriba descrito se puede implementar fácilmente en un código de elementos finitos no lineal. En nuestro caso lo hemos programado como un material de usuario en un código comercial de propósito general [1], que ha sido empleado para efectuar los "experimentos numéricos" de rotura. El objetivo ha sido simular ensayos de diferentes probetas de hormigón para reproducir el comportamiento en compresión uniaxial y biaxial y los mecanismos básicos de fallo.

Se ha dedicado una especial atención a la implementación de la función potencial de Drucker-Prager. La existencia de un vértice en el eje hidrostático de la superficie de fluencia, correspondiente a la rotura por cavitación, conduce a que el problema numérico se encuentre mal condicionado para ciertos estados de carga si no se adoptan precauciones especiales. El problema se ha resuelto redondeando la esquina mediante el ajuste de un casquete esférico, de forma similar a lo propuesto en [3].

Los elementos utilizados emplean la formulación $\bar{B}$ ([2]) para prevenir el bloqueo bajo flujo plástico incompresible. Para el control de fuerzas y desplazamientos ha sido necesario emplear el método de longitud de arco modificado de Riks, debido a la respuesta altamente inestable.

Las características mecánicas del mortero son $E_{mortero} = 25\,\mathrm{GPa}$, $\nu = 0.2$, $\mathcal{G}^c = 160\,\mathrm{J}/m^2$ y $\alpha_{mortero} = 0.15$. El árido se caracteriza por $E_{arido} = 40\,\mathrm{GPa}$, $\nu = 0.2$, $\Phi_0 = 20°$, $\Phi_{sat} = 30°$ ($\bar{\varepsilon}_p \geq 0.5\%$), $\Psi = 10°$ y $c = 0.4\,\mathrm{MPa}$ y $\alpha_{arido} = 0.85$.

Las probetas son cubos de 100 mm de lado, sometidos a solicitaciones fundamentalmente de compresión, bajo distintas combinaciones biaxiales y control de carga. Las mallas se han realizado con elementos finitos de 5 mm de lado, de forma que esta dimensión define una longitud característica que gobierna la localización, relacionada con el tamaño medio del árido. Se admite la existencia de un defecto crítico proveniente de una fisura interfacial en el centro de la probeta, materializado mediante la práctica anulación ($\times 10^{-3}$) de la rigidez del mortero en el elemento correspondiente.

Denominamos en lo que sigue por el índice 2 al eje principal de compresión (vertical en las figuras de la malla), 1 al eje transversal en el plano del papel (horizontal en las figuras) y 3 al eje transversal perpendicular al plano. De esta forma Δl_i será el desplazamiento impuesto sobre el eje i y σ_i la tensión impuesta sobre la cara correspondiente. las combinaciones de carga analizadas son:

1. *Ensayos con razón controlada de deformaciones,* $\Delta l_3/\Delta l_2 = (-0.33)/(-1.0)$ (biaxial), $(-0.10)/(-1.0)$ (biaxial) y $(0.0)/(-1.0)$ (compresión uniaxial en deformación plana);

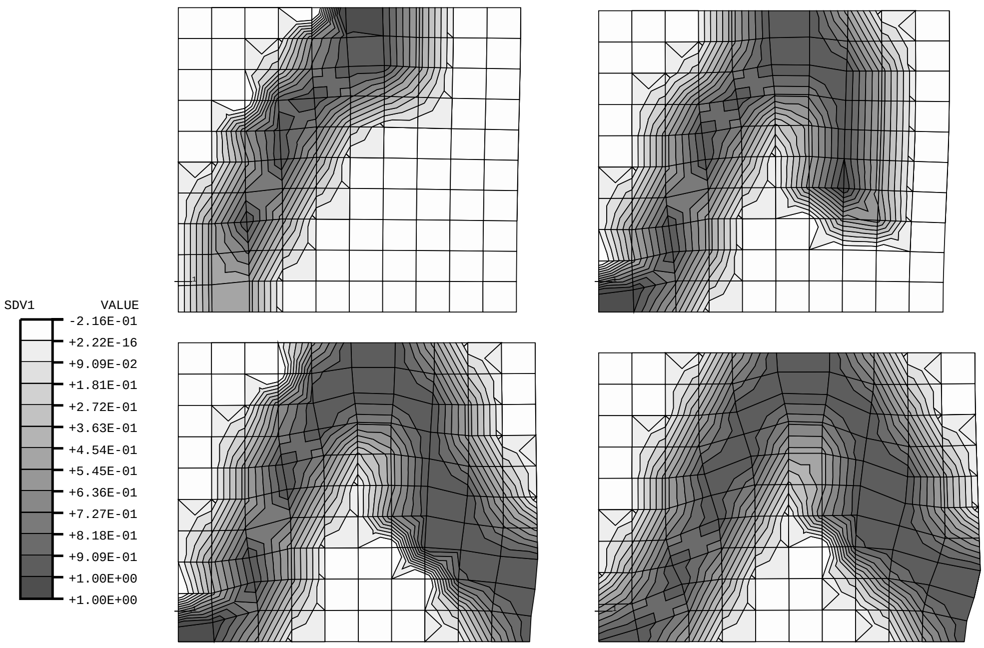

Figura 1: Secuencia de mallas deformadas (desplazamientos$\times 25$) para el caso de carga biaxial ($\Delta l_3/\Delta l_2 = (-0.33)/(-1.0)$). Los niveles de los isovalores indican el proceso de suración del mortero, indicativo de la localización de la banda de corte.

2. *Ensayos con razón controlada de tensiones,* $\sigma_3/\sigma_2 = (-0.33)/(-1.0)$ (biaxial), $(-0.10)/(-1.0)$ (biaxial), $(0.2)/(-1.0)$ (biaxial con tracción) y $(0.0)/(-1.0)$ (compresión uniaxial en tensión plana);

Algunas de estas combinaciones de cargas corresponden a las configuraciones experimentales empleadas en [10], lo que ha permitido contrastar los resultados numéricos con los experimentales.

La figura 1 muestra la evolución del proceso de rotura en el mortero para una de las combinaciones biaxiales de carga. De ella se desprende que la respuesta global de la probeta está gobernada por una deformación “estructural” consistente en el desplazamiento de partes rígidas e intactas a lo largo de bandas de corte. Esta interpretación contrasta con la clásica basada en una ley tensión-deformación con reblandecimiento.

El desarrollo de la fisuración en el mortero y consecuentemente la formación de las bandas de corte en el árido queda gobernado por dos mecanismos interrelacionados. De una parte, la dilatancia asociada con la deformación a cortante de la fase del árido: debido a la condición de compatibilidad volumétrica entre las dos fases (2), el aumento del volumen del árido genera tensiones de tracción elevadas en el mortero. Por otra parte, durante la apertura de las microfisuras en el mortero se produce un fenómeno de relajación de tensiones. De esta forma se transmiten tensiones hidrostáticas de tracción al árido, provocando su fallo por cavitación, lo que a su vez conduce a un aumento de la dilatancia. Este mecanismo retroalimentado gobierna el proceso de localización en el hormigón, que tiene su origen por lo tanto en su composición heterogénea (mortero + árido).

Las curvas de tensión media - deformación media (equivalentes a las que se medirían al ensayar las probetas, a partir de las fuerzas y desplazamientos de la prensa) se presentan en las figuras 2 y 3.

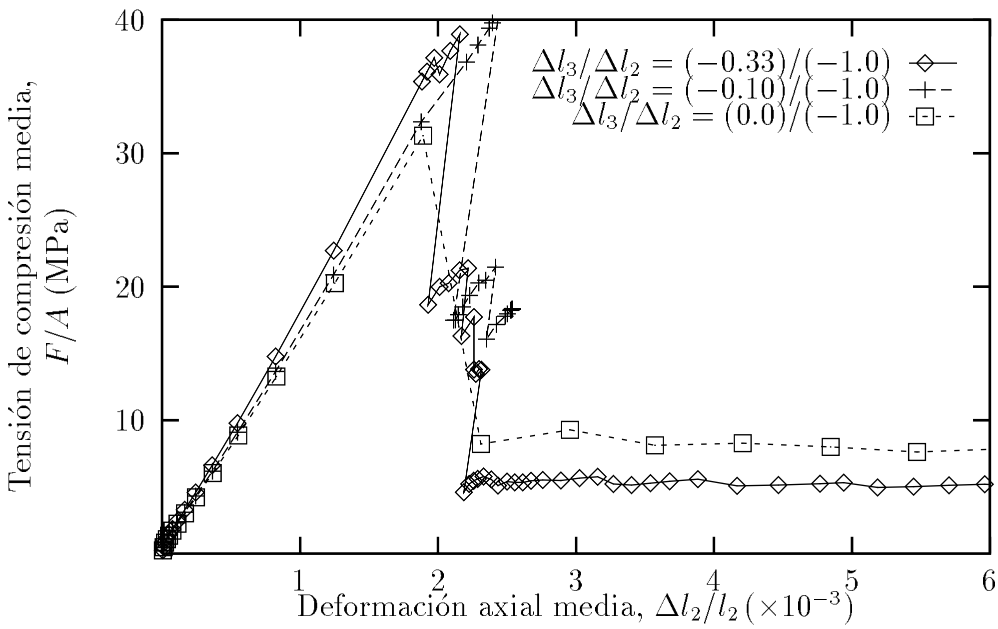

Figura 2: Curvas de tensión axial media frente a deformación axial media para distintos casos biaxiales y uniaxiales con razón de deformaciones controlada.

Estas curvas representan la respuesta global de las probetas, que obedece al desarrollo "estructural" de las bandas de localización. Tan pronto como esta banda de corte llega a la superficie lateral de la probeta, la carga sufre una caída abrupta desde el nivel de carga que correspondía a la distribución uniforme de deformaciones, obteniéndose una respuesta con un reblandecimiento acusado.

Debe mencionarse también que la rama de reblandecimiento aquí obtenida es más abrupta que la obtenida en los ensayos experimentales. Obsérvese que las curvas en ocasiones presentan pendiente negativa, lo que ocasiona dificultades numéricas que se han resuelto mediante técnicas de continuación basadas en la longitud de arco. Sin embargo, conviene subrayar que en los ensayos físicos la rama de reblandecimiento es también muy sensible a las condiciones de borde impuestas por la fricción entre las placas de carga y la probeta [12]. Otro factor importante es la rigidez del sistema de carga. Nuestras simulaciones numéricas se han desarrollado bajo la hipótesis de placas rígidas sin fricción.

La comparación de las tres curvas en la figura 2 confirma la evidencia experimental [10] de un aumento de la carga máxima del orden del 25% en los ensayos biaxiales en relación con los ensayos uniaxiales de compresión. Después del descenso de carga ésta se mantiene aproximadamente constante, siendo la resistencia del árido la que determina esta resistencia residual del hormigón.

Finalmente, la figura 4 presenta las curvas tensión-deformación en puntos de distintas zonas de la probeta, dentro y fuera de la banda de rotura. Los resultados muestran la respuesta no homogénea dentro de la probeta: en los puntos de dentro de la banda de corte el camino tensional sigue una rama de reblandecimiento, mientras que el resto de la probeta sufre una descarga elástica. Esto confirma la interpretación de que la probeta se comporta, más allá de la carga última, como bloques rígidos deslizando según las bandas de corte.

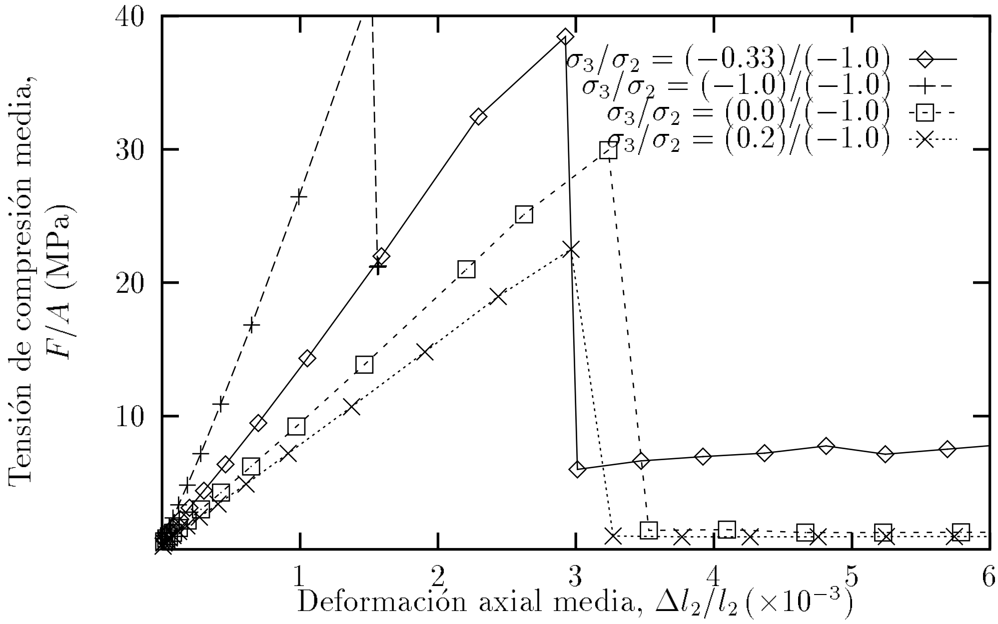

Figura 3: Curvas de tensión axial media frente a deformación axial media para distintos casos biaxiales y uniaxiales con razón de tensiones controlada.

4 CONCLUSIONES

- En materiales cuasi-frágiles como el hormigón es que los fenómenos de localización están íntimamente relacionados con la fisuración del mortero. Esta situación origina estados no uniformes de deformación con un marcado reblandecimiento a partir de la tensión pico.

- El modelo de mezclas propuesto, que caracteriza cada fase del hormigón (árido y mortero) de forma independiente, es capaz de reproducir las fisuras transversales y la rotura por bandas de cortante del hormigón en masa bajo compresión.

- El estado de deformación de las probetas de hormigón bajo estados de compresión multiaxial es claramente no homogéneo una vez se alcanza la tensión pico. Las bandas de localización así como los modos de deformación obtenidos en las simulaciones numéricas concuerdan bastante bien con los resultados experimentales.

- Los resultados indican que la probeta se comporta como un conjunto de bloques rígidos deslizando según las bandas de corte. Es precisamente el comportamiento estructural de este mecanismo y, por tanto, el modo de fallo lo que controla la respuesta carga-desplazamiento más allá de la carga máxima.

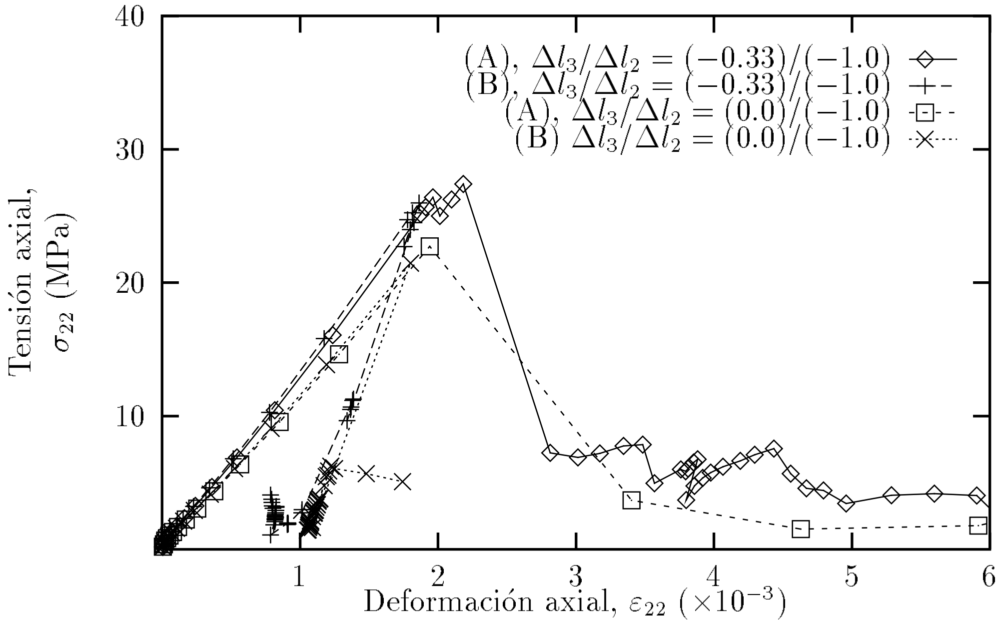

Figura 4: Caminos de tensión axial frente a deformación axial en dos zonas distintas de la probeta: (A) fuera de la banda de rotura, (B) dentro de la banda de rotura, en carga biaxial y deformación plana uniaxial

Referencias

[1] HIBBITT, KARLSSON & SORENSEN.. *ABAQUS User's manual, version 5.4.* HKS, Inc, Pawtucket, Rhode Island, 1994.

[2] HUGHES, T. J. R. - Generalization of selective integration procedures to anisotropic and nonlinear media.
Int. J. Num. Meth. Eng., 15. 1413-18 (1980).

[3] LEROY, Y. y ORTIZ, M. - Finite element analysis of transient strain localization phenomena in frictional solids.
Int. J. for Num. and Analyt. Meth. in Geomech., 14, 93-124, (1990).

[4] MARTÍNEZ, F. - *Análisis de fenómenos de localización de deformaciones en materiales cohesivo-friccionales*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, 1993.

[5] ORTIZ, M. y POPOV, E. P. - Plain concrete as a composite material,
Mech. of Mat., 1, 139-150, (1982).

[6] ORTIZ, M. - A constitutive theory for the inelastic behavior of concrete,
Mech. of Mat., 4, 67, (1985).

[7] ORTIZ, M. y GIANNAKOPOULOS, A. E. - Crack propagation in monolithic ceramics under mixed mode loading,
Int. J. of Fract., 44, 233-258, (1990).

[8] ROTS, J. G. - "Removal of finite elements in smeared crack analysis", Proc. 3rd. Int. Conf. on Comp. Plast, Barcelona, 1992.

[9] TORRENTI, J. M; DESRUES, J; BENAIJA, E. H. y BOULEY, C. - Stereophotogrammetry and localization of concrete under compression, *J. Eng. Mech.*, 117, 7, 1455-1465, ASCE, (1991).

[10] VAN MIER, J. G., *Strain softening of concrete under multiaxial loading conditions*. PhD Thesis. Technische Hogeschool Eindhoven, 1984.

[11] VERMEER, P. A. y BORST, R., *Non-associated plasticity for soils, concrete and rocks*, Heron, 29. 3, Delft, 1984.

[12] VONK, R. A., *A micromechanical investigation of softening of concrete loaded in compression*. Heron, 38, 3, Delft, 1993.