PUENTES DE FERROCARRIL Proyecto, Construcción y Conservación Grupo Español de IABSE Madrid, 12–14 junio 2002

NUEVOS MÉTODOS DE CÁLCULO DINÁMICO PARA PUENTES DE FERROCARRIL EN LAS INSTRUCCIONES IAPF Y EUROCÓDIGO 1

J.M. Goicolea^{*}, J. Domínguez^{*}, J.A. Navarro^{*} y F. Gabaldón^{*}

* Grupo de Mecánica Computacional, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos (ETSICCP), Universidad Politécnica de Madrid, Ciudad Universitaria, 28040 Madrid, España e-mail: goicolea@mecanica.upm.es, web: http://w3.mecanica.upm.es

Palabras clave: Cálculo dinámico de estructuras, ferrocarril de alta velocidad.

Resumen. Los puentes y viaductos para ferrocarril de alta velocidad están sometidos a acciones dinámicas elevadas, ya que al efecto clásico de la carga (aislada) móvil se viene a sumar la resonancia que se manifiesta para velocidades por encima de 220 km/h. Los métodos de valoración del impacto dinámico clásicos disponibles en la ingeniería y plasmados en las instrucciones de proyecto hasta ahora no recogen esta posibilidad de resonancia. El diseño de estas estructuras exige cálculos dinámicos que son el objeto de este artículo. Se abarca aquí tanto una revisión general de los métodos disponibles como un análisis de las provisiones de las nuevas normas (borradores) de IAPF [13] y Eurocódigo 1 de acciones en puentes [22].

Además, se resumen algunos de los resultados obtenidos dentro de la línea de investigación desarrollada por el Grupo de Mecánica Computacional en el campo de la alta velocidad ferroviaria. Aunque el objeto de estos estudios puede parecer muy diverso (sensibilidad al paso de integración en análisis modal, estudio simplificado de la torsión, valoración de los efectos de interacción vehículo-estructura en puentes isostáticos y propuesta de método simplificado para el cálculo dinámico de pasos inferiores), todos ellos han surgido como necesidades originadas por la aplicación de la nueva normativa para alta velocidad, y están encaminados a prestar la mayor ayuda posible a los proyectistas de puentes de ferrocarril.

1. INTRODUCCIÓN Y MOTIVACIÓN

La construcción nueva de infraestructura de transporte ha experimentado un auge en los últimos años en España y en otros países Europeos. La parte principal de la inversión en nuestro país es la dedicada a las nuevas líneas de alta velocidad ferroviaria, siendo este capítulo también prioritario en algunos países vecinos como Francia. Estas nuevas líneas de ferrocarril suponen una alternativa muy competitiva para el transporte entre las ciudades situadas a distancias medias. En estos momentos en España se encuentra en operación la línea Madrid–Sevilla, a finales de 2002 está prevista la inauguración del tramo Madrid–Lérida dentro de la línea Madrid– Barcelona–frontera Francesa y el GIF tiene en diversos estados de adjudicación, proyecto o construcción las líneas Córdoba–Málaga, Madrid–Segovia–Valladolid, el nuevo acceso de alta velocidad a Levante (Madrid–Valencia–Murcia) y el tramo Madrid–Toledo.

Esta importante actividad ingenieril pone de actualidad uno de los aspectos estructurales más importantes asociados específicamente al diseño de los puentes y estructuras de ferrocarril: los efectos dinámicos debidos a las cargas móviles de los trenes. La importancia de la respuesta dinámica ha sido conocida desde los inicios del ferrocarril, siendo necesario tenerla en cuenta para el dimensionamiento de la estructura. Este fenómeno propició el estudio básico del efecto dinámico de una carga móvil sobre una viga isostática, cuyas soluciones clásicas fueron desarrolladas (entre otros) por Timoshenko [14]. Más recientemente, los extensos trabajos de Fryba [15, 16] han recopilado modelos y aspectos muy diversos de la dinámica de puentes de ferrocarril. Por último, deben citarse las notables contribuciones realizadas en nuestro país por Alarcón [1, 2].

Las normas existentes hasta ahora [18, 21, 19] para el cálculo de los puentes de ferrocarril tienen en cuenta la respuesta dinámica a través de un *coeficiente de impacto*, que representa el aumento de la respuesta dinámica respecto a la estática para *una única carga móvil*.

Según este coeficiente, el incremento dinámico adquiere [18] un valor máximo de $\varphi' = 1,32$, para una vía recta ideal (sin considerar irregularidades). El coeficiente de impacto se calculará al final como la envolvente

$$\Phi = \max(1 + \varphi' + \varphi''),$$

donde este último sumando (φ'') responde al efecto de las irregularidades de la vía.

Como ejemplo representativo, consideremos el caso de una carga puntual de 195 kN, correspondiente a un eje de la locomotora del tren de alta velocidad ICE2, que atraviesa un puente isostático de luz L = 15 m con velocidad constante. El resto de las características del puente son la masa por unidad de longitud $\overline{m} = 15$ t/m, rigidez a flexión EI = 7694081 kN/m², frecuencia fundamental (primer modo de vibración) $f_0 = 5$ Hz y tasa de amortiguamiento $\zeta = 2$ %. Este puente pertenece al catálogo de puentes isostáticos empleado por el ERRI en [7]. El resultado del cálculo dinámico a la velocidad v = 220 km/h puede verse en la figura 1, siendo la máxima flecha dinámica de 2,80 mm. Variando la velocidad de la carga se puede hacer un barrido de velocidades, indicándose en la figura 2 la máxima flecha dinámica para cada velocidad. El máximo resulta $\delta_{\text{max}} = 3,02$ mm para v = 330 km/h, por lo que teniendo en cuenta que la flecha estática es $\delta_{\text{est}} = PL^3/(48EI) = 1,78$ mm, equivale a un coeficiente de impacto $\Phi_{\text{real}} = 1,69$.

Este coeficiente de impacto está cubierto por el valor de diseño prescrito en [18], que para este caso resulta (sin considerar el efecto de las irregularidades) $\Phi_{\text{UIC}} = 1 + \varphi' = 2,16$.

Del resultado anterior se deduce que la consideración del coeficiente de impacto Φ es suficiente para tener en cuenta el efecto dinámico de una única carga móvil. Veamos ahora el efecto de un tren (ideal) de cargas, formado por 10 ejes iguales al anteriormente considerado, con una separación entre ellos de D = 16 m. La respuesta calculada para dos velocidades de circulación (v = 288 km/h y v = 360 km/h) se muestra en la figura 3. Es de destacar que la respuesta es mucho más elevada para la velocidad menor de las dos, indicando que en este caso se produce un fenómeno de resonancia que no es creciente con la velocidad del tren sino que se manifiesta para ciertas velocidades críticas. En la figura 4 se muestra el resultado del barrido de velocidades para el caso del tren de cargas, donde queda claro el efecto resonante a la velocidad crítica de 288 km/h.

La interpretación de este fenómeno resonante es sencilla: la frecuencia de aplicación de las cargas cíclicas debidas a los ejes para v = 288 km/h, al tener espaciamiento uniforme, es $f_P = v/D = 5$ Hz. La coincidencia de esta frecuencia de excitación con la de vibración fundamental del puente ($f_P = f_0 = 5$ Hz) determina la resonancia.

Otra manera (equivalente) de interpretar la resonancia es mediante la denominada *longitud de onda* de la excitación,

$$\lambda = \frac{v}{f_0}.$$

La resonancia puede producirse cuando la longitud característica D_k de separación de los ejes coincida con un múltiplo entero de dicha longitud de onda:

$$\lambda = \frac{D_k}{i}, \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad \Rightarrow \quad \text{resonancia}$$

En nuestro caso, resulta $\lambda = 16$ m, por lo que la condición anterior se cumple con claridad al coincidir con la distancia regular entre ejes.

Queda demostrado por tanto que el coeficiente de impacto Φ no tiene en cuenta la posible resonancia que se produciría por la repetición cíclica de cargas. Sin embargo, a este respecto hay que mencionar que para las frecuencias de vibración y distancias entre ejes de los trenes reales circulantes la resonancia no ha sido un fenómeno que se diera en la práctica...;hasta la aparición de la alta velocidad!

En efecto, por encima de las velocidades de 200 ó 220 km/h, para las distancias entre ejes de los coches ferroviarios reales (entre 13 y 20 m) —que para una velocidad determinada son las que determinan la frecuencia de repetición de las cargas—, pueden empezar a aparecer fenómenos resonantes. Como ejemplo real, en la figura 5 se muestran las mediciones resonantes observadas en el viaducto del Tajo para el tren AVE a una velocidad de 219 km/h [3]. En [4] se discute con mayor detalle este caso, realizándose el cálculo con un modelo dinámico simple que coincide de forma muy aproximada con la medición experimental (figura 6). Estas mediciones resonantes habrían resultado mucho más acusadas de tratarse de un tren de doble composición, con mayor número de ejes.

El viaducto del Tajo en la línea del AVE consta de vanos isostáticos con $L = 38 \,\mathrm{m}$, cuya



Figura 1. Respuesta dinámica de puente isostático ERRI L = 15 m bajo carga móvil aislada, P = 195 kN, a la velocidad de 220 km/h



Figura 2. Desplazamiento máximo en el centro del vano en función de la velocidad de la carga. Carga aislada, viga isostática, $L = 15 \text{ m}, \zeta = 2 \%$.



Figura 3. Desplazamiento máximo en el centro del vano en función del tiempo para velocidades de paso v = 288 km/h y v = 360 km/h.



Figura 4. Desplazamiento máximo en el centro del vano en función de la velocidad de paso, para los casos de carga móvil aislada y tren de cargas.



Figura 5. Desplazamientos medidos en el Viaducto del Tajo (Línea AV Madrid-Sevilla) al paso del AVE (composición simple) con v = 219km/h [3].



Figura 6. Desplazamientos obtenidos con un modelo de integración directa en el tiempo con cargas móviles en el Viaducto del Tajo, para una velocidad de paso del AVE (composición simple), v = 219km/h.

frecuencia fundamental es $f_0 = 3,31 \,\text{Hz}$. Por tanto, a la velocidad citada la longitud de onda de excitación es $\lambda = 18,4 \,\text{m}$, muy próxima a la distancia característica entre bogies del AVE, $D_k = 18,7 \,\text{m}$.

En resumen, la resonancia en puentes de ferrocarril, a pesar de constituir un fenómeno clásico de respuesta dinámica, ha permanecido ausente hasta el momento de las normas de cálculo. En consecuencia, no ha sido tenido en cuenta en el proyecto, salvo por el margen que proporcionan los coeficientes de seguridad.

El problema técnico que se plantea en la ingeniería estructural es de gran calado: la sociedad demanda la ejecución de un gran número de estructuras y puentes para las nuevas líneas de alta velocidad, pero no se dispone aún de métodos de cálculo fiables, prácticos y suficientemente contrastados en las instrucciones y normas de proyecto. Esta ausencia se ha comenzado a paliar con algunas de las instrucciones de cálculo más recientes, entre las que cabe destacar la Italiana [20], el nuevo borrador de Eurocódigo 1 [22] y el nuevo borrador Español [13].

Sin embargo, a pesar de estas nuevas propuestas que sí consideran adecuadamente los fenómenos resonantes, existe aún una carencia de conocimientos prácticos sobre los efectos dinámicos reales en numerosos sistemas estructurales de los puentes de ferrocarril, por lo que resulta a nuestro juicio muy necesario un esfuerzo investigador importante. Por otra parte, aunque desde el punto de vista técnico sí existen diversos modelos para el cálculo, basados en dinámica estructural lineal, puede decirse que estos métodos son insuficientemente conocidos por el momento por los ingenieros responsables del diseño y proyecto.

Los modelos más sencillos en cuanto a su aplicación son los basados en la descomposición como una suma de armónicos de la respuesta dinámica, con el consiguiente establecimiento de cotas absolutas mediante procedimientos analíticos [7, 4]. El inconveniente asociado a estos modelos es que sólo son válidos para estructuras isostáticas, no pueden se aplicados directamente en casos hiperestáticos. Este tipo de modelos se describe someramente en el apartado 2.4. En el trabajo [12], expuesto en el apartado 7, se describe una analogía que permite extender, de forma indirecta, la aplicación de estos modelos a ciertas estructuras hiperestáticas como los marcos y pórticos de pasos inferiores.

El siguiente tipo de modelos disponibles para el análisis son los basados en el cálculo dinámico directo, con integración en el tiempo de la respuesta, para una serie de cargas móviles representativas de los ejes del tren [4]. Estos procedimientos se pueden abordar —aunque con cierta dificultad para el preproceso— mediante códigos de elementos finitos. En algunos casos de estructuras sencillas (vigas isostáticas, vigas continuas de dos o tres vanos), es posible aplicar este procedimiento también mediante una extracción analítica *exacta* de los modos. Estos modelos se discuten en el apartado 2.2.1, y con ellos pueden resolverse como es lógico el cálculo dinámico en todo tipo de estructuras.

Por último, los tipos de modelos más completos son los que consideran conjuntamente la vibración de la estructura y la dinámica del vehículo ferrovario. Este se tiene en cuenta a través de los resortes y amortiguadores de las suspensiones y las masas y conexiones que proporcionan las cajas de los vehículos. Algunos de estos modelos con *interacción vehículo–estructura* se describen en el apartado 2.3, y han sido analizados con mayor detalle en [4] y referencias allí citadas. Como es lógico, con estos modelos se pueden abordar también todo tipo de estructuras, siempre que se disponga de los datos dinámicos de los trenes reales —algo que desgraciadamente a menudo no ocurre—. Esta posibilidad es a costa de un mayor esfuerzo de cálculo y una complejidad más elevada en el planteamiento del modelo. Desde una perspectiva de investigación resultan interesantes o incluso a menudo imprescindibles, sin embargo no puede pensarse en un uso general de estos métodos para cálculos estándar de proyecto.

Las diferentes normativas de acciones prescriben la obligatoriedad de realizar cálculos dinámicos específicos cuando las metodologías simplificadas pierden validez, situación cada vez más frecuente en las estructuras proyectadas dentro de líneas de alta velocidad. De esta manera, con el horizonte puesto en obtener métodos de cálculo prácticos y contrastados que faciliten, en la medida de lo posible, la tarea a proyectistas de puentes de ferrocarril y a las administraciones responsables de su mantenimiento, se han desarrollado en estos últimos tiempos métodos de cálculo complementarios a los ya existentes. Éstos se han ceñido casi exclusivamente al ámbito de la investigación académica, y los modelos matemáticos desarrollados presentan una excesiva complejidad y esfuerzo de cálculo en la etapa de proyecto. La necesidad de proponer métodos simplificados que a la par de facilitar herramientas suficientemente precisas de cálculo, contribuyan a una mejor comprensión del comportamiento dinámico de las estructuras, ha supuesto una fuerte motivación dentro de diversos grupos de investigación, tanto institucionales como universitarios. Es en este ámbito donde tienen cabida los siguientes estudios y aplicaciones desarrollados por el GMC presentes en este artículo: sensibilidad al paso de integración en análisis modal, estudio simplificado de la torsión, valoración de los efectos de interacción vehículo-estructura en puentes isostáticos y propuesta de método simplificado para el cálculo dinámico de pasos inferiores.

La consideración de la interacción vehículo-estructura mencionados en el apartado 2.3 implica una reducción de las solicitaciones debido a la existencia de mecanismos que facilitan la disipación de energía (amortiguadores) o sistemas que la intercambian entre ambos subsistemas (suspensiones). Para situaciones no resonantes o puentes hiperestáticos, los efectos de interacción no suelen ser determinantes en el cálculo, recomendándose la utilización de modelos de cargas puntuales. Sin embargo, en tableros isostáticos de luces cortas, (10 - 30) m, aparecen efectos resonantes pronunciados y aceleraciones elevadas, y en muchas ocasiones dichos modelos de cargas puntuales dan resultados por encima de los límites permitidos.

Con los modelos de interacción vehículo–estructura se puede conseguir una reducción efectiva de estos resultados. El problema es que estos modelos de interacción son a menudo excesivamente complejos para aplicar en fase de proyecto. El estudio expuesto en el apartado 6 cuantifica numéricamente la reducción obtenida en el comportamiento dinámico de puentes isostáticos como consecuencia de la utilización de los modelos simplificados de interacción del apartado 2.3.

Los procedimientos de cálculo previstos en las normas más recientes son sencillos para los casos de estructuras isostáticas, tales como tableros simplemente apoyados, en las que en la práctica se puede considerar que existe un único modo de vibración predominante. Para estos casos puede obviarse un cálculo dinámico completo, encontrándose envolventes analíticas para

dichos efectos (apartado 2.4). Sin embargo, para las estructuras hiperestáticas, tales como los puentes con tablero continuo, sí es necesario realizarlo, ya que en la respuesta dinámica de las mismas intervienen varios modos de vibración.

Los pasos inferiores (pórticos, marcos o bóvedas) están también en esta última categoría, puesto que por lo general son estructuras en las cuales el tablero tiene una sustentación hiperestática, y por tanto no son aplicables directamente los procedimientos simplificados de valoración de los esfuerzos dinámicos. Confluyen además otros aspectos que complican una correcta modelización de la respuesta dinámica: el posible cubrimiento de tierras por debajo de balasto y subbalasto, la vibración transmitida al terreno en contacto con los hastiales o estribos, etc. Todo lo anterior contribuye a una paradoja indeseable: las estructuras más simples, y en las que en la práctica no se evidencian efectos de resonancia, son las que a priori exigen un esfuerzo de cálculo mayor para la correcta valoración de los efectos dinámicos. En el apartado 7 se expone el trabajo realizado para analizar la respuesta dinámica de los pasos inferiores de ferrocarril y proponer un método de cálculo envolvente que permita emplear los procedimientos simplifica-dos desarrollados para tableros isostáticos.

Es norma de buena práctica el realizar un análisis de sensibilidad a la variación del paso de integración, antes de abordar un cálculo dinámico completo. En el apartado 8 se aborda un estudio sobre las distintas recomendaciones que aparecen tanto en la normativa vigente como en la literatura técnica.

En [8] se propone un método simplificado para valorar los efectos de la torsión en puentes de ferrocarril, según el cual se considera como envolvente de cálculo más desfavorable, la superposición lineal de los efectos dinámicos asociados a la flexión y a la torsión, estudiados ambos efectos por separado. En el apartado 9 se ha realizado una valoración del ajuste de este método simplificado.

En el artículo se ofrece en primer lugar una descripción de las características básicas de los diversos métodos de cálculo. A continuación se discuten los trenes que deben emplearse en los cálculos dinámicos. Se sigue con un resumen de los métodos de cálculo dinámico previstos en la nuevo borrador de la IAPF y en el borrador final último del Eurocódigo, y se exponen algunos de los resultados obtenidos por el GMC dentro de su labor investigadora.

2. MÉTODOS DE CÁLCULO

2.1. Coeficiente de impacto Φ

El método básico seguido hasta ahora en las diversas normas e instrucciones para cálculo de puentes de ferrocarril ha sido el del coeficiente de impacto, denominado generalmente Φ . Como ya se ha discutido en el apartado 1, dicho coeficiente representa el efecto dinámico de las cargas aisladas móviles, pero no la resonancia.

Las expresiones generales contenidas en las normas pretenden ofrecer fórmulas sencillas que tengan el carácter de envolvente para los rangos de velocidades, frecuencias de las estructuras y tipos de trenes considerados.

2.1.1. Instrucción IAPF-75

 \triangleleft

La norma española IAPF-75 [19] define un «incremento dinámico», expresado en tanto por ciento (%), para el cual prescribe los valores siguientes, en tableros isostáticos:

$$I = \begin{cases} 0,33v, & \text{luz } L < 6 \text{ m};\\ \frac{114\sqrt{L}}{3,10 - 1,76\sqrt{L} + L}, & \text{luz } L \ge 6 \text{ m}. \end{cases}$$

En esta expresión v es la velocidad del tren en km/h. El incremento dinámico anterior da lugar a un coeficiente de impacto $\Phi = 1 + I/100$ que se aplica a las solicitaciones estáticas definidas por unos trenes tipo específicos, denominados «tren tipo A» y «tren tipo B», que incluyen cargas puntuales de 30 t y sobrecargas repartidas de hasta 12 t/m.

Para tramos continuos la expresión propuesta es

$$I = 65 \frac{\mu}{1 - \mu + \mu^2}; \qquad \mu = \frac{vT}{2L},$$
(1)

siendo T el periodo fundamental de vibración, y debiendo expresarse la velocidad v para esta fórmula en m/s (hay una errata en la norma publicada, en ella se dice km/h).

El rango de velocidades de aplicación de este coeficiente es $v \leq 200 \, \text{km/h}$.

2.1.2. Ficha UIC-776-1R

En esta instrucción [18], posteriormente a la propuesta española de la IAPF-75, se propone un coeficiente de impacto asociado a un tren tipo de cargas (UIC71) que han sido adoptados por la mayoría de las instrucciones de cálculo de los distintos países, así como en el eurocódigo actualmente vigente [21]. El tren de cargas tipo (UIC71) considera cargas concentradas de 250 kN, así como cargas distribuidas de 80 kN/m. Nótese que los valores de este tren tipo son menores que los definidos por la instrucción Española IAPF-75 [19], detallados en el subapartado anterior.

El coeficiente de impacto, en vías con grado de mantenimiento bueno, para cálculo de momentos flectores, es:

$$\Phi_2 = \frac{1.44}{\sqrt{L_{\Phi}} - 0.2} + 0.82; \quad \Phi_2 \ge 1.$$
⁽²⁾

La luz equivalente L_{Φ} coincide con la real en un elemento isostático biapoyado, y se da una tabla de equivalencias para otros tipos estructurales.

Este coeficiente de impacto se aplica multiplicando a los valores estáticos de las solicitaciones obtenidas con el tren UIC71:

$$\Phi S_{\text{est,tipo}} \ge S_{\text{din,real}},$$
(3)

donde $S_{\text{est,tipo}}$ y $S_{\text{din,real}}$ son las solicitaciones correspondientes al tren tipo bajo condiciones estáticas y a cada tren real bajo condiciones dinámicas, respectivamente.

El valor de Φ anterior resulta de obtener una envolvente dinámica para todos los trenes reales.

La interpretación de esta envolvente es como sigue:

$$\Phi S_{\text{est,tipo}} \ge (1 + \varphi' + \varphi'') S_{\text{est,real}}.$$
(4)

Es importante observar que, el coeficiente Φ se aplica a las solicitaciones obtenidas por el tren tipo, mientras que los factores $(1 + \varphi' + \varphi'')$ se aplican a los trenes reales, normalmente bastante menos pesados que el tren tipo.

El valor de φ' corresponde al incremento dinámico propiamente dicho, para el tren sobre vía ideal sin irregularidades, y se formula como:

$$\varphi' = \frac{K}{1 - K + K^4}; \qquad K = \frac{v}{2L_{\Phi}f_0}.$$
 (5)

(Nótese que en esta fórmula K coincide con el parámetro μ de la expresión (1) de la IAPF-75, y que ambas expresiones son muy similares, diferenciándose tan sólo en la potencia cuarta o segunda del último sumando en el denominador).

El valor de φ'' responde al efecto de las irregularidades, y vale:

$$\varphi'' = a \left[0.56 e^{-\left(\frac{L_{\Phi}}{10}\right)^2} + 0.50 \left(\frac{f_0 L_{\Phi}}{80} - 1\right) e^{-\left(\frac{L_{\Phi}}{20}\right)^2} \right]$$
(6)

siendo $a = \min(\frac{v}{22}, 1)$, estando la velocidad v expresada en m/s.

La aplicación del coeficiente de impacto Φ está sujeto a algunas restricciones, con objeto de que responda a las situaciones reales de puentes y de trenes para las que fue formulado y comprobada su validez. En concreto, la frecuencia fundamental del puente debe estar contenida en un *huso* definido en relación con la luz del puente, en la figura 7.



Figura 7. Límites de la frecuencia natural f_0 en Hz, en función de la luz del elemento, para aplicación del coeficiente de impacto Φ

El coeficiente Φ así definido no tiene en cuenta efectos resonantes. Con objeto de evitar esta posibilidad, la mayoría de las instrucciones que especifican su uso (p.ej. [21]) lo limitan para

velocidades $v \leq 200 \, \mathrm{km/h}$.

2.2. Cálculo dinámico con cargas móviles

Como se ha dicho anteriormente, el método del coeficiente de impacto, en contrapartida a su sencillez, tiene una serie de limitaciones. La principal de ellas es que, al no considerar la resonancia, no es válido para velocidades altas (generalmente se consideran altas v > 200 km/h). En estas circunstancias puede realizarse un cálculo dinámico con cargas móviles.

Esta clase de métodos se basan en la integración en el tiempo de las ecuaciones dinámicas de la estructura, sometida a una serie de cargas móviles de valores dados, representativas de cada eje de la composición ferroviaria. El modelo de la estructura puede estudiarse bien mediante una integración completa del sistema con N grados de libertad, bien mediante una reducción de grados de libertad a partir de un análisis modal que reduzca sustancialmente el número de ecuaciones a integrar. A su vez, la reducción modal se puede realizar mediante una extracción numérica aproximada de los modos de vibración, capacidad existente en la mayoría de los programas de cálculo por elementos finitos, o alternativamente mediante un cálculo analítico de los mismos para ciertos casos de estructuras sencillas en las que esto resulta posible.

2.2.1. Métodos analíticos

El problema clásico de un *puente isostático biapoyado* puede tratarse mediante los modos de vibración *exactos* que responden a las hipótesis de la viga de Bernouilli [9], siendo las formas modales $\phi_n(x) = \operatorname{sen}(n\pi x/l)$ y las frecuencias asociadas $\omega_n = (n\pi)^2 \sqrt{EI/(\overline{m}l^4)}$. En la figura 8 se representan los tres primeros modos de vibración. Generalmente, para el caso isostático, basta considerar un único modo de vibración, con lo cual el problema se reduce a una ecuación dinámica con un grado de libertad y su resolución e interpretación se simplifica considerablemente.

Para *estructuras hiperestáticas* más complejas no es posible en general una extracción analítica de modos de vibración y frecuencias propias. Sin embargo estas soluciones analíticas se pueden obtener en algunos casos concretos, como los pórticos (intraslacionales) y para vigas continuas de dos o tres vanos [15]. Para pórticos rectangulares el procedimiento [12] es algo más complejo que en el caso de la viga biapoyada. Como ejemplo, en la figura 9 se muestran los dos primeros modos de oscilación. La expresión de la frecuencia propia correspondiente al primer modo se expresa a través de un parámetro b mediante la ecuación:

$$\omega_1 = \left(\frac{b}{l_d}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\overline{m}_d}} \tag{7}$$

donde l_d es la luz del dintel, $E_d I_d$ es su rigidez a flexión y \overline{m}_d es su masa por unidad de longitud. El parámetro b se obtiene resolviendo la ecuación no lineal:

$$\frac{k_p(1-\cosh(k_ib)\cos(k_ib))}{\cosh(k_ib)-\sinh(k_ib)\cos(k_ib)} + \frac{1-\cosh b \cos b}{(\cosh b+1)\sin b - (\cos b+1)\sinh b} = 0$$
(8)



Figura 8. Tres primeros modos de vibración de una viga isostática

siendo:

$$k_p = \sqrt[4]{\frac{I_d^3 \overline{m}_d}{I_h^3 \overline{m}_h}} \qquad k_i = \frac{l_h}{l_d} \sqrt[4]{\frac{I_d \overline{m}_h}{I_h \overline{m}_d}}$$
(9)

En esta ecuación el subíndice h se refiere al hastial del pórtico.



Figura 9. Dos primeros modos de oscilación de un pórtico correspondiente a un paso inferior de una línea de ferrocarril de alta velocidad y valor de la constante b para cálculo de la frecuencia propia según la ecuación (7)

Una vez que se conocen los modos de oscilación es necesario integrar las ecuaciones de la dinámica. Para ello, la solución básica es la respuesta de la estrutura a una carga aislada (figura

10). Se considerará una viga continua de longitud l, siendo $\phi_i(x)$, M_i y ω_i la forma modal, la masa modal y la frecuencia propia del modo i-ésimo, respectivamente. La ecuación diferencial para una carga puntual F que recorre la estructura con velocidad constante v es:

$$M_i \ddot{y}_i + 2\zeta_i \omega_i M_i \dot{y}_i + \omega_i^2 M_i y_i = F \langle \phi_i(vt) \rangle$$
⁽¹⁰⁾

siendo y_i la amplitud del modo de vibración (flecha de la estructura), ζ_i la fracción de amortiguamiento crítico del modo i y $\langle \phi(\bullet) \rangle$ una notación con el significado siguiente:

$$\langle \phi(x) \rangle = \begin{cases} \phi(x) & \text{si } 0 < x < l \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$
(11)



Figura 10. Respuesta bajo carga puntual aislada

Una vez que se conoce la respuesta a una carga puntual aislada, la respuesta a un tren de cargas se obtiene como la superposición de respuestas a cargas puntuales F_k (figura 11). La ecuación diferencial correspondiente al modo *i* es en este caso:

$$M_i \ddot{y}_i + 2\zeta_i \omega_i M_i \dot{y}_i + \omega_i^2 M_i y_i = \sum_{k=1}^{n_{\text{eps}}} F_k \langle \phi_i (vt - d_k) \rangle.$$
(12)



Figura 11. Respuesta a un tren de cargas

2.2.2. Métodos de elementos finitos

El cálculo dinámico de puentes de ferrocarril basado en modelos de cargas móviles también se puede abordar mediante métodos de elementos finitos. Estos métodos tienen una aplicabilidad general para cualquier tipo de estructuras, incluyendo si es preciso comportamientos de tipo no lineal.

En este caso se realiza una discretización espacial de la estructura en elementos finitos, obteniéndose un modelo con un número discreto N de grados de libertad, y una discretización temporal en pasos de tiempo. El análisis se puede realizar bien mediante la integración directa en el tiempo del modelo completo, o bien mediante análisis modal. En ambos casos el problema básico a resolver es el sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\mathbf{Md} + \mathbf{Cd} + \mathbf{Kd} = \mathbf{f},\tag{13}$$

donde M es la matriz de masas, C es la matriz de amortiguamientos, K es la matriz de rigidez, f es el vector de fuerzas externas, y d es el vector (incógnita) de desplazamientos nodales.

Mediante la integración directa del modelo completo se resolvería en cada paso de tiempo el sistema completo (13) de N grados de libertad, en el que las ecuaciones están por lo general acopladas, y por tanto deben resolverse de forma simultánea. Este procedimiento es válido también cuando se deseen incluir efectos no lineales en la respuesta, en cuyo caso las fuerzas internas elásticas y de amortiguamiento viscoso en la expresión anterior deberán sustituirse por un término general (no lineal) del tipo $\mathbf{F}^{\text{int}}(\mathbf{d}, \mathbf{d}, \ldots)$.

Si el comportamiento de la estructura es lineal se puede realizar una análisis modal con una reducción notable de grados de libertad. En una primera fase se resuelve el problema de autovalores obteniendo numéricamente los n autovalores (frecuencias propias) y modos normales de vibración más significativos (generalmente $n \ll N$). A continuación estos modos de vibración se integran en el tiempo. Las ecuaciones quedan desacopladas reduciéndose la respuesta de cada modo a la ecuación dinámica de un sistema con un grado de libertad [9].

El procedimiento más sencillo para modelizar el tren de cargas es aplicar escalones de carga en cada nodo. A cada nodo se le asigna en cada instánte una carga si el eje está en un elemento que contiene al nodo en cuestión. En tal caso, la magnitud de la carga nodal depende de la distancia del eje al nodo. Este procedimiento se esquematiza en la figura 12 para un nodo genérico A.

Este esquema adaptado para los trenes reales definidos en la instrucción [13] se ha implementado en el programa de elementos finitos FEAP [10]. Con esta metodología y la integración en el tiempo de los modos de oscilación se han obtenido los resultados descritos en el trabajo [12].

2.3. Cálculo dinámico con interacción vehículo-estructura

El cálculo dinámico con interacción vehículo-estructura consiste al igual que el cálculo con cargas móviles en una integración en el tiempo de las ecuaciones dinámicas. Añaden la consideración adicional de la vibración del propio vehículo debido a la suspensión del mismo, por lo cual las cargas de los ejes no poseen en la realidad un valor fijo durante el paso del puente.

Este tipo de modelos representan, en el caso más general (figura 13) la suspensión primaria, con sus valores de rigidez y amortiguamiento por eje (K_p, C_p) , la suspensión secundaria, con los correspondientes valores de rigidez y amortiguamiento por bogie (K_s, C_s) , la masa no



Figura 12. Definición de la fuerza nodal en el nodo A para una carga móvil F

suspendida, correspondiente a la masa nominal del eje de la rueda (m_w) , la longitud, masa y momento de inercia del bogie (L_B, M_B, J_B) , la masa suspendida y momento de inercia que corresponden a la caja del vehículo (M, J) y la geometría del vehículo: longitud total (L), distancia entre el centro de gravedad de la caja del vehículo y los pivotes de los bogies delantero y trasero (d_{Bd}, d_{Bt}) y la distancia entre ejes de un bogie (d_{eB}) . En aquellos vehículos en los



Figura 13. Modelo completo de interacción vehículo-estructura.

que el sistema de guiado no se realice a través de sistemas tipo bogies se adaptaría el esquema anterior a la configuración particular de los ejes y del sistema de suspensión, con el nivel de detalle equivalente.

Los modelos completos anteriores no siempre son necesarios, pudiendo realizarse una simplificación de los mismos. Se denominan *modelos simplificados* de cálculo con interacción vehículo–estructura, aquellos en los que se modelizan las suspensiones de cada eje de forma independiente, sin tener en cuenta el efecto de acoplamiento de la caja del vehículo. De esta forma se tiene en cuenta (ver figura 14) la suspensión primaria, con sus valores de rigidez y amortiguamiento por eje (K_p, C_p) , la masa no suspendida, correspondiente a la masa nominal del eje de la rueda más la parte proporcional de la masa totalmente suspendida (caja del vehículo) $(m_{ns})^1$ y la masa suspendida, que en este caso, en valor es equivalente a la parte proporcional de la masa del bogie (m_s) . Existe otra variante, equivalente a esta modelización, propuesta en



Figura 14. Modelo simplificado de interacción vehículo-estructura (izqda.). Variante al modelo propuesta en la ficha UIC-776-2 [8] (dcha.)

la futura ficha UIC 776-2 [8] y que se representa en la figura 14.

Es importante señalar que en los modelos simplificados de interacción cada eje es independiente del resto —lo que significa que no hay interacción entre los ejes de un mismo vehículo—, mientras que en los modelos completos, existe cierta interacción entre ellos, pues la modelización parte de la totalidad de la caja del vehículo.

Modelo con interacción propuesto.— Este modelo se ha implementado en [5], aplicación informática que ha servido de base para el desarrollo del trabajo de investigación expuesto en este artículo. Se considera un tren de k cargas, representadas cada una de ellas según un modelo simplificado de interacción vehículo estructura (figura 15).

Al considerar en el cálculo un tren de cargas, se incrementa el número de ecuaciones diferenciales a resolver; en el caso de una carga aislada se limita al número de modos de vibración considerados n más la correspondiente al sistema mecánico del elemento simplificado de interacción, en total n + 1. Suponiendo un grupo de k cargas, tendremos que resolver un sistema de n + k ecuaciones diferenciales.

Las ecuaciones correspondientes a los modos de vibración del puente varían en el término de la carga modal, puesto que, para cada instante, se deberá calcular qué cargas se encuentran sobre la deformada y el valor de la amplitud correspondiente a la posición.

Para el caso general se plantean las siguientes ecuaciones:

¹Nótese que aunque se denomina de la misma manera —masa no suspendida— a m_{ns} (modelo simplificado) y a m_w (modelo completo), la manera de calcular estos valores es diferente.



Figura 15. Tránsito de un tren de cargas según el modelo simplificado de interacción vehículo-estructura: a) elemento de interacción; b) definición geométrica de variables

• Para cada modo de vibración $(i = 1 \dots n)$:

$$M_{i} \ddot{q}_{i} + C_{i} \dot{q}_{i} + K_{i} q_{i} = \sum_{j=1}^{k} \langle \phi_{i}(d_{rel}^{j}) \rangle \left(g \, m^{j} + m_{a}^{j} \, \ddot{y}^{j} \right)$$
(14)

• Para cada elemento de interacción $(j = 1 \dots k)$:

$$m_{a}^{j}\ddot{y}^{j} + k^{j} \left[y^{j} - \sum_{i=1}^{n} q_{i} \left\langle\phi_{i}(d_{rel}^{j})\right\rangle\right] + c^{j} \left[\dot{y}^{j} - \sum_{i=1}^{n} \dot{q}_{i}\left\langle\phi_{i}(d_{rel}^{j})\right\rangle - \sum_{i=1}^{n} q_{i} v\left\langle\phi_{i}^{\prime}(d_{rel}^{j})\right\rangle\right] = 0$$
(15)

En las ecuaciones (14) y (15) se ha empleado la notación $\langle \phi(\bullet) \rangle$, definida en la ecuación (11). Por otra parte, se denomina d_{rel}^j a la posición relativa del elemento j sobre el puente. Tomando el instante inicial t = 0 cuando la cabeza de la composición está en la entrada al puente (x = 0), resulta:

$$d_{rel}^j = vt - d^j \tag{16}$$

Teniendo en cuenta la naturaleza de las ecuaciones que resultan (sistema de ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden), se recomienda, para su integración, la regla trapezoidal, variante de la familia β -Newmark definida por $\beta = 1/4$ y $\gamma = 1/2$. En [4] se discuten este y algunos otros aspectos sobre la implementación de modelos de integración en cálculo dinámico de puentes de ferrocarril.

2.4. Modelos basados en series de armónicos

Este tipo de modelos evita la realización de un cálculo dinámico por integración en el tiempo, aunque en contrapartida su aplicación está limitada a *puentes isostáticos*, cuya representación dinámica puede hacerse mediante un sólo modo de vibración armónico.

Partiendo de distintos desarrollos matemáticos, se desarrolla en última instancia una combinación de series de armónicos, y se establece una cota superior de dicha suma. los distintos modelos disponibles de este tipo introducen también un mismo concepto, de especial relevancia en la interpretación intuitiva de la respuesta: la *impronta dinámica* asociada a un tren de cargas dado.

Como su propio nombre indica, la *impronta dinámica* de un tren no es más que la «firma», entendida como una curva geométrica que caracteriza su agresividad en relación a los efectos dinámicos producidos en un puente de ferrocarril. Los modelos de este tipo propuestos hasta el momento son:

- DER: Basado en la Descomposición de la Excitación en la Resonancia.
- LIR: Método simplificado basado en la Línea de Influencia Residual (LIR).
- **IDP:** Método simplificado de la Impronta Dinámica Proporcional.

Los métodos DER y LIR nacen dentro del grupo de expertos reunidos por el Instituto Europeo de Investigación Ferroviaria (ERRI), en su comité D214 sobre puentes de ferrocarril para velocidades superiores a 200 km/h [7]. El método IDP ha sido desarrollado en [4] y [23].

Todos estos modelos tienen su aplicación limitada al ámbito de los *puentes isostáticos*, en los que se considera que la respuesta dinámica queda significativamente representada considerando únicamente el primer modo de vibración a flexión de la estructura. Además, este primer modo se representa mediante una función armónica, lo que facilita el desarrollo analítico de las series que resultan.

El método DER parte de la descomposición de la respuesta dinámica del puente en serie de Fourier y se centra en el estudio del término que corresponde a la resonancia en frecuencias. De esta manera se obtiene una cota de la aceleración máxima en el centro del vano como producto de dos funciones: la primera de ellas caracteriza la respuesta del puente y la segunda es la que se denomina impronta dinámica del tren.

El desarrollo matemático del método LIR se fundamenta en el análisis de las vibraciones libres producidas tras el paso de cada carga móvil individual en un puente isostático, según el análisis dinámico de una viga sometida a la acción de sucesivas cargas móviles.

La propuesta IDP se centra en el estudio de la aceleración máxima residual de cada carga móvil aislada, de la que se deduce una interpretación ligeramente mejor ajustada de la impronta dinámica que el método LIR. En particular, tiene en cuenta el amortiguamiento que se produce desde que un eje entra en el puente hasta que lo abandona y lo deja con un estado de vibración residual.

Todos estos métodos terminan acotando, analíticamente, la máxima solicitación dinámica en términos de aceleración o desplazamiento en un punto dado como producto de tres términos. En este triple producto queda diferenciada claramente la contribución de la estructura y la agresividad del tren circulante.

Sirva como ejemplo la propuesta del método LIR para la aceleración máxima. Este valor en el centro del vano, Γ , se obtiene como producto de los factores siguientes:

$$\Gamma = C_{\text{acel}} \cdot A(K) \cdot G(\lambda), \tag{17}$$

donde $C_{\text{acel}} = 1/M$ es una constante (la inversa de la masa total del tramo isostático), $\lambda = v/f_0$ (longitud de onda), con v la velocidad de circulación y f_0 la frecuencia propia (Hz) del primer modo de vibración, y $K = \lambda/(2l)$, siendo l la longitud del tramo isostático. Los demás términos tienen la siguiente definición:

$$A(K) = \frac{K}{1 - K^2} \sqrt{e^{-2\zeta \frac{\pi}{K}} + 1 + 2\cos\left(\frac{\pi}{K}\right) e^{-\zeta \frac{\pi}{K}}}$$
(18)

$$G(\lambda) = \max_{i=1}^{N} \sqrt{\left[\sum_{x_1}^{x_i} F_i \cos\left(2\pi\delta_i\right) e^{-2\pi\zeta\delta_i}\right]^2 + \left[\sum_{x_1}^{x_i} F_i \sin\left(2\pi\delta_i\right) e^{-2\pi\zeta\delta_i}\right]^2}$$
(19)

En estas expresiones ζ es la tasa de amortiguamiento, x_i son las distancias de cada uno de los N ejes de carga F_i al primer eje de la composición, y $\delta_i = (x_i - x_1)/\lambda$.

El término $G(\lambda)$ (ecuación (19)) es el denominado con anterioridad *impronta dinámica*. Depende sólo de la distribución de las cargas por eje del tren y del amortiguamiento. Cada tren de cargas tiene una impronta dinámica propia del mismo, que es independiente de las características mecánicas de los puentes. En la figura 16 se representa la impronta dinámica del tren ICE2, para distintos valores de amortiguamiento.



Figura 16. Impronta dinámica del tren ICE2 según distintos valores del índice de amortiguamiento.

A(K) es una función determinada para cada caso particular de puente; depende de la longitud del puente (l), de su frecuencia natural (f_0) , de su amortiguamiento (ζ) y del rango de velocidades de circulación (v) en estudio. A esta función del parámetro r se le llama *línea de influencia dinámica* del puente. De los tres términos considerados, ni C_{acel} ni A(K) dependen de las características del tren. Separando las contribuciones del puente y las del tren ($G(\lambda)$, impronta dinámica), se hace posible determinar rápidamente los parámetros críticos de luz y longitud de onda (proporcional a la velocidad de circulación del tren, v) que hacen máxima la respuesta del tablero.

3. TRENES REALES DE ALTA VELOCIDAD E INTEROPERABILIDAD

Una característica de la resonancia es que su ocurrencia o no para un puente determinado depende de manera acusada de la velocidad de circulación (velocidades críticas de resonancia), así como del tipo de tren.

En relación con las velocidades de circulación, con carácter general deberán realizarse siempre que sea posible barridos de cálculos dinámicos con incrementos de velocidad de 2,5 ó 5 km/h (en ningún caso superior a 10 km/h). Para las velocidades frecuentes de circulación, este barrido deberá ser más fino.

En relación con los tipos de trenes, aunque una línea de ferrocarril determinada esté inicialmente operada por uno o más tipos tipos de trenes de alta velocidad determinados, parece claro que conviene no restringir el tipo de trenes que puedan circular por la misma en un futuro más o menos lejano. Además de permitir de esta manera variar las condiciones de explotación y los trenes de alta velocidad que circulen, se abre la posibilidad de interconexión con otras líneas Europeas de alta velocidad, permitiendo que todos los trenes Europeos circulen por las líneas que hayan sido concebidas con criterios de *interoperabilidad*

En este sentido, una posibilidad es que el cálculo dinámico de un puente o viaducto determinado conviene que se realice para todos los tipos de *trenes reales* actuales o previstos.

Otra posibilidad que puede resultar más ventajosa es establecer unas condiciones de interoperabilidad, de forma que cubran las características de los trenes reales existentes y las evoluciones previstas, y que se puedan exigir a los nuevos trenes que se desarrollen a partir de ahora. Dadas estas condiciones debería poderse establecer unos *trenes universales* que resulten envolventes dinámicos de los efectos de los posibles trenes reales.

3.1. Trenes reales

Los trenes reales de alta velocidad en Europa son de tres tipos distintos (figura 17):

- 1. *Trenes convencionales:* cada coche de pasajeros tiene dos bogies, a su vez con dos ejes cada uno. De este tipo son los trenes ICE2, ETR-Y, VIRGIN.
- 2. *Trenes articulados:* los coches de pasajeros tienen un bogie de dos ejes en cada extremo, compartido con el coche adyacente, centrado en la articulación entre ambos. De este tipo son los trenes THALYS, EUROSTAR. El tren AVE es del tipo del THALYS.
- 3. *Trenes Regulares:* Los coches de pasajeros están articulados también, pero esta articulación no se apoya en un bogie compartido sino en un único eje entre cada dos coches. Es el caso del TALGO AV.

 \triangleleft



Figure E1 - Articulated train



Figure E2 - Conventional train



Figure E3 - Regular train

Figura 17. Tipos de trenes de alta velocidad, según Eurocódigo 1 [22]

 \triangleright

En la nueva instrucción IAPF [13] se detallan las composiciones de cada uno de estos tipos de trenes. Conocidos estos, cabe realizar la impronta dinámica de cada uno de los trenes reales (figura 18), y a partir de estas obtener una impronta envolvente (figura 19). Esta envolvente podría utilizarse en el cálculo dinámico, simplificando el mismo de manera clara.



Figura 18. Impronta dinámica sin amortiguamiento de las composiciones de alta velocidad europeas.

3.2. Modelo para interoperabilidad en líneas de alta velocidad (HSLM)

Del estudio de la envolvente anterior (figura 19) se pueden presentar las siguientes objeciones para su utilización como envolvente de referencia:

- Generalidad: La envolvente obtenida no es lo suficientemente general como para proponerla como limitación constructiva de los futuros trenes: una ligera variación de parámetros de un tren actual —como podrían ser, por ejemplo, la longitud de los vehículos, el valor nominal de la carga por eje o la distancia de acoplamiento— podría modificar fácilmente su impronta dinámica original de manera que no quede cubierta por la envolvente. Por esta razón se puede concluir que adoptar la envolvente de referencia así definida es demasiado restrictivo;
- Operatividad de cálculo: La envolvente de la impronta dinámica de los trenes reales define una agresividad de referencia de cara a la construcción de nuevos trenes, pero no propone una metodología de cálculo específica asociada a esta envolvente. Ésto constituye una deficiencia en la envolvente propuesta, puesto que no soluciona uno de los principios de la



Figura 19. Impronta dinámica envolvente de los trenes europeos de alta velocidad; Tasa de amortiguamiento estructural $\zeta = 0$ %.

interoperabilidad de redes: proporcionar una metodología simplificada de cálculo asociada a la envolvente dinámica de referencia.

Con objeto de permitir un método de cálculo más general y no sujeto a estos inconvenientes, en el seno del comité ERRI D214 [26] se ha definido analíticamente una familia de trenes universales cuyos efectos dinámicos sobre las estructuras envuelven a cualquier tren real que circule en la actualidad. Esta familia —de nombre UNIV-A— presenta las características recogidas en el cuadro 1.

	UNIV-A
Tipo	articulado
Longitud total	$\simeq 400 \text{ m}$
Longitud de los coches D	de 18 a 27 m
Carga por eje	170 kN
Distancia entre ejes de un mismo bogie	2,5 m
Locomotoras en cabeza y cola de la composición	Sí

Cuadro 1. Características de los trenes universales UNIV-A. Fuente: Informe técnico del Comité ERRI D214 [26]

Como se puede deducir de su definición, los trenes universales constituyen una familia que depende de la longitud del vehículo D, esto es, para cada valor de D que se encuentre dentro

de los rangos propuestos en el cuadro 1 corresponde a un miembro de esta familia. El conjunto de trenes que se generan de la variación del parámetro *D* constituye la envolvente de los trenes universales UNIV-A.

En la figura 20 se define gráficamente, en función de la discretización de D adoptada, la envolvente de los trenes UNIV-A. Paralelamente, en la figura 21 se representa, para cada valor de la longitud de onda λ , la longitud del coche D que corresponde a la impronta crítica en ese punto, la que define el valor de la envolvente.



Figura 20. Impronta dinámica de los trenes UNIV-A: obtención de la envolvente para diferentes longitudes del vehículo D.

3.2.1. UNIV-A y el Talgo AV

En el contexto de la búsqueda de una impronta dinámica envolvente que cubriera los efectos dinámicos de todos los trenes reales, se propuso en [26] la envolvente de los trenes UNIV-A; sin embargo, tal y como se muestra en la figura 22, esta impronta no cubre al Talgo AV para longitudes de onda inferiores a 15 metros ($\lambda < 15$). Es de suponer que el mismo hecho se podría dar con otros trenes regulares reales, puesto que el Talgo AV es un ejemplo representativo de los mismos.

Con objeto de subsanar este defecto, se realizó un trabajo proponiendo determinadas variaciones en la definición de la familia UNIV-A, de forma que para longitudes de onda cortas se consideren ciertos trenes adicionales que cubran la envolvente de posibles trenes regulares como el TALGO AV [27]. Estas modificaciones fueron tenidas en cuenta y han dado lugar a la



Figura 21. Relación $\lambda - D$ para la envolvente de trenes UNIV-A. Tasa de amortiguamiento $\zeta = 0$ %.



Figura 22. Improntas dinámicas de la envolvente de trenes UNIV-A y del Talgo AV.

definición final de las familias de trenes de alta velocidad (HSLM) contenidas en la última y reciente versión (borrador final) del eurocódigo de acciones en puentes de ferrocarril [22].

4. CÁLCULO DINÁMICO EN LA INSTRUCCIÓN DE ACCIONES EN PUENTES DE FERROCARRIL (IAPF)

A partir de los elementos anteriormente descritos, se definen a continuación las características principales de los métodos de cálculo previstos en el nuevo borrador de la instrucción de acciones en puentes de ferrocarril, IAPF [13].

4.1. Modelo de cargas verticales de tráfico

El modelo de cargas para representar las acciones verticales del tráfico ferroviario adoptado ha sido el UIC71 —también llamado LM71—, adoptando así un modelo que se ha generalizado en prácticamente todos los países de nuestro entorno y en el eurocódigo [21, 22]. Se ha prescrito, con carácter general, el uso de un *coeficiente de clasificación* $\alpha = 1,21$, para vía de ancho internacional y de ancho RENFE. El caso de la vía métrica queda cubierto también con un coeficiente $\alpha = 0,91$.

Este coeficiente α de hecho aumenta las cargas del modelo LM71, convirtiendo las cargas puntuales de 250 kN a 302 kN, y las sobrecargas distribuidas de 80 kn/m a 96,8 kn/m. Estos valores son del orden de los considerados hasta ahora en el diseño de los puentes de ferrocarril españoles en la IAPF-75 [19] (ver también el apartado 2.1.1).

Los motivos principales que han llevado a la comisión redactora a proponer el coeficiente $\alpha = 1,21$ son los siguientes:

- se ha comprobado que cubre de manera equivalente los efectos del modelo de cargas existente de la IAPF-75 [19];
- se mantiene la capacidad portante de la red ferroviaria, lo que de haberse rebajado las cargas al nuevo modelo LM71 sin α habría quedado reducido y las prestaciones del conjunto de la red mermadas;
- se ha analizado el sobrecoste en que se incurre de incluir o no el coeficiente $\alpha = 1,21$, resultando en valores extremadamente pequeños en relación con el conjunto de la estructura.
- basta con un único tren de cargas para los casos generales, y no se precisan —en líneas generales— trenes adicionales SW/0 (para puentes continuos), SW/2 (tráfico pesado) [22];
- permite extender validez del coeficiente de impacto envolvente Φ hasta 220 km/h, ya que multiplica a unas solicitaciones estáticas que guardan una proporción mayor respecto a las de los trenes reales que las del modelo LM71 sin mayorar por el coeficiente α .

4.2. Coeficiente de impacto envolvente Φ

En primer lugar, conviene citar la definición realizada del coeficiente de impacto Φ . Éste se define como envolvente de la solicitación que se esté estudiando:

$$\Phi = \max \frac{S_{\text{din,real}}}{S_{\text{est,tipo}}}$$

La relevancia de esta definición es que el mismo concepto de coeficiente de impacto envolvente es aplicable también a los cálculos dinámicos (en los que se calcularía $S_{din,real}$), cuyo resultado se sintetizará también en un coeficiente de impacto.

La fórmula directa del coeficiente de impacto es la misma que se incluye en el eurocódigo y que proviene de [18],

$$\Phi = \frac{1,44}{\sqrt{L_{\Phi}} - 0,2} + 0,82,$$

tal y como se describió en el apartado 2.1.2 (fórmula (2) para vía con buen mantenimiento). Las limitaciones del uso de dicho coeficiente son:

- 1. $v \le 220 \, \text{km/h};$
- 2. estructura *no singular* (es decir, considerada en el cuadro previsto para la luz equivalente L_{Φ});
- 3. frecuencia fundamental del puente $f_0 \in huso(L)$ (figura 7).

Para cualquier otro caso, en que no se cumpla alguna de las condiciones anteriores, será necesario hacer un cálculo dinámico más detallado, para lo cual se remite al anejo B de [13]. Estos procedimientos se resumen en el subapartado siguiente.

4.3. Procedimientos de cálculo dinámico

Para los casos en los que no sea de aplicación el coeficiente envolvente Φ , se establecen diversos procedimientos de cálculo dinámico. Estos procedimientos (salvo el citado en primer lugar, que es aplicable únicamente para $v \le 220 \text{ km/h}$) se aplicarán bien para los trenes reales de alta velocidad (definidos en la instrucción), bien para el modelo de cargas universal HSLM que también se halla incluido, y que permite garantizar la interoperabilidad de las líneas. este modelo HSLM consiste en general de una familia de 10 trenes HSLM-A, salvo para los casos de L < 7 m, en los que se deberá aplicar asimismo el tren HSLM-B.

Asimismo habrá de tenerse en cuenta que debe realizarse un barrido de velocidades entre la velocidad $v = 220 \,\mathrm{km/h}$ y la velocidad máxima de la línea mayorada por el coeficiente 1,2 como seguridad. El número de cálculos a realizar puede ser numeroso, sobre todo si quieren evaluarse distintas hipótesis estructurales, por lo que conviene planificar cuidadosamente dicho trabajo.

1. Coeficiente de impacto real.

Consiste en aplicar de forma más afinada los coeficientes dinámicos $\varphi' \neq \varphi''$, según se indica en las fórmulas (4), (5) y (6).

Este método sirve para líneas con velocidad de circulación $v \le 220 \text{ km/h}$, pero en las que no se cumpla alguno de los otros requisitos especificados para el coeficiente Φ , como la limitación del huso de frecuencias (figura 7). Para el cálculo del coeficiente φ' habrán de utilizarse un conjunto de trenes definidos específicamente para velocidades $v \le 220 \text{ km/h}$.

2. Impronta dinámica (LIR)

Este procedimiento permite evaluar los efectos dinámicos sin realizar como tal un cálculo dinámico con integración en el tiempo, tal y como se ha descrito anteriormente en el apartado 2.4. Basta con evaluar las expresiones indicadas en las fórmulas (17), (18), (19), que aunque a primera vista resultan un tanto complejas, pueden programarse con gran facilidad en cualquier hoja de cálculo por ordenador. El cálculo de esta manera resulta considerablemente más sencillo que la realización de un cálculo dinámico directo.

Este método tiene el inconveniente de que sólo es aplicable para puentes isostáticos, lo cual es una limitación importante para muchos viaductos y estructuras reales que no cumplen dicho requisito.

- 3. Cálculo dinámico por integración en el tiempo con cargas móviles Para los casos más generales, en los que el puente no sea un tramo isostático simple, podrá emplearse este método que ya ha sido descrito arriba en el apartado 2.2. Como se dijo, es posible emplear bien procedimientos analíticos directos para la extracción de los modos de vibración (subapartado) o bien los métodos más generales mediante elementos finitos, que permiten analizar cualquier tipo de estructura.
- 4. Cálculo dinámico por integración en el tiempo con interacción vehículo-estructura. En último lugar se cita este tipo de modelos (apartado 2.3) que salvo casos excepcionales resultan de complejidad excesiva para cálculos ordinarios de proyecto. Sin embargo, pueden ser de utilidad para afinar el cálculo bien en alguna situación especial de proyecto, bien como parte de un trabajo de investigación. Debe tenerse en cuenta que con los modelos de interacción la intensidad de los efectos dinámicos en los puentes es generalmente menor que con cargas de valor fijo, especialmente en puentes de luces cortas (véase el trabajo [11], expuesto en el apartado 6, en el que se obtienen reducciones de hasta el 45 % en los efectos dinámicos).

Por otra parte, la complejidad adicional también hace más difícil y arriesgada la labor del analista que define el tipo de modelo e interpreta los resultados, por lo que estos cálculos deben ser aprobados de manera específica por la autoridad competente.

En cualquiera de los casos anteriores, el resultado del cálculo dinámico puede interpretarse que da lugar al coeficiente dinámico (sin irregularidades):

$$\underline{\text{cálculo dinámico}} \rightarrow (1 + \varphi') = \frac{S_{\text{din,real}}}{S_{\text{est,real}}}$$
(20)

Una vez calculado esto, el efecto de las irregularidades de vía puede agregarse mediante el coeficiente φ'' , que se aplicaría al coeficiente anterior (20) de la manera siguiente:

$$(1+\varphi')(1+\varphi''/2).$$
 (21)

El máximo de todos estos valores para todos los posibles trenes y velocidades de circulación constituirá el coeficiente envolvente Φ .

Conviene recordar asimismo que los resultados de los cálculos dinámicos serán aplicados para verificar no sólo los estados límite últimos (ELU), sino también los estados límite de servicio (ELS) relacionados con deformaciones y aceleraciones máximas, que son objeto de otra ponencia en este congreso [24]. En particular, una de las condiciones que pueden resultar difíciles de satisfacer para determinados puentes de luces cortas son las limitaciones de aceleraciones (0,35g en puentes con balasto, 0,50g para vía en placa).

Por último, se hace notar que para el caso de puentes de dos vías, deben aplicarse las cargas estáticas $\alpha \times LM71$ en las dos vías simultáneamente, pero los efectos dinámicos máximos absolutos no deberán sumarse para las dos vías, sino combinarse mediante la regla de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados. Estos efectos dinámicos son los generados por la componente φ' de la expresión (20).

5. CÁLCULO DINÁMICO EN EL EUROCÓDIGO 1 (PREN 1991-2)

El último borrador del Eurocódigo 1 de acciones, en su parte 2 (acciones sobre puentes), constituye la propuesta final de un periodo de revisión, en el cual se han incorporado los resultados de los estudios y análisis realizados en el seno del ERRI, en particular del comité ERRI D214 para efectos de la alta velocidad ferroviaria sobre las estructuras [8]. Se trata de un documento muy reciente, de fecha 10/01/2002. Caben destacar los siguientes aspectos.

5.1. Modelo de cargas verticales de tráfico

Se emplea el modelo de cargas LM71 (UIC71), dejando abierta la posibilidad de establecer por la administración competente un coeficiente de clasificación $\times \alpha$. Adicionalmente deberán emplearse los trenes de carga SW/0 (puentes continuos), SW/2 (trenes pesados), y el tren sin carga para ciertas situaciones especiales.

5.2. Necesidad de cálculo dinámico

La decisión sobre este aspecto la resuelve el Eurocódigo mediante un cuadro de flujo en el que se preven las distintas posibilidades (figura 23).

Como aspectos más notables que se deducen de dicho cuadro, señalamos de forma resumida los siguientes:

- Situaciones en las que basta usar un cálculo estático y el coeficiente de impacto Φ :
 - $v \leq 200$ km/h y puente continuo;
 - $v \leq 200$ km/h y $f_0 \in$ huso (figura 7);
 - v > 200 km/h y puente isostático de luz $L \ge 40$ m, y $f_0 \in$ huso (figura 7);
 - v > 200 km/h y puente isostático, f_{torsion} > 1,2f₀, + uso de tablas F1/F2 para verificación de aceleraciones (ELS);

 \triangleright



Figura 23. Cuadro del nuevo Eurocódigo 1 [22] para determinar la necesidad o no de cálculos dinámicos

- *Situaciones en las que es necesario un cálculo dinámico directo* (resto de casos):
 - v > 200 km/h y puente no isostático (siempre)
 - v > 200 km/h y puente isostático (si L < 40 m, ó si $f_{\text{torsion}} \le 1,2f_0$, ó si no cumple la condición $(v/f_0)_{\text{lim}}$ de las tablas F1/F2.

Como resultado del cálculo dinámico se obtiene el coeficiente

$$\varphi'_{\rm din} = \max \left| \frac{y_{\rm din}}{y_{\rm est}} \right| - 1.$$
 (22)

Este coeficiente se calculará bien para todos los trenes reales (RT) o bien para los trenes HSLM. El efecto dinámico máximo se calculará finalmente mediante:

$$(1 + \varphi'_{\text{din}} + \varphi''/2) \times (\text{HSLM \acute{o} RT}), \quad \acute{o} \quad \Phi \times (\text{LM71} + \text{SW/0})$$

Por último, cabe notar que para el caso de tableros con dos vías exige el cálculo dinámico tan sólo en una de ellas.

6. VALORACIÓN DE LA INTERACCIÓN DINÁMICA VEHÍCULO-ESTRUCTURA EN PUENTES ISOSTÁTICOS

6.1. Alcance del estudio

El objeto de esta aplicación es evaluar la reducción efectiva que es posible aplicar a los cálculos dinámicos realizados sin considerar la interacción vehículo-estructura, tales como los modelos basados en series de armónicos o modelos de cargas puntuales, métodos más usuales en los proyectos reales de ingeniería.

Se ha realizado un análisis modal utilizando el primer modo de vibración, sin tener en cuenta la deformación por cortante, comparando un modelo de cargas puntuales con el modelo de interacción propuesto en el apartado 14. La integración temporal se ha realizado usando la regla trapezoidal. Se han analizado puentes isostáticos de luces (l) entre 10 y 40 m, cuyas características siguen las propuestas en el catálogo de puentes isostáticos de [7]. El barrido de velocidades es de (120 - 420) km/h, con $\Delta v = 2,5$ km/h. Los trenes de carga utilizados han sido los correspondientes al Ice2, Eurostar y Talgo AV, definidos en [13], y las tasas de amortiguamiento $\zeta = 0,5$ %, $\zeta = 1$ %, $\zeta = 1,5$ % y $\zeta = 2,0$ %. Para la implementación del modelo se ha usado la aplicación [5].

Los cálculos realizados, como era de esperar, muestran una reducción significativa de los desplazamientos y velocidades máximas para los modelos con interacción. Como muestra de los resultados obtenidos, se incluye la tabla 2.

6.2. Resultados

A la vista de los resultados expuestos, se concluye en primer lugar que los modelos de cargas puntuales sobrevaloran de forma clara, en términos generales, la respuesta en aceleraciones y desplazamientos de una estructura isostática; en términos comparativos, los modelos de inte-

-								
2 <mark>20</mark>	ζ=0.5	5%	ζ=19	%	ζ=2%		ζ=4%	
L [m]	desp	acel	desp	acel	desp	acel	desp	ace
5	-25%	-35%	-15%	-25%	-10%	-20%	-5%	-10%
10	-30%	-35%	-20%	-25%	-10%	-15%	-5%	-10%
15	0070	450/	150/	250/0	E9/	200/	0/0	150/
15	-2.3 /6	-40/0	-13 %	-00%	-5 %	-20%	0 /8	-13/0
20	-10%	-20%	-5%	-15%	0%	-10%	0%	-5%
25	-10%	-35%	-5%	-25%	0%	-10%	0%	-5%
30	0%	-15%	0%	-5%	0%	0%	0%	0%
40	0%	-10%	0%	- 5%	0%	- 5%	0%	0%
2 <mark>50</mark>	ζ=0.5%		ζ=1%		ζ=2%		ζ=4%	
L [m]	desp	acel	desp	acel	desp	acel	desp	acel
5	-25%	-35%	-15%	-25%	-10%	-20%	-5%	-10%
10	-30%	-35%	-25%	-25%	-15%	-15%	-5%	-10%
15	_25%	-45%	_15%	-35%	-5%	-20%	_5%	-15%
15	-2.576	-4J/0	-1376	-0076	-578	-20%	-576	-1376
20	-10%	-20%	-5%	-15%	0%	- 10%	0%	-5%
25	-10%	-35%	-5%	-25%	0%	-10%	0%	-5%
30	-5%	-15%	0%	-15%	0%	-5%	0%	-5%
40	0%	-10%	0%	-5%	0%	-5%	0%	0%
2 <mark>70</mark>	ζ=0.5	5%	ζ=19	%	ζ=2	%	ζ=4%	
L [m]	desp	acel	desp	acel	desp	acel	desp	acel
5	-25%	-35%	-15%	-25%	-10%	-20%	-5%	-10%
10	-30%	-35%	-25%	-25%	-15%	-15%	-5%	-10%
15	-25%	-45%	-20%	35%	-10%	-20%	-5%	-15%
20	_10%	-20%	_5%	-15%	0%	-10%	0%	-5%
20	-1078	-2078	-578	-1376	0 /6	-10%	0 /0	-576
25	-10%	-35%	-5%	-25%	0%	- 10%	0%	-5%
30	-5%	-15%	0%	-15%	0%	-5%	0%	-5%
40	0%	-10%	0%	-5%	0%	-5%	0%	0%
200	ζ Ο Ε	0/	۲ ۱ 0)/	7 0	0/	۲ AO	/
3 <mark>00</mark>	ζ=0.5	5%	ζ=19	%	ζ=2	%	ζ=49	%
3 <mark>00</mark> L [m]	ζ=0.5 desp	5% acel	ζ=19 desp	% acel	ζ=2 desp	% acel	ζ=4% desp	% acel
3 <mark>00</mark> L [m] 5	ζ=0.5 desp -25%	5% acel -35%	ζ=19 desp -15%	% acel -25%	ζ=2 desp -10%	% acel -20%	ζ=49 desp -5%	% acel -10%
3 <mark>00</mark> L[m] 5 10	ζ=0.5 desp -25% -30%	5% acel -35% -35%	ζ=19 desp -15% -25%	% acel -25% -25%	ζ=2 desp -10%	% acel -20% -15%	ζ=4% desp -5%	% acel -10% -10%
300 L [m] 5 10 15	ζ=0.5 desp -25% -30%	% acel -35% -35% -45%	ζ=19 desp -15% -25%	% acel -25% -25% -35%	ζ=2 desp -10% -15% -10%	% acel -20% -15% -20%	ζ=49 desp -5% -5%	% acel -10% -10% -15%
300 L [m] 5 10 15 20	ζ=0.5 desp -25% -30% -30%	9% acel -35% -35% -45% -20%	ζ=19 -15% -25% -20% -5%	% acel -25% -25% -35% -15%	ζ=2 desp -10% -15% -10%	% -20% -15% -20% -10%	ζ=49 desp -5% -5% -5%	% acel -10% -10% -15% -5%
300 L [m] 5 10 15 20 25	ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -10%	% acel -35% -35% -45% -20% -35%	ζ=19 desp -15% -25% -20% -5%	% acel -25% -25% -35% -35% -15% -25%	ζ=2 desp -10% -15% -10% 0%	% <u>acel</u> -20% -15% -20% -10% -10%	ζ=49 desp -5% -5% -5% 0%	% acel -10% -10% -15% -5% -5%
300 L [m] 5 10 15 20 25 30	ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -10% -10%	% acel -35% -35% -45% -20% -35% -15%	<u>ζ=19</u> -15% -25% -20% -5% -5% 0%	% acel -25% -25% -35% -15% -25% -15%	ζ=2 desp -10% -15% -10% 0% 0%	% acel -20% -15% -20% -10% -10% -5%	ζ=49 -5% -5% -5% 0% 0%	% acel -10% -10% -15% -5% -5% -5%
300 L [m] 5 10 15 20 25 30	ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -10% -10% -5%	% acel -35% -35% -45% -20% -35% -15%	ζ=19 desp -15% -25% -20% -5% -5% 0%	% acel -25% -25% -35% -15% -15% -15%	<u>ζ=2</u> desp -10% -15% -10% 0% 0%	% acel -20% -15% -20% -10% -10% -5%	ζ=49 desp -5% -5% -5% 0% 0% 0%	% acel -10% -10% -15% -5% -5% -5%
300 L [m] 5 10 15 20 25 30 40	ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -10% -10% -5% 0%	% acel -35% -35% -45% -20% -35% -15% -15% -10%	<u>ζ=19</u> -15% -25% -20% -5% -5% 0% 0%	% acel -25% -25% -35% -15% -25% -15% -5%	ζ=2 desp -10% -15% -10% 0% 0% 0% 0% 0% 0%	% acel -20% -15% -20% -10% -10% -5% -5%	ζ=4% desp -5% -5% -5% 0% 0% 0% 0%	% acel -10% -10% -15% -5% -5% -5% -5% 0%
300 L [m] 5 10 15 20 25 30 40	ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -10% -10% -5% 0% ζ=0.5	% acel -35% -35% -45% -20% -35% -15% -10%	ζ=19 desp -15% -25% -20% -5% -5% 0% 0%	% acel -25% -25% -35% -35% -25% -15% -5%	ζ=2 desp -10% -15% -10% -0% -0% -0% -0%	% acel -20% -15% -20% -20% -10% -5% -5% -5%	<u>ζ=49</u> -5% -5% -5% -5% 0% 0% 0% 0%	% acel -10% -10% -15% -5% -5% -5% 0%
300 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m]	ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -10% -10% -5% 0% ζ=0.5	% acel -35% -35% -45% -20% -35% -15% -10%	ζ=19 desp -15% -25% -20% -5% -5% 0% 0% ζ=19 desp	% acel -25% -25% -35% -15% -15% -15% -5%	ζ=2 desp -10% -15% -10% -0% -0% -0% 	% acel -20% -15% -20% -10% -10% -5% -5% -5%	<u>ζ=49</u> -5% -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% ζ=49	% acel -10% -10% -15% -5% -5% -5% 0%
300 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 	ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -10% -10% -5% 0% ζ=0.5 desp	3% acel -35% -35% -45% -20% -35% -15% -15% -10% 3% acel 35%	ζ=19 desp -15% -25% -20% -5% 0% 0% 0% ζ=19 desp 450/	% acel -25% -25% -35% -15% -25% -15% -5% % acel	ζ=2 desp -10% -15% -10% -0% -0% -0% 	% acel -20% -15% -20% -10% -10% -5% -5% -5% % acel	<u>ζ=49</u> -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% ζ=49 c=2/	% acel -10% -10% -15% -5% -5% -5% 0% % acel
300 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 	ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -10% -10% -5% 0% ζ=0.5 desp -25%	5% acel -35% -35% -45% -45% -20% -35% -15% -10% \$% acel -35% -35%	ζ=19 desp -15% -25% -20% -5% -5% 0% 0% 0% ζ=19 desp -15% -20%	% acel -25% -25% -35% -15% -25% -15% -5% acel acel	ζ=2 desp -10% -15% -10% 0% 0% 0% 0% 0% 2 ζ=2 desp -10%	% acel -20% -15% -20% -10% -10% -5% -5% % acel -20%	ζ=49 desp -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0%	% acel -10% -15% -5% -5% -5% 0% & acel -10%
300 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10	ζ=0.5 desp -25% -30% -10% -10% -5% 0% -5% 0% 25% -30%	% acel -35% -35% -45% -20% -35% -15% -10% % acel -35% -35%	ζ=19 desp -15% -25% -20% -5% 0% 0% 0% 0% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% 0% 0% 0% 0% -25%	% acel -25% -25% -35% -15% -25% -5% % acel -25% -25% -25%	ζ=2 desp -10% -15% -10% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -10% -15%	% acel -20% -15% -20% -10% -10% -5% -5% % acel -20% -15%	ζ=4? desp -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0%	% acel -10% -10% -15% -5% -5% -5% 0% 0% acel -10% -10%
300 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 10 15 10 15 15 10 15 15 15 10 15 15 15 10 15 15 15 10 15 15 10 15 15 15 10 15 15 15 15 10 15 15 15 10 15 15 15 10 15 15 15 15 10 15 15 10 15 15 10 15 15 10 15 15 15 10 15 15 10 15 15 10 15 15 10 15 15 10 15 15 10 15 15 10 15 15 10 15 10 15 10 10 15 10 10 15 10 10 15 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	ζ=0.5 desp -25% -30% -10% -10% -5% 0% ζ=0.5 desp -25% -30% -30%	% acel -35% -35% -45% -20% -35% -15% -10% % acel -35% -35% -35% -35% -35% -45%	ζ=19 desp -15% -25% -20% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -5% -5% -5% -5% -5% 0% 0% 0% 0% -21% desp -15% -25% -20%	% acel -25% -25% -35% -35% -15% -25% -5% % acel -25% -25% -35%	ζ=2 desp -10% -15% -10% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 10%	% acel -20% -15% -20% -10% -5% -5% -5% -5% acel -20% -15% -20%	ζ=49 desp -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -5% -5% -5% -5% -5%	% acel -10% -10% -15% -5% -5% 0% % acel -10% -10% -10% -15%
300 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 20 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 25 30 40 350 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 30 25 20 20 25 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20	ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -10% -5% 0% ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -30% -30% -30% -30% -30% -15%	5% acel -35% -35% -45% -20% -35% -15% -10% 3% acel -35% -35% -35% -35% -45% -20%	ζ=19 desp -15% -25% -20% -5% 0% 0% 0% 0% -5% 0% -5% 0% -5% -5% 0% -25% -25% -20% -20% -10%	% acel -25% -25% -25% -35% -15% -25% -5% % acel -25% -25% -35% -35% -35% -35% -35% -20%	ζ=2 desp -10% -15% -10% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 10% -10% -10% -5%	% acel -20% -15% -20% -10% -5% -5% -5% acel -20% -15% -20% -15%	ζ=49 desp -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0%	% acel -10% -10% -15% -5% -5% -5% 0% -5% 0% -10% -10% -10% -10% -10%
300 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 25 30 40 25 30 25 25 30 40 25 25 30 25 25 30 25 25 30 25 25 30 25 25 20 25 25 30 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 20 25 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20	ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -10% -10% -5% 0% ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -30% -30% -15% -20%	5% acel -35% -35% -45% -20% -35% -15% -10% 3% acel -35% -35% -45% -20% -35%	ζ=19 desp -15% -25% -20% -5% -5% 0% 0% 0% ζ=19 desp -15% -25% -25% -20% -15% -25% -20% -10% -15%	% acel -25% -25% -25% -35% -15% -25% -15% -5% % acel -25% -25% -35% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -2	ζ=2 desp -10% -15% -10% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -10% -10% -10% -5% -5%	% acel -20% -15% -20% -10% -5% -5% -5% -5% -5% -20% -15% -20% -15% -15% -15%	<u>ζ=49</u> -5% -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% ζ=49 desp -5% -5% -5% -5% -5%	% acel -10% -10% -15% -5% -5% -5% -5% 0% -5% 0% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10%
300 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 30 350 25 30 30 350 25 30 30 350 25 30 30 350 25 30 30 350 25 30 30 350 25 30 30 30 350 25 30 30 30 30 350 25 30 30 30 350 25 30 30 30 30 30 30 350 25 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30	ζ=0.5 desp -25% -30% -10% -10% -5% 0% ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -30% -15% -25% -30% -15% -20% -10%	% acel -35% -35% -45% -45% -20% -35% -15% -10% % acel -35% -35% -35% -35% -20% -35% -20% -35% -35% -35% -15%	ζ=19 desp -15% -25% -20% -5% 0% 0% 0% 0% -5% -6% -5% -2% -15% -25% -20% -15% -20% -10% -15%	% acel -25% -25% -35% -15% -15% -15% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -2	ζ=2 desp -10% -15% -0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -10% -10% -5% -5%	% acel -20% -15% -20% -10% -10% -5% -5% -5% acel -20% -20% -15% -15% -15% -15% -15% -15% -15%	<u>ζ=49</u> -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% ζ=49 c5% -5% -5% -5% -5% -5% 0%	% acel -10% -15% -5% -5% -5% 0% -5% 0% acel -10% -10% -10% -10% -5%
300 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 40 350 25 30 40 40 40 40 40 40 40 40 40 4	ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -10% -10% -5% 0% ζ=0.5 desp -25% -30% -10% -10% -10% -25% -30% -15%	% acel -35% -35% -45% -20% -35% -15% -10% 35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -15%	ζ=1° desp -15% -25% -20% -5% 0% 0% 0% 0% -15% -20% -5% -20% -15% -25% -20% -15% -25% -10% -15% -5% 0%	% acel 25% -25% -25% -35% -15% -25% -15% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -2	ζ=2 desp -10% -15% -10% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -10% -10% -5% -5% -5% 0%	% acel -20% -15% -20% -10% -5% -5% % acel -20% -15% -20% -15% -15% -15% -15% -15% -5%	ζ=49 desp -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5%	% acel -10% -10% -15% -5% -5% -5% 0% -0% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -
300 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 40 350 25 30 40 40 40 40 40 40 40 40 40 4	ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -10% -10% -5% 0% 25% -30% -10% -5% 0% -25% -30% -30% -30% -30% -30% -15% -20% -10% -5%	5% acel -35% -35% -45% -20% -35% -15% -10% 3% acel -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35%	ζ=19 desp -15% -25% -20% -5% 0% 0% 0% 0% -15% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -20% -15% -25% -20% -10% -15% -5% 0%	% acel -25% -25% -35% -15% -25% -5% -5% -5% -25% -25% -25% -25%	ζ=2 desp -10% -15% -10% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -10% -5% -5% -5% 0%	% acel -20% -15% -20% -10% -5% -5% % acel -20% -15% -15% -15% -15% -15% -5%	ζ=4? desp -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% 0% 0%	% acel -10% -15% -5% -5% -5% 0% -5% 0% -10% -10% -10% -10% -10% -5% 0%
300 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 30 30 30 30 30 30 30 30 30 3	ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -10% -10% -5% 0% ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -25% -30% -30% -25% -30% -15% -20% -10% -5% -20% -10% -5% -20%	5% acel -35% -35% -45% -20% -35% -15% -10% 35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35%	ζ=19 desp -15% -25% -20% -5% 0% 0% 0% 0% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -20% -15% -20% -10% -10% -5% 0% -5% 0% -5% 0%	% acel -25% -25% -35% -15% -25% -5% -5% -5% -25% -25% -25% -25%	ζ=2 desp -10% -15% -10% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -10% -10% -5% -5% -5% 0% ζ=2	% acel -20% -15% -20% -10% -5% -5% -5% -5% -20% -15% -15% -15% -15% -15% -5%	ζ=49 desp -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% 0% 0% 0% 0%	% acel -10% -10% -5% -5% -5% 0% -5% 0% -10% -10% -10% -10% -10% -5% 0% -5% 0% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5
300 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 350 L [m] 5 10 350 L [m] 5 10 30 40 350 L [m] 5 10 30 40 350 L [m] 5 10 30 40 350 L [m] 5 10 30 40 350 L [m] 5 10 30 40 350 L [m] 5 10 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 15 20 25 10 10 15 20 25 30 40 30 25 10 15 20 25 10 15 20 25 10 10 15 20 25 10 15 20 25 30 40 30 25 20 25 30 25 10 15 20 25 30 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 15 15 15 15 15 15 15 15 15 1	ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -10% -10% -5% 0% ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -25% -30% -30% -15% -20% -10% -5% ζ=0.5 ζ=0.5 ζ=0.5	% acel -35% -35% -45% -20% -35% -15% -10% % acel -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -20% -35% -15% -10% % acel	ζ=1% desp -15% -25% -20% -5% 0% 0% 0% 0% 0% -5% -5% -6% 0% -5% -20% -15% -20% -10% -10% -10% -5% 0% -5% 0% -5% 0%	% acel -25% -25% -25% -35% -15% -5% -5% acel -25% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -25%	ζ=2 desp -10% -15% -10% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -10% -15% -5% -5% 0% 2 desp 0% 2 desp	% acel -20% -15% -20% -10% -5% -5% -5% -5% -20% -15% -15% -15% -15% -15% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5%	ζ=4% desp -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -5% -5% -5% -5% 0% 0% -5% 0% 0% -5% 0% 0% -5% 0% 0% 0% 0% 0%	% acel -10% -10% -5% -5% -5% 0% -5% 0% acel -10% -10% -10% -10% -5% 0% -2% -5% -5% -5% 0% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5
300 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 350 L [m] 5 15 30 40 350 L [m] 5 30 40 350 L [m] 5 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 355 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 355 25 30 40 375 L [m] 5 30 40 375 25 30 40 375 25 30 40 375 25 30 40 375 25 30 40 375 25 30 40 375 25 30 40 375 375 375 375 375 375 375 375	ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -10% -10% -5% 0% -25% -30% -30% -30% -30% -30% -30% -30% -30% -5% -20% -10% -5% -20% -10% -5% -20% -20% -20% -20% -20% -20% -20% -20% -20% -20% -20% -20% -20%	5% acel -35% -35% -35% -20% -35% -15% -10% 3% acel -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35%	ζ=19 desp -15% -25% -20% -5% 0% 0% 0% 0% -5% -6% 0% -5% -20% -15% -20% -20% -20% -20% -20% -20% -20% -20% -20% -20% -15% -5% 0% -15% -5% 0% -25% 0% -15% -5% 0% -25%	% acel -25% -25% -25% -35% -35% -15% -5% -5% acel -25% -25% -35% -20% -35% -20% -35% -20% -35% -20% -25% -35% -20% -35% -20% -35% -20% -35% -20% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35	ζ=2 desp -10% -15% -10% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -10% -10% -5% -5% -5% 0% ζ=2 desp ζ=2 desp -10% ζ=2 -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% <t< td=""><td>% acel -20% -15% -20% -10% -5% -5% -5% -5% -20% -15% -20% -15% -15% -15% -15% -5% -5% -20% -20%</td><td>ζ=49 desp -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -5% -5% -5% -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% -5% -5% -5% -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0%</td><td>% acel -10% -10% -15% -5% -5% -5% 0% -5% 0% acel -10% -10% -10% -10% -10% -25% 0% acel -10% -10% -15% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -</td></t<>	% acel -20% -15% -20% -10% -5% -5% -5% -5% -20% -15% -20% -15% -15% -15% -15% -5% -5% -20% -20%	ζ=49 desp -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -5% -5% -5% -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% -5% -5% -5% -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0%	% acel -10% -10% -15% -5% -5% -5% 0% -5% 0% acel -10% -10% -10% -10% -10% -25% 0% acel -10% -10% -15% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -
300 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 355 20 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 355 20 25 30 40 355 20 25 30 40 375 L [m] 5 15 20 25 30 40 375 25 10 15 20 25 30 40 375 25 10 15 20 10 15 10 15 15 10 15 10 15 10 10 15 10 15 10 15 10 10 15 10 10 15 10 10 15 10 10 10 15 10 10 15 10 10 15 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -10% -10% -5% 0% ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -30% -15% -20% -10% -5% -20% -15% -20% -10% -5% desp ζ=0.5 desp -25%	% acel -35% -35% -45% -45% -45% -45% -35% -15% -10% % acel -35% -45% -35% -45% -20% -35% -15% -10% % acel -35% -10% % acel -35% -10% % acel -35% -35% -35%	ζ=1° desp -15% -25% -20% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -5% -6% 0% 0% 0% 0% 0% -15% -5% 0% -15% -5% 0% -15% -5% 0% -15% -5% 0% -15% -5% 0% -15% -5% 0%	% acel -25% -25% -35% -35% -15% -25% -15% -25% acel -25% -25% -25% -25% -33% -20% -25% -33% -20% -25% -35% -25% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -3	ζ=2 desp -10% -15% -10% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -10% -15% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -6% -10% -10% -10%	% acel -20% -15% -20% -10% -10% -5% -5% -5% -5% -20% -15% -15% -15% -15% -15% -15% -15% -15	ζ=49 desp -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -5% -5% -5% 0% 0% 0% 0% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5%	% acel -10% -10% -15% -5% -5% -5% 0% -5% 0% -10% -10% -10% -10% -10% 0% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5
300 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 15 10 15 20 25 30 40 350 15 10 15 20 25 30 40 350 15 10 15 20 25 30 40 350 15 10 15 20 25 30 40 350 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 20 25 10 15 10 15 20 25 10 15 20 25 10 15 20 25 30 40 30 25 30 15 10 15 20 25 30 10 15 20 25 30 10 15 20 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 15 10 10 15 10 10 15 10 10 15 10 10 15 10 10 15 10 10 15 10 10 15 10 10 15 10 10 15 10 10 10 15 10 10 15 10 10 15 10 10 10 10 10 10 15 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -10% -10% -5% 0% ζ=0.5 desp -25% -30% -15% -25% -30% -15% -20% -5% ζ=0.5 desp ζ=0.5 desp -25% ζ=0.5 desp -25% -30%	% acel -35% -35% -45% -20% -35% -15% -10% % -35% -45% -35% -35% -45% -35% -15% -10% % acel -35% -15% -10% % acel -35% -35% -35% -35% -35% -35%	ζ=19 desp -15% -25% -20% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -5% 0% 0% -25% -20% -15% -25% -5% 0% -5% 0% -15% -25% -25% -25%	% acel 25% -25% -25% -35% -15% -25% -25% -25% acel -25% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -25%	ζ=2 desp -10% -15% -10% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -10% -5% -5% 0% ζ=2 desp -10% ζ=2 desp -10% ζ=2 desp -10% -5%	% acel -20% -15% -20% -10% -5% -5% % acel -20% -15% -15% -15% -5% % acel -20% -15% -15% -15% -20% -15% -5%	ζ=49 desp -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5%	% acel -10% -10% -10% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -6% -10% -10% -10% -10% -10% -0% % acel -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10%
300 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 30 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 30 25 30 40 30 25 30 40 30 25 30 40 30 25 30 40 30 25 30 40 30 25 30 40 30 25 30 40 30 25 30 25 30 40 30 25 30 40 30 25 30 40 30 25 30 40 30 25 30 40 30 25 30 40 30 25 30 40 30 40 30 25 30 40 30 25 30 40 30 40 375 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 375 25 30 40 375 25 30 40 375 25 30 40 375 25 30 40 375 25 30 30 375 25 30 30 375 25 30 375 375 375 375 375 375 375 375	ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -10% -10% -5% 0% -25% -30% -30% -25% -30% -30% -15% -20% -15% -20% -15% -20% -15% -20% -10% -5% ζ=0.5 desp -25% -30% -25% -30% -30%	% acel -35% -35% -45% -20% -35% -15% -10% % acel -35% -35% -35% -45% -35% -45% -20% -35% -15% -10% % acel -35% -10% % acel -35% -10% % acel -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -	ζ=1° desp -15% -25% -20% -5% -5% 0% 0% 0% 0% -25% -20% -15% -25% -20% -15% -25% -20% -15% -25% -20% -15% -25% -20% -15% -25% -20% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -25%	% acel -25% -25% -35% -15% -25% -15% -5% % acel -25% -25% -25% -25% -25% -15% -15% -15% -15% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -35% -25% -25% -35% -25% -25% -35% -25% -25% -35% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -2	ζ=2 desp -10% -15% -10% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -10% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -10% -15% -10% -15%	% acel -20% -15% -20% -10% -5% -5% % acel -20% -15% -15% -15% -20% -15% -5% % acel -5% -20% -15% -5%	ζ=4? desp -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5%	% acel -10% -10% -5% -5% -5% -5% 0% -5% 0% acel -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5
300 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 15 20 25 30 40 15 20 25 30 40 15 20 25 30 40 15 20 25 30 40 15 20 25 30 40 15 20 25 30 40 15 20 25 30 40 15 20 25 30 40 15 20 25 30 40 15 20 25 30 40 15 20 25 30 40 15 20 25 30 40 15 20 25 30 40 15 20 25 30 40 15 20 25 30 40 15 20 25 30 40 15 20 25 30 40 15 20 25 30 40 15 20 25 30 40 15 20 25 30 40 15 20 25 30 40 15 20 25 20 25 30 40 15 20 25 20 25 20 25 20 25 20 20 25 20 20 25 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20	ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -10% -10% -5% 0% 25% -30% -10% -25% -30% -30% -25% -20% -15% -20% -25% -30% -25% -30% -25% -30% -25% -30% -25% -25% -20% -20% -20%	% acel -35% -35% -45% -20% -35% -15% -10% 35% -35% -35% -35% -35% -45% -20% -35% -15% -10% % acel -35% -15% -10% % acel -35% -35% -35% -35% -35% -35% -20%	ζ=1° desp -15% -25% -20% -5% 0% 0% 0% 0% -5% -5% -5% -20% -15% -20% -10% -15% -20% -10% -15% -20% -15% -25% -20% -15% -25% -20% -15% -25% -20% -15%	% acel 25% -25% -25% -35% -15% -25% -5% acel -25% -25% -25% -25% -35% -25% -25% -35% -25% -35% -25% -35% -25% -35% -25% -35% -25% -35% -25% -35% -25% -35% -25% -35% -25% -35% -25% -35% -25% -35% -25% -35% -25% -35% -35% -25% -35% -35% -25% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -3	ζ=2 desp -10% -15% -10% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -10% -5% -5% -5% -5% 0% ζ=2 desp -10% -10% -10% -10%	% acel -20% -15% -20% -10% -5% -5% % acel -20% -15% -15% -5% % acel -5% -15% -5%	ζ=4? desp -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -5% -5% -5% -5% -5% 0% 0% 0% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5%	% acel -10% -10% -5% -5% -5% 0% acel -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5
300 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 30 25 30 40 375 L [m] 5 30 40 375 L [m] 5 30 40 375 20 25 30 40 375 20 25 30 40 375 20 25 30 40 375 L [m] 5 20 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 30 40 25 20 25 30 40 25 20 25 30 40 25 20 25 30 40 25 20 25 30 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 25 20 20 25 20 20 25 20 20 25 20 20 20 20 25 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20	ζ=0.5 desp -25% -30% -10% -10% -5% 0% ζ=0.5 desp -25% -30% -30% -30% -30% -15% -20% -20% -30% -25% -30% -25% -30% -25% -30% -25% -20% -30% -25% -20% -30% -20% -20%	% acel -35% -35% -45% -20% -35% -15% -10% % acel -35% -35% -35% -45% -35% -35% -10% % acel -35% -10% % acel -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -20% -35%	ζ=1% desp -15% -25% -20% -5% 0% 0% 0% 0% -5% -6% 0% -25% -20% -15% -25% -20% -10% -15% -25% 0% -15% -25% -20% -15% -25% -20% -15% -25% -20% -15% -20% -15% -20% -15% -20% -15% -20% -15% -20% -15% -20% -15%	% acel -25% -25% -25% -35% -15% -5% -5% acel -25% -25% -25% -25% -25% -25% -25% -25%	ζ=2 desp -10% -15% -10% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -10% -5% -5% -6% -10% -15% -10% -15% -10% -15% -10% -10% -10% -5%	% acel -20% -15% -20% -10% -5% -5% -5% -5% -20% -15% -20% -15% -20% -15% -20% -15% -20% -15% -20% -15% -20% -15% -20% -15% -20% -15% -20% -15% -20%	ζ=49 desp -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -5% -5% -5% 0% 0% -5% -5% 0% 0% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5%	% acel -10% -10% -5% -5% -5% -5% 0% -5% 0% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5
300 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 10 15 20 25 30 40 350 L [m] 5 30 40 350 L [m] 5 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 350 25 30 40 375 20 25 30 40 30 40 375 25 30 40 375 20 25 30 40 375 25 30 40 375 20 30 40 375 20 30 40 375 20 30 40 375 20 30 40 375 20 30 40 375 20 30 30 30 30 30 30 30 30 30 3	ζ=0.5 desp -25% -30% -10% -10% -5% 0% -5% 0% -25% -30% -30% -30% -15% -20% -10% -5% 0% -20% -30% -20% -30% -20% -30% -20% -30% -20% -30% -20% -30% -20% -30% -20% -30% -20% -20% -20% -10%	% acel -35% -35% -45% -20% -35% -15% -10% % acel -35% -35% -35% -35% -35% -45% -20% -35% -15% -10% % acel -35% -15% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35%	ζ=1° desp -15% -25% -20% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -5% 0% 0% 0% 0% -15% -20% -15% -5% 0% -5% 0% -15% -5% 0% -15% -5% 0% -15% -20% -15% -25% -20% -15% -15% -15% -15%	% acel -25% -25% -35% -35% -15% -25% -25% -5% % acel -25% -25% -25% -25% -35% -20% -35% -25% -25% -25% -35% -25% -35% -25% -35% -25% -35% -25% -35% -25% -35% -25% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -35% -3	ζ=2 desp -10% -15% -0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -10% -10% -5% -0% -5% -10% -10% -10% -10% -10% -5%	% acel -20% -15% -20% -10% -5% -5% -5% -5% -20% -15% -15% -15% -15% -15% -15% -15% -15	ζ=49 desp -5% -5% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5% -5%	% acel -10% -10% -10% -15% -5% -5% 0% -5% 0% acel -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10% -10%

Cuadro 2. Reducción aceleración y desplazamiento max. del modelo interacción simplificada respecto del de cargas puntuales. $V_{max}^{linea} = V_0 = 220, 250, 270, 300, 350$ y 375 km/h

racción pueden reducir los valores de la aceleración máxima en puentes isostáticos hasta en un 45 % respecto los modelos de cargas puntuales.

Por otra parte, la reducción de la respuesta dinámica para una misma hipótesis de luz y amortiguamiento, es mayor en el campo de aceleraciones que en el de desplazamientos, y aumenta a medida que se incrementa la velocidad de proyecto de la línea. Por último, se observa también que la reducción de la respuesta es menor según aumenta la tasa de amortiguamiento y la luz del puente.

7. RESPUESTA DINÁMICA DE PÓRTICOS DE PASOS INFERIORES

7.1. Justificación del modelo

En vigas isostáticas sometidas a trenes de carga, el primer modo de vibración es el que tiene una importancia preponderante. Para una viga de un vano con sustentación *general*, la frecuencia propia del primer modo de vibración se puede expresar como:

$$\omega = \left(\frac{\pi/\beta_1}{l}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\overline{m}}} \quad (\text{rad/s}) \tag{23}$$

con $\beta_1 = 1$ para vigas isostáticas y $\beta_1 = 0,6642$ para vigas biempotradas. El dintel de un paso inferior se encuentra entre los dos casos mencionados, ya que puede suponerse en cierta medida como una viga con empotramientos flexibles en sus extremos. De esta manera, el parámetro b obtenido de la ecuación (7) para el primer modo de vibración del pórtico tenderá a π ó a $\pi/0,6642$, según los hastiales sean muy poco o muy rígidos, respectivamente. Los parámetros del dintel son, en primera aproximación, su longitud *l*, su rigidez a flexión *EI* y su masa lineal \overline{m} . Con una determinada longitud de una *viga isostática equivalente*, y ajustando el resto de parámetros, ésta podría proporcionar idéntica frecuencia propia fundamental que el marco, y por tanto tendría similar respuesta dinámica. Con esta filosofía, la analogía podría hacerse de varias maneras, según se conserve del dintel su *l*, \overline{m} , *EI* o su masa total $M = \overline{m}l$. Esta última opción surge para mantener la energía cinética de vibración en la viga equivalente.

Las diferencias entre el comportamiento dinámico del marco y su viga equivalente se podrían remediar ajustando proporcionalmente las \overline{m} y EI ficticias asignadas a la viga, de forma que se mantuviese el cociente entre ambos $\hat{k} = EI/\overline{m}$. De acuerdo a [4], esta variación proporcional permitiría mantener invariable la primera frecuencia de vibración, y sin modificar las velocidades críticas de resonancia, esto es, sin modificar la forma de las envolventes, disminuir o aumentar los máximos desplazamientos y aceleraciones. Por tanto, el objetivo será obtener una viga cuyas envolventes sean lo más parecidas a las del marco, y ajustar a continuación (en caso necesario) \overline{m} y EI, conservando su proporción (coeficiente \hat{k}), para ajustar en los picos los máximos desplazamientos y aceleraciones.

7.2. Verificación del modelo simplificado

Para establecer el modelo de viga equivalente más adecuado, se han definido cuatro vigas para cada marco de luz *l*, con longitudes l_{eq} cada una de *l*, 0.95*l*, 0.90*l*, y 0.85*l*. En todas ellas

se conserva la masa total del dintel, de modo que $\overline{m}_{viga} = \overline{m}_{dintel} l/l_{eq}$. Para la obtención de la rigidez a flexión EI de la viga se han igualado las frecuencias del primer modo de vibración:

$$(EI)_{\rm eq} = \frac{\omega_{\rm marco}^2 \,\overline{m}_{\rm viga} \, l_{\rm eq}^4}{\pi^4} \tag{24}$$

Se ha considerado el mismo amortiguamiento en el marco y la viga, y no se ha tenido en cuenta la deformación por cortante ni la aportación de las tierras. En este último aspecto se está del lado de la seguridad, ya que se puede considerar que las masas adicionales disminuirían las máximas aceleraciones y desplazamientos. Para el cálculo se ha tomado el primer modo de vibración, y no se han tenido en cuenta ni los efectos de interacción vehículo–estructura ni las irregularidades del carril. Las estructuras elegidas para el análisis han sido 4 pasos inferiores representativos del tramo de ferrocarril de alta velocidad Córdoba–Málaga, con luces de 8,5,8,7, 9,8 y 15 m. Esto hace un total de 20 estructuras, siendo calculados los marcos con el programa de elementos finitos [10], y las vigas con la aplicación [5]. Para cada caso se han calculado las envolventes de aceleraciones, desplazamientos y coeficientes de impacto Φ bajo el paso de los 7 trenes especificados en la [13]. El barrido de velocidades ha sido de (120 - 420) km/h, con $\Delta v = 5$ km/h. Con todo ello se han realizado un total de 8540 cálculos dinámicos. Como muestra de los resultados, se incluyen las figuras 24, 25 y 26 con el barrido de velocidades sobre el marco de luz 8,5 m con un tren representativo de cada una de las tres clases de trenes mencionadas en la figura 17.

7.3. Discusión de los resultados

Con el criterio de que las envolventes de aceleraciones de la viga y del marco fueran lo más parecidas, puesto que este es el aspecto crítico en estas estructuras, se ha elegido la viga equivalente de longitud l. De esta manera, la viga isostática equivalente tendrá la misma longitud l, masa lineal \overline{m} y amortiguamiento ζ que el dintel del marco, y se calcula EI de acuerdo a la ecuación (24). Las conclusiones del estudio son:

- Es posible definir una viga isostática equivalente para el cálculo dinámico de las tipologías de marcos usuales en pasos inferiores de ferrocarril, la cual conserva la forma de las envolventes de aceleraciones (a), desplazamientos (δ) y coeficientes de impacto (Φ).
- La viga isostática equivalente está, en términos prácticos, siempre del lado de la seguridad en los puntos críticos para el diseño, que son las velocidades de circulación a las que aparecen los picos máximos de las envolventes, tanto para *a*, como para δ y Φ . Además, no es necesario el ajuste del cociente $\hat{k} = \frac{EI}{m}$, mencionado en el apartado 7.1.
- En el resto de velocidades no críticas para las cuales no se produce el pico máximo de resonancia de la magnitud medida, los resultados de la viga equivalente casi siempre son envolventes de los resultados del marco (figuras 24, 25 y 26), pero no se puede afirmar con generalidad que la viga isostática equivalente sea envolvente del marco para cualquier velocidad no crítica. Sin embargo, este aspecto carece de relevancia al no ser determinante para el diseño y dimensionamiento de la estructura.



Figura 24. Envolventes a_{max} , d_{max} del marco 1 y sus vigas equivalentes de longitudes l y 0,95l del tren Ave



Figura 25. Envolventes a_{max}, d_{max} del marco 1 y sus vigas equivalentes de longitudes l y 0,95l del tren Talgo AV



Figura 26. Envolventes a_{max}, d_{max} del marco 1 y sus vigas equivalentes de longitudes l y 0,95l del tren Ice2

 \triangleright

• El comportamiento dinámico de los marcos analizados no presenta especiales problemas: siempre $\Phi \le 1$, y la $a_{max,cdv} = 1,69 \text{ m/s}^2 \le 0.35 \text{ g}$, límite establecido en [13, 22].

8. SENSIBILIDAD AL PASO DE INTEGRACIÓN EN ANÁLISIS MODAL

Antes de realizar un cálculo modal es conveniente estimar el paso de tiempo adecuado para realizar la integración. Para ilustrar la importancia de este punto, en la figura 27 se comparan las aceleraciones máximas producidas por un tren Talgo AV en un puente isostático de 10 m de luz del catálogo de puentes de [7], calculadas con un modelo de cargas puntuales y análisis modal. El amortiguamiento de la estructura es $\zeta = 0.5 \%$. El algoritmo de integración empleado es la regla trapezoidal, de paso fijo $\Delta t = h$, para los siguientes valores: h = 0,0001 s, h = 0,001 s, h = 0,01 s, h = 0,1 s y h = 1 s.

Como se puede observar, a medida que se reduce el paso de integración h, los resultados obtenidos convergen a lo que se podría considerar la solución real. De hecho, las curvas correspondientes a los pasos h = 0,0001 s y h = 0,001 s son indistinguibles. Sin embargo, para valores de h relativamente gruesos (en este caso: h = 1 s y h = 0,1 s) la curva de aceleraciones máximas difiere radicalmente de esta solución real. Este hecho se debe a que, con pasos de integración tan elevados en relación a la frecuencia de vibración de la estructura ($f_0 = 8$ Hz), no se puede caracterizar adecuadamente el comportamiento dinámico del puente.



Figura 27. Aceleración máxima en el centro del vano en función de la velocidad de paso de un Talgo AV, para distintos pasos de integración h. Vano isostático de 10 metros del catálogo de puentes de [7]. $\zeta = 0.5 \%$.

En [7] y [21] se señala como criterio para la realización de los cálculos dinámicos, el considerar únicamente modos de vibración por debajo de los 20 Hz (f < 20 Hz). En el último borrador del Eurocódigo-1 [22] se eleva esta frecuencia de corte a los 30 Hz (f < 30 Hz).

Se resumen a continuación los resultados obtenidos en un estudio sobre las diversas recomendaciones que, tanto en la normativa vigente como en la literatura técnica, se proponen sobre el paso de integración a adoptar para cálculos dinámicos en puentes de ferrocarril. De acuerdo a [7], [6] y [25] se podrían utilizar los siguientes pasos de integración h: Determinación del paso de integración h en función de la frecuencia de vibración más alta considerada de la estructura :

$$h_1 = \frac{1}{8f_{max}} \tag{25}$$

 Determinación del paso de integración h en función del número mínimo de intervalos de tiempo (en este caso, doscientos) existentes durante el paso de un eje por el vano más corto de la estructura:

$$h_2 = \frac{L_{min}}{200 \, v} \tag{26}$$

 Determinación del paso de integración h en función del número n de modos de vibración considerados y la longitud del vano más corto de la estructura:

$$h_3 = \frac{L_{min}}{4 \, n \, v} \tag{27}$$

Paso de integración h independiente de otros parámetros:

$$h_4 = 0,001 \text{ seg}$$
 (28)

 Paso de integración fijo h que actúe como filtro de frecuencias superiores a 50 Hz (modelos de integración directa en el tiempo de la estructura):

$$h_5 = 0.002 \, \text{seg}$$
 (29)

En la figura 28 se muestran, para un caso de referencia, los resultados obtenidos² según los diversos pasos de integración propuestos, en el campo de aceleraciones.



Figura 28. Aceleración máxima en el centro del vano en función de la velocidad de paso de un Talgo AV, para distintos pasos de integración h. Vano isostático de 10 metros del catálogo de puentes del ERRI D214. $\zeta = 0.5 \%$.

Se puede observar que los resultados obtenidos para los pasos h_2 , h_4 y h_5 son semejantes. La determinación del óptimo entre estos tres pasos dependerá de otros factores como, por ejemplo,

²Los resultados presentados en este apartado se han obtenido con un modelo de cargas móviles, con integración de las ecuaciones según la regla trapezoidal para la integración de la ecuación resultante.

la conveniencia de utilizar el mismo paso de integración en un barrido de velocidades —en este caso recomendamos la utilización de $h_2 \operatorname{con} v = v_{max}$ — o la optimización del tiempo total de integración.

9. VALORACIÓN SIMPLIFICADA DE LA TORSIÓN EN VIADUCTOS REALES

Un método simplificado para valorar los efectos de la torsión en puentes de ferrocarril aparece en [8], según el cual se considera como envolvente de cálculo más desfavorable, la superposición lineal de los efectos dinámicos asociados a la flexión y a la torsión, estudiados ambos efectos por separado.

De esta manera, se realizarían dos cálculos independientes (flexión y torsión) determinando las respuestas máximas en valor absoluto (R_f y R_t , respectivamente) para las variables en estudio, de ordinario desplazamientos o aceleraciones. La hipótesis simplificadora se resume en caracterizar la respuesta total de la estructura R_{total} como suma directa de las respuestas anteriormente calculadas: $R_{total} = R_f + R_t$. Se podría considerar también –aunque no está contemplada esta posibilidad en [8]— la aplicación de la raíz cuadrada de la suma de cuadrados (SRRS) para la combinación de estas dos acciones, siempre que las frecuencias de ambas vibraciones estén suficientemente separadas ($\omega_i - \omega_j \ge 20 \% \omega_i$).Nótese que la utilización de esta hipótesis permite el uso de métodos simplificados de cálculo.

En este apartado se ha realizado una valoración del ajuste de este método simplificado aplicándolo a dos puentes de la futura línea de alta velocidad que unirá las ciudades de Córdoba y Málaga. Para los cálculos se ha tenido en cuenta la acción dinámica de seis composiciones de alta velocidad europeas (Virgin, Ave, Ice2, Etr-y, Eurostar y Talgo AV). Las tipologías correspondientes a estos puentes se pueden considerar usuales entre las utilizadas en puentes de ferrocarril: losa aligerada y sección en cajón.

Puente	Sección cajón	Losa aligerada
Luz [m]	46	23,5
\overline{m}_c [*] [kg/m ³]	3804	3840
Área [m ²]	10,50	10,22
$I_x [m^4]$	21,03	3,35
$I_y [\mathrm{m}^4]$	120,06	99,66
I_{ω} [m ⁴]	27,03	7,64
E [MPa]	36149,6	36149,6
G [MPa]	15062,3	15062,3
ζ	2 %	2 %

[*] El valor de la densidad del material \overline{m}_c se ha modificado para valorar el efecto de la vibración de la carga muerta.

Cuadro 3. Características de los puentes estudiados.

Para el cálculo dinámico con flexión y torsión se utiliza un programa de elementos finitos

basado en ligeras modificaciones de [10]. Para comparar la propuesta de valoración simplificada de [8] con la aplicación de un modelo tridimensional completo, se ha seguido el siguiente proceso:

- Cálculo dinámico para valorar los efectos producidos únicamente por la flexión longitudinal.
- Cálculo dinámico para valorar los efectos debidos a la torsión transversal (sólo torsión).
 Estos resultados se han obtenido por dos caminos distintos:
 - 1. A partir de los cálculos de flexión, aplicando la proporcionalidad existente entre las curvas de aceleraciones máximas asociadas a la torsión y a la flexión.
 - Con los resultados obtenidos directamente del modelo de elementos finitos utilizado en torsión.
- Cálculo dinámico completo combinando la flexión y la torsión.

El criterio de comparación que se ha establecido es el de relacionar los resultados obtenidos con el método simplificado (suma directa de la máxima solicitación absoluta del cálculo *sólo flexión* más la obtenida con el cálculo *sólo torsión*) con los correspondientes al modelo completo (flexión y torsión). Además se ha estudiado la posibilidad de combinar las hipótesis de *sólo flexión* y *sólo torsión* con el método SRSS (raíz cuadrada de la suma de cuadrados).

En la tabla 4 se recogen los valores máximos de las aceleraciones producidas en el centro del vano para las hipótesis de partida. También se muestra la desviación existente entre el modelo simplificado y el modelo que considera la combinación de la flexión y la torsión.

Puente	Sección cajón	Losa aligerada
Aceleración máx. sólo flexión [m/s ²]	1,27	3,32
Aceleración máx. sólo torsión [m/s ²]	0,05	0,28
Aceleración máx. modelo combinado [m/s ²]	1,29	3,41
Aceleración máx. cálculo simplificado [m/s ²]	1,32	3,61
Desviación modelo simplificado vs. combinado	$\simeq +2,2\%$	$\simeq +5,72\%$
Aceleración máx. SRSS [m/s ²]	1,27	3,33

Cuadro 4. Resumen de resultados obtenidos a partir de los cálculos en los que se considera únicamente la flexión longitudinal (sólo flexión), únicamente la torsión (sólo torsión) y la combinación flexión-torsión en el mismo modelo (modelo combinado).

Del estudio de los resultados obtenidos se pueden extraer las siguientes conclusiones:

Para las tipologías estudiadas, el método simplificado propuesto en [8] deja del lado de la seguridad en el cálculo de los fenómenos de combinación entre la flexión y la torsión.
 La variante al método simplificado con la utilización del criterio de combinación SRSS, no deja del lado de la seguridad. Este hecho se debe, en gran medida, al valor reducido de las aceleraciones de torsión.

- Para secciones tipo con gran rigidez torsional GI_{ω} , la desviación de resultados obtenida con el método simplificado y los del modelo de combinación flexión-torsión es casi inapreciable, siendo recomendable la utilización de este método simplificado.
- Para secciones con rigidez torsional más reducida (por ejemplo, losas aligeradas), la desviación de resultados existente entre los modelos simplificados y de interacción flexióntorsión es más significativa (en el caso estudiado, del orden del 5%). En el caso de estar próximos a los límites de aceleraciones o desplazamientos máximos establecidos por la normativa vigente es recomendable, para obtener resultados más precisos, la utilización de modelos completos de interacción flexión y torsión.

Este estudio se ha limitado al de caso puentes con sección en cajón cerrado y losas aligeradas. Existen tipologías, de uso común en otros países, en los que la torsión es más importante. En [17] se detallan los cálculos de un puente mixto con sección en cajón abierto con arriostramiento inferior en aspa, en el que las aceleraciones producidas por la torsión son más condicionantes en el proyecto.

10. CONCLUSIONES

De forma esquemática se resaltan las siguientes observaciones finales:

- Los puentes de ferrocarril de alta velocidad, por la posibilidad real de la resonancia, exigen para su dimensionamiento la consideración de la vibración dinámica bajo las cargas móviles de los trenes, para lo que existen diversos modelos numéricos descritos en este artículo, de menor o mayor complejidad.
- Resulta de gran importancia aplicar dichos métodos de cálculo dinámico en la investigación aplicada para conocer mejor las facetas más relevantes de la respuesta dinámica de los puentes desde el punto de vista del proyecto, así como poder disponer de métodos e instrucciones de proyecto suficientemente prácticas, contrastadas, y simples de utilizar.
- Tanto el nuevo borrador de IAPF [13] como el último borrador final del Eurocódigo 1 de acciones en puentes [22] recogen adecuadamente esta necesidad de cálculos dinámicos, para los casos de alta velocidad.
- A partir de los métodos dinámicos expuestos se puede analizar el comportamiento estructural y comprender mejor su comportamiento, desarrollando métodos y aplicaciones simplificadas.

REFERENCIAS

- [1] E. Alarcón, *El coeficiente de impacto en puentes de ferrocarril*, Revista de Obras públicas, septiembre 1971.
- [2] E. Alarcón, R. Álvarez, M. Doblaré, J. Molina, *Efectos dinámicos en puentes de ferrocarril*, Hormigón y acero 155, pp 173–186, 1985.
- [3] Ministerio de Fomento, Dir. Gral. de ferrocarriles y transporte por carretera, *Viaducto sobre el río Tajo, Línea AVE Madrid–Sevilla, ensayos dinámicos*, realizados por IIC S.A., 1996.

- [4] J. Domínguez, Dinámica de puentes de ferrocarril para alta velocidad: métodos de cálculo y estudio de la resonancia. Tesis Doctoral. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid (UPM), 2001. Publicada por la Asociación Nacional de Constructores Independientes (ANCI).
- [5] Caldintav v.2.0. *Cálculo Dinámico para trenes de alta velocidad*. Grupo de Mecánica Computacional, 2002.
- [6] Comité ERRI D214, Ponts-Rails pour vitesses > 200 km/h; Calcul des ponts a structure complexe au passage d'un convoi. Logiciels de calcul dynamique. European Rail Research Institute (ERRI), 1999.
- [7] Comité ERRI D214, Design of Railway Bridges for Speed up to 350 km/h; Dynamic loading effects including resonance; Final report. Draft C. European Rail Research Institute (ERRI), 1998.
- [8] Comité ERRI D214, Ponts-Rails pour vitesses > 200 km/h; Final report. Part B. Proposition de fiche UIC 776-2R. European Rail Research Institute (ERRI), 1999.
- [9] Clough, R. y Penzien, J. Dynamics of Structures. Mc Graw-Hill. 1993.
- [10] Taylor, R.L. FEAP. A Finite Element Analysis Program. User's Manual. http://www.ce.berkeley.edu/~rlt
- [11] Goicolea, J.M., Domínguez, J., Gabaldón, F. y Navarro, J.A. *Estudio de fenómenos resonantes en puentes de ferocarril: I. Valoración de la interacción dinámica vehículoestructura.* Informe técnico. Diciembre, 2001.
- [12] Goicolea, J.M., Domínguez, J., Gabaldón, F. y Navarro, J.A. Estudio de fenómenos resonantes en puentes de ferocarril: II. Cálculo de pasos inferiores. Informe técnico. Diciembre, 2001.
- [13] *Instrucción de acciones a considerar en el proyecto de puentes de ferrocarril*. Ministerio de Fomento, 2002. Borrador, pendiente de publicación.
- [14] Timoshenko, S.P. y Young, D.H.: *Vibration problems in engineering*. Van Nostrand, NY, 1955 (3.^a ed.).
- [15] Fryba, L.: Vibration of solids and structures under moving loads. Academia, Prague, Noordhoff, 1972.
- [16] Fryba, L.: Dynamics of railway bridges. Thomas Telford, 1996.
- [17] Ville de Goyet, V. de and Cremer, J.M. and Lothaire, A. and Del Forno, J.Y.: Viaduc de l'Arc, viaducs de Mornas et de Mondragon, viaduc de Donzère: 4 ouvrages, 3 conceptions. Bulletin Ponts métalliques (19), 1999.
- [18] Union Internationale des Chemins de Fer (UIC), UIC Code 776-1 R: Charges a prendre en consideration dans le calcul des ponts-rails, (1979).
- [19] Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo: *Instrucción ralativa a las acciones a considerar en el proyecto de puentes de ferrocarril*, 1975.
- [20] Ferrovie dello Stato: Sovraccarichi per il calcolo dei ponti ferroviari, 1997.
- [21] Comité Europeo de Normalización: *Eurocódigo 1: Bases de proyecto y acciones en estructuras; parte 3, acciones de tráfico en puentes*, traducido y publicado por AENOR (1998).
- [22] European Committee for Standardization: prEN 1991-2: EUROCODE 1 Actions on

 \triangleright

structures, Part 2: Traffic loads on bridges, 2002.

- [23] Jorge Nasarre y de Goicoechea: *comunicación particular*, Subdirección General de Planes y Proyectos de Infraestructuras Ferroviarias del Ministerio de Fomento (2000).
- [24] Jorge Nasarre y de Goicoechea: Estados límite de servicio en relación con la vía en puentes de ferrocarril, Congreso grupo español IABSE sobre puentes de ferrocarril, Madrid 12–14 de junio 2002.
- [25] Museros, P. y Vivero, G. y Alarcón, E.: Propuesta de articulado a la IAPF: Efectos dinámicos y Apéndice de Cálculo dinámico, Informe técnico a la Comisión redactora de la IAPF 2000.
- [26] Tartary, J.P. y Robert, N. *Recherche du train universel pour calculs dinamiques*, Informe técnico al comité ERRI D214, A.V.L.S., 2000.
- [27] Domínguez, J. y Goicolea, J.M. *Dynamic effects of regular trains: proposal for inclusion within universal train envelope*, informe técnico del grupo de Mecánica Computacional al ERRI D214, 2000.